مبادئ التنبؤ الإداري



تأليف

الدكتور عبد الرحمن الأحمد العبيد

جامعة الملك سعود - النشر العلمي والمطابع

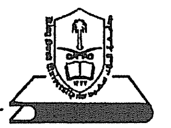
مبادئ التنبؤ الإداري

تأليـف

الدكتور عبدالرحمن الأحمد العبيد

أستاذ مساعد، قسم الأساليب الكمية

كلية العلوم الإدارية، جامعة الملك سعود



النشر العلمي والمطابع - جامعة الملك سعود

ص.ب ٦٨٩٥٣ - الرياض ١١٥٣٧ - المملكة العربية السعودية

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

العبيد، عبدالرحمن الأحمد

مبادئ التنبؤ الإداري، عبدالرحمن الأحمد العبيد.- الرياض، ١٤٢٤هـ

٤٢٢ ص، ١٧×٢٤ سم

ردمك: ٠-٦٢٣-٣٧-٩٩٦٠

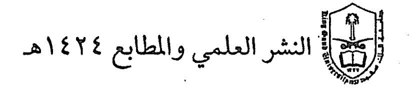
١- الأساليب الكمية (علوم إدارية) ٢- اتخاذ القرارات أ- العنوان

ديوي ٦٥٨,٤٠٣ ١٤٢٤/٥٣٥٧

رقم الإيداع: ١٤٢٤/٥٣٥٧

ردمك: ٠-٦٢٣-٣٧-٩٩٦٠

وافق المجلس العلمي على طباعة هذا الكتاب- بعد اطلاعه على تقارير المحكمين- في اجتماعه السادس عشر للعام الدراسي ١٤٢٣/١٤٢٤هـ المعقود بتاريخ ١٤٢٤/٢/١٨هـ الموافق ٢٠٠٣/٤/٢٠م.


النشر العلمي والمطابع ١٤٢٤هـ

تمهيد

يرغب أغلب الناس، مهما كانت أصولهم وجنسياتهم ولغاتهم وثقافاتهم ومستواهم الاقتصادي في معرفة المستقبل. وهناك عدة طرائق للتنبؤ بالمستقبل، منها طرائق غير علمية كالتنجيم، ومنها طرائق علمية. وفي هذا الكتاب سنستعرض مجموعة من الطرائق العلمية البسيطة والمعقدة وتطبيقاتها في مجال العلوم الإدارية والاقتصادية.

وتجدر الملاحظة، أنه مهما كانت طرائق التنبؤ معقدة ومهما كان ـ.ـد البيانات كبيرا ومهما كانت الأجهزة المستخدمة في معالجتها متقدمة، فإن التنبؤ لا يمكن أن يكون بديلا عن الحقيقة أو الواقع. فالتنبؤ ما هو إلا إطالة أو تمديد الفترة السابقة لتشمل جزءا من المستقبل. ولكي يكون هذا التنبؤ دقيقا لا بد من أحد أمرين:

- إما أن لا يحدث في المستقبل أي تغيرات كبيرة أو جذرية في الظروف المحيطة بالظاهرة المدروسة مقارنة بالماضي.

- أو أن هذه التغيرات الكبيرة حدثت بطرائق متعاكسة، بحيث يلغي بعضها بعضا، وإلا فإن الأخطاء في التنبؤ دائما موجودة.

وقد يثار التساؤل التالي: إذا كان التنبؤ ليس بديلا عن الواقع، وإذا كانت أخطاء التنبؤ دائما موجودة، فهل هناك حاجة لدراسة التنبؤ وطرائقه المختلفة؟ والجواب بالتأكيد نعم، لأننا لا نملك بديلا عن التنبؤ لاستشراف المستقبل وبالتالي وضع الخطط والاستراتيجيات المناسبة.

كثيرا ما يخلط الناس بين الأمنيات والواقع، لذلك لابد من تقديم طرق علمية للتنبؤ مبنية على بيانات وإحصاءات ونماذج رياضية يمكن الحكم على دقتها، لتكون النتائج أقرب إلى الواقع، ولتلغي هذا الخلط والالتباس بين المستقبل والأماني.

من ناحية أخرى، فإن الناس يتأثرون بآخر حدث ولا يعيرون اهتماما للأحداث الماضية، لذلك نجد أن أغلب الذين يملكون أسهم شركة ما، عندما تنخفض أسهم هذه الشركة أو تلك، يبادرون إلى البيع مما يؤدي إلى تدني آخر في قيمة الأسهم، والقليل منهم من يتوقع أن تعود أسهم هذه الشركة للارتفاع، لذلك يعتبر التنبؤ طريقة مهمة وفعالة لإبلاغ هؤلاء المستثمرين بأن انخفاض أسهم هذه الشركة أو تلك في لحظة ما قد يكون عارضا، لذلك لا داعي للخوف والبيع بأسعار متدنية، وقد تكون الشركة فعلا في أزمة لا يتوقع الخروج منها وعلى مالكي الأسهم بيع ما يملكون بأسرع وقت ممكن.

وهكذا نجد أن التنبؤ بشكل عام، والتنبؤ الإداري بشكل خاص، يعتبر أحد الأساليب الأساسية في عمل الشركات العامة والخاصة، الصغيرة منها والكبيرة. فلا توجد إدارة بدون أهداف، واستراتيجيات، وخطط فعالة. والتنبؤ هو الأداة التي تزود الإدارة بالافتراضات والأولويات التي تبنى عليها الأهداف والاستراتيجيات والخطط.

إن رسم الصورة المستقبلية للظاهرة ستساعد متخذ القرار في أي موقع كان: سواء على المستوى الاقتصادي أو المالي أو الإداري أو التاريخي أو الاجتماعي أو السياسي، في اتخاذ القرار الأفضل والذي يعبر عن الواقع.

سنحاول في هذا الكتاب عرض بعض طرائق التنبؤ الإداري المعروفة باسم الطرائق الكمية وسنركز اهتمامنا على دراسة وتحليل السلاسل الزمنية من خلال استعراض وشرح الأساس النظري لكل طريقة باستخدام الأمثلة التطبيقية المختارة من واقع الاقتصاد السعودي.

من المؤكد أن طرائق التنبؤ لا تسمح بتحقيق تنبؤ تام، ولكنها تقدم الأساس الذي من خلاله نستطيع طرح فرضيات حول تطور ظاهرة ما أو متغير معين في

المستقبل، وبالتالي تخفيض حالة الشك أو عدم اليقين حول هذه الظاهرة دون ارتكاب أخطاء فادحة.

يتألف الكتاب من ثمانية فصول: سنعالج في الفصل الأول أهمية التنبؤ الإداري من خلال بعض المفاهيم الأساسية مثل: تعريف عملية التنبؤ، العلاقة بين التنبؤ والتخطيط، التمييز بين الأحداث الداخلية والخارجية، استعمالات التنبؤ، خصائص التنبؤ، نماذج وطرائق التنبؤ، استخدام طرائق التنبؤ في الواقع العملي، زيادة فاعلية التنبؤ، اختيار طريقة التنبؤ المناسبة، مستقبل التنبؤ.

أما الفصل الثاني فقد خصص لاستخدام نماذج الانحدار البسيط في التنبؤ الإداري، وسنعالج فيه: مفهوم الانحدار، شكل الانتشار، طريقة المربعات الصغرى، اختبار معنوية معادلة الانحدار، اختبار معنوية معالم معادلة الانحدار، استخدام المعالجة الآلية من خلال مثال تطبيقي.

الفصل الثالث خصص لمعالجة نماذج الانحدار المتعدد واستخداماتها في التنبؤ الإداري، ويتضمن: مفهوم الانحدار المتعدد، قياس خطأ التقدير، الارتباط المتعدد، الاستدلال عن معالم المجتمع، الانحدار المتعدد باستخدام ثلاثة متغيرات مستقلة.

أما الفصل الرابع فيهتم بطريقة استخدام المعادلات الآنية في التنبؤ الإداري باستخدام طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين.

خصص الفصل الخامس لدراسة طرائق المتوسطات المتحركة ويتضمن: المتوسطات المتحركة البسيطة، مقاييس دقة التنبؤ، المتوسطات المتحركة الثنائية، المتوسطات المتحركة المضاعفة، المتوسطات المتحركة المرجحة، استخدام المتوسطات المتحركة في التنبؤ.

أما الفصل السادس فيعالج استخدام السلاسل الزمنية في التنبؤ الإداري وفيه ندرس: مكونات السلسلة الزمنية، تجزئة السلسلة الزمنية، تحليل الاتجاه العام، التغيرات الدورية، قياس أثر التغيرات الموسمية، حساب الأدلة الموسمية (الأرقام

القياسية)، قياس أثر التغيرات العشوائية، التنبؤ بالاتجاه العام والتغيرات الدورية والموسمية والعشوائية، طريقة مكتب إحصاء السكان الأمريكي، طريقة STL.

في الفصل السابع سنستعرض طريقة تحليل السلاسل الزمنية باستخدام نماذج التمهيد الأسي المختلفة: نموذج التمهيد الأسي البسيط Simple Exponential Smoothing، نموذج التمهيد الأسي المضاعف Linear Brawn's Model، نموذج هولت الخطي Linear Holt's Model، نموذج التمهيد الأسي الثلاثي Quadratic Brawn's Model، نموذج ونترز Winters's Model.

الفصل الثامن خصص لمعالجة نماذج بوكس- جنكنز Box-Jenkins models وخاصة: نماذج الانحدار الذاتي (AR)، نماذج المتوسطات المتحركة (MA)، نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة (ARMA)، نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية (ARIMA)، نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية (SARIMA).

بالإضافة إلى بعض المفاهيم الأساسية مثل: السياق المستقر والسياق غير المستقر، السياق العشوائي المستقل، الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي.

وستدعم كل الفصول بأمثلة تطبيقية سهلة ومناسبة في مجال العلوم الإدارية بالإضافة إلى المعالجة الآلية لهذه النماذج على الحاسب الآلي باستخدام برنامج SPSS.

المحتويات

صفحة

الفصل الثاني: استخدام نماذج الانحدار الخطي البسيط في التنبؤ الإداري

الفصل الثالث: استخدام نماذج الانحدار المتعدد في التنبؤ الإداري

الفصل الرابع: استخدام نماذج المعادلات الآنية في التنبؤ الإداري

الفصل الخامس: استخدام طرائق المتوسطات المتحركة في التنبؤ الإداري

الفصل السادس: استخدام طرائق تحليل السلاسل الزمنية في التنبؤ الإداري

الفصل السابع: استخدام نماذج التمهيد الأسي في التنبؤ الإداري

الفصل الثامن: استخدام نماذج بوكس- جنكنز في التنبؤ الإداري

الفصل الأول

التنبؤ والإدارة

(١,١) مقدمــة

تقوم الحكومات في مختلف دول العالم بتخطيط برامجها وأوجه نشاطها لتتمكن من تقديم الخدمات الضرورية لتحقيق الرخاء والتقدم الاقتصادي والاجتماعي لشعوبها.

كما تتخذ الشركات التجارية والصناعية قرارات مختلفة تخص نشاطها والتخطيط لمستقبلها لتحقيق الأهداف التي تبتغيها. وهذا يتطلب منها إعداد خطط للإنتاج والتمويل والتسويق إلى غير ذلك من أوجه النشاط الإداري والاقتصادي.

كذلك تضع المؤسسات الاجتماعية والتعليمية الخطط المستقبلية لمواجهة الزيادة المتوقعة في الطلب على خدماتها.

وهكذا نجد أن علم الإدارة يتمحور حول اتخاذ القرارات، وهذه العملية تتضمن دراسة خيارات مختلفة، ومع أن القرار يتخذ اليوم لكن آثاره لن تظهر إلا في المستقبل، لذلك من الضروري التنبؤ بهذه الآثار.

ويعتمد التنبؤ عادة على متغيرات تتعلق بالماضي والحاضر، لتقرير ما هو أفضل تنبؤ لهذه المتغيرات.

ينبثق عن عدم معرفة المستقبل، الحاجة إلى عملية التنبؤ، وفي الإدارة تكون هذه الحاجة كبيرة، لأن الفترة الفاصلة بين اتخاذ قرار معين لمواجهة حدث ما وتحقق ذلك الحدث قد تكون طويلة، كتحديد طريقة استثمار مبلغ معين مثلا، حيث لا تظهر

عائدات الاستثمار- عادة- إلا بعد عدة سنوات من استثمار رأس المال. وقد تكون الفترة قصيرة كتحديد طريقة نقل الإنتاج أو تخزين بعض المواد...إلخ.

سنحاول في هذا الفصل دراسة العلاقة بين عملية التنبؤ والإدارة.

(١,٢) التنبؤ

يمكن تعريف التنبؤ بأنه عملية توقع ما سيحدث مستقبلا لظاهرة ما اعتمادا على اتجاه الظاهرة في الماضي باستخدام أحد نماذج التنبؤ المعروفة. بعبارة أخرى: معرفة سلوك ظاهرة ما في المستقبل انطلاقا من سلوكها في الفترة الماضية، واتخاذ القرار المناسب في ضوء هذا السلوك بفرض ثبات المتغيرات المؤثرة على الظاهرة، أما إذا حدث غير ذلك فيجب تصحيح عملية التنبؤ لتعكس هذا التأثير سلبا أو إيجابا.

من هذا التعريف يمكن أن نستنتج العناصر الأساسية في عملية التنبؤ وهي:

أ) تحديد الظاهرة المراد التنبؤ بها.

ب) دراسة سلوك الظاهرة في الماضي.

جـ) استخدام إحدى طرائق التنبؤ.

د) رسم صورة مستقبلية للظاهرة على ضوء نتائج التنبؤ.

(١,٣) أهمية التنبؤ الإداري

ترجع أهمية التنبؤ الإداري إلى أن وجود المنشأة على المدى البعيد يعتمد على وجود طلب مستمر على سلعها أو خدماتها. وهذا الطلب يرتبط بصورة ما بالمستوى العام للنشاط الاقتصادي. فكل أنشطة الإدارة يجب أن تخطط مسبقا، وكل قرارات الإدارة يجب أن يتم توقعها على ضوء تنبؤات مستقبلية تتعلق بهذا النشاط.

وقد لا تتحقق التنبؤات غالبا، لكنها هي الأداة الوحيدة للإدارة التي ستبني عليها خططها. فلا توجد إدارة بدون أهداف، والتنبؤ هو الذي يزود الإدارة

بالافتراضات والتصورات التي تبنى عليها الاستراتيجيات والخطط اللازمة لتحقيق هذه الأهداف.

(١,٤) التنبؤ والتخطيط

تهدف كل المؤسسات إلى التوسع والنمو وتحقيق معدلات مرضية من الربحية والاستقرار والتطور سواء على مستوى المنشأة أو على مستوى الدولة بأجهزتها المختلفة لتحقيق مستوى مقبول من الرفاهية الاقتصادية للمجتمع. وإذا كان الهدف الأساسي للإدارة، مهما كانت، هو تحقيق الأهداف التي حددتها لنفسها آخذة بعين الاعتبار الموارد والإمكانيات الحالية والمستقبلية والبيئة المحيطة بها، فإن على هذه الإدارة وضع الخطط اللازمة لتحقيق هذه الأهداف والتي يجب أن تشمل كل مجالات عمل المؤسسة. ولا يمكن وضع أية خطة بدون تنبؤ علمي دقيق بما يراد الوصول إليه خلال منظور زمني محدد، أي أن عملية التنبؤ هي الأساس التي تبنى عليها الخطة.

(١,٥) المتغيرات الخارجية والمتغيرات الداخلية

لابد من التمييز بين المتغيرات الخارجية والمتغيرات الداخلية لمعرفة علاقة كلٍ منها بعملية التنبؤ الإداري.

المتغيرات الخارجية: هي المتغيرات التي لا يمكن التحكم بها والسيطرة عليها كالمتغيرات الناتجة عن حركة الاقتصاد القومي والسياسات الحكومية وقرارات المستهلكين وموقف الشركات المنافسة... إلخ.

المتغيرات الداخلية: هي المتغيرات التي يمكن التحكم بها والسيطرة عليها كالتسويق والإنتاج والتخزين والبيع والشراء... إلخ في مؤسسة معينة.

إن عملية التنبؤ ترتبط ارتباطا مباشرا بالمتغيرات الخارجية، بينما يرتبط اتخاذ القرار مباشرة بالمتغيرات الداخلية، ونجاح المؤسسة يعتمد على الربط بين هذين النوعين من المتغيرات.

(١,٦) استعمالات التنبؤ

إن دخول الحاسوب مختلف مجالات الحياة، ساعد الباحثين كثيرا على استخدام البيانات التي يرغبون في معالجتها بسرعة وسهولة.

كما أن توفر البيانات الإحصائية عن الإنتاج والمبيعات والأسعار وغيرها، أدى إلى تكوين قواعد بيانات سهلت استخدام طرائق التنبؤ المختلفة.

تزداد حاجة الإدارة إلى التنبؤ كلما ازدادت رغبتها في تقليل اعتمادها على الصدفة، وكلما نهجت الأسلوب العلمي في التعامل مع الظواهر المحيطة بها.

وبما أن الشركة أيا كانت هي مجموعة من الأجزاء المرتبطة ببعضها البعض فإن التنبؤ الجيد في أحد أجزائها يمكن أن يؤثر عليها ككل.

ومن أهم المجالات في الشركة التي يلعب التنبؤ الإداري فيها دورا كبيرا يمكن أن نذكر:

١- **المصادر الحالية لعوامل الإنتاج:** إن الاستخدام الفعال لهذه المصادر يحتم وضع جدول زمني لكيفية الاستفادة منها على الوجه الصحيح. والتنبؤ بمستوى الطلب على المنتج النهائي أو المواد الخام أو العمالة أو السيولة... إلخ، تعتبر معطيات أساسية في الجدول الزمني المقترح.

٢- **المصادر الإضافية:** إن الوقت الفاصل بين طلب بعض المعدات الإضافية، وبين وقت تركيبها ووضعها في الإنتاج، قد يتراوح بين عدة أيام وعدة سنوات، لذلك فإن عملية التنبؤ بدخول هذه المصادر قبل فترة كافية ضروري جدا.

٣- تحديد ماهية المصادر المطلوبة: على الشركة أن تحدد نوعية المصادر التي تحتاجها بالاعتماد على الفرص المتاحة في السوق وعلى العوامل البيئية المحيطة وعلى التنمية الداخلية للموارد المالية والبشرية والتكنولوجية. وهذا التحديد يتطلب تنبؤات جيدة وإدارة تستطيع تفسير وتحليل هذه التنبؤات واتخاذ القرار المناسب في الوقت المناسب.

بالإضافة إلى المجالات السابقة، توجد مجالات أخرى تحتاج إلى التنبؤ على المدى البعيد والمتوسط والقريب. وهذا يجعل الشركات المعاصرة مضطرة إلى تطوير أساليب مختلفة للتنبؤ بالأحداث المستقبلية، وبناء نظام تنبؤ خاص بالشركة، وهذا بدوره يتطلب من الشركة الإحاطة بالمعرفة والمهارات التي تغطي على الأقل الجوانب الأربعة التالية:

أ) تحديد وتعريف ما يراد التنبؤ به.

ب) تطبيق عدد من طرائق التنبؤ.

جـ) اختيار طريقة التنبؤ المناسبة من الطرائق المطبقة.

د) الدعم التنظيمي لاستخدام طرائق التنبؤ الجاهزة في كل حالة.

من المفضل أن يربط نظام التنبؤ بين جميع التنبؤات المعمول بها في أقسام الشركة، حيث يوجد اعتماد كبير على التنبؤات التي تجري بواسطة مختلف الإدارات والأقسام التي لا يمكن تجاهلها إذا أردنا لنظام التنبؤ النجاح. وكمثال على ذلك فإن الخطأ في تقدير المبيعات قد يسبب أخطاء في تقدير الميزانية ونفقات الإنتاج والتسويق... إلخ. وهذا بدوره يؤدي إلى اتخاذ قرارات غير صائبة.

(١.٧) خصائص التنبؤ

تختلف طرائق التنبؤ بحسب الموقف والحالة المدروسة، فمثلا تختلف طرائق التنبؤ المستخدمة في مجال التسويق عن تلك المستخدمة في مجال الإنتاج أو الموارد المالية أو

البشرية. فكل مجال من هذه المجالات يستخدم الطريقة التي تناسبه حسب موقعه وأهميته للشركة ومدى الإمكانات المتاحة له لاستخدامها في عملية التنبؤ.

لكن عملية التنبؤ أيا كان نوعها يجب أن تتصف بالخصائص التالية :

– **الاهتمام بالمستقبل**: فالهدف الأساسي للتنبؤ هو معرفة ما سيحدث مستقبلا سواء كان قريبا أو بعيدا.

– **عدم التأكد**: إن جميع التنبؤات مهما اتصفت بالدقة فإنها تظل غير مؤكدة ومن المحتمل أن يحدث عكس ما هو متوقع.

– **البيانات التاريخية**: تعتمد طرائق التنبؤ العلمية على ماضي الظاهرة أي على البيانات التاريخية لها.

(١,٨) نماذج وأساليب التنبؤ

إن عملية التنبؤ معقدة ، لذلك تستخدم عدة أساليب للتنبؤ لأن ما سيحدث في المستقبل يعتمد في أغلب الحالات على مجموعة عوامل ، أغلبها ليست تحت السيطرة ، بالإضافة إلى ذلك فإن توفر البيانات ودقتها والتكلفة والوقت اللازم للتنبؤ تلعب أيضا دورا مهما في تحديد أسلوب التنبؤ المناسب.

يمكن أن تصنف أساليب التنبؤ وفق عدة اعتبارات ، أحد هذه التصنيفات يميز بين أساليب رياضية وأخرى غير رياضية مثل التخمين أو الإحساس أو الحدس. وعلى الرغم من أن هذا النوع من التنبؤ (التنبؤ بالحدس) قد يكون ناجحا ، وخاصة في التنبؤات قريبة المدى إلا أنه غير منتظم وغير دقيق ولا يمكن الاعتماد عليه دائما وقد يؤدي إلى خلق مشاكل غير متوقعة للإدارة ، لذلك سنركز اهتمامنا في هذا الكتاب على الأساليب أو الطرائق الرياضية فقط لأنها أكثر دقة ويمكن الوثوق بها وتقييمها علميا وفق ضوابط محددة.

(١,٩) طرائق التنبؤ الرياضية

يمكن تقسيم هذه الطرائق إلى أربع مجموعات :

(١,٩,١) الطرائق النوعية Qualitative methods

هي مجموعة الطرائق التي تعتمد على التقديرات الموضوعية أو النوعية ورأي الخبرة وليس على البيانات الكمية. وتستعمل عادة في التنبؤات بعيدة المدى ، خاصة عندما يكون للعوامل الخارجية دور ظاهر في عملية التنبؤ كحدوث أحداث لم يكن أحد يتوقعها ، كما تستعمل عندما تكون المعلومات السابقة محدودة جدا أو غير موجودة كما هو الحال في المنتجات الجديدة وخاصة تلك التي لم يسبق لها مثيل في التاريخ الإنساني كوسائل النقل والاتصالات الحديثة والساعات الرقمية وأجهزة الحاسب الآلي المتطورة وغيرها. ويمكن توضيح ذلك من خلال الأمثلة التالية :

مثال (١): التنبؤ بوقت بلوغ منتج استهلاكي معين درجة الإشباع. فعلى سبيل المثال نجد أن منتجي الساعات ينتجون كل عدة سنوات تصميمات وتشكيلات جديدة من الساعات وذلك نظرا لتنبؤهم بأن الأشكال القديمة قد أغرقت الأسواق وغطت الطلب عليها من قبل المستهلكين ، وبالتالي بلغت درجة الإشباع ولم يعد هناك طلب عليها.

مثال (٢): التنبؤ بالدورات الاقتصادية وبزمن حدوث الأزمة ، فمن المعروف أن الدورة الاقتصادية تمر بعدة مراحل : رخاء أو نمو مضطرد ثم ركود ثم كساد ثم أزمة ، ثم انتعاش فازدهار فرخاء... وهكذا. ويمكن الاعتماد في هذا المجال على بعض المؤشرات الإرشادية التي تختص بمستوى النشاط الاقتصادي مثل مجمل الناتج القومي والطلب على السلع المعمرة ومشروعات الإسكان الجديدة وعدد العاطلين عن العمل... إلخ.

مثال (٣): أحيانا تبنى القرارات على تحليل الطلب لمنتج مشابه أو خدمات مشابهة ، ويسمى عندها المشابهة بالماضي. وقد استعمل هذا النوع من التنبؤ للتنبؤ

بالطلب على أجهزة التلفاز الملونة عندما وجدت لأول مرة بعقد مقارنة بينها وبين الأجهزة غير الملونة.

إن قياس دقة التنبؤات بالطرائق النوعية أصعب من باقي الطرائق، لذلك فهي تستخدم غالبا لرسم خطوط عريضة تساعد متخذ القرار وتدعم نتائج الطرائق الأخرى في رسم الاستراتيجيات ووضع الخطط بعيدة المدى وتطوير المنتجات والتقنيات الجديدة، ولا تستخدم في إعطاء تنبؤات رقمية محددة.

ويمكن تقسيم هذه الطرائق أو الأساليب إلى:

أ) **رأي الخبرة Experience Opinion**: لنأخذ على سبيل المثال شركة أنتجت في السنوات الماضية عشرات السلع والخدمات المختلفة، لا شك أن خبرة العاملين في الإدارة خاصة الذين عملوا في تسويق هذه المنتجات يمكن أن تقدم تنبؤا مقبولا عن التكاليف والأسعار والطلب على منتج جديد. إن رأي الخبرة يشكل عادة من مجموعة خبراء (لجنة خبراء) في مجال نشاط أو أكثر من أنشطة الشركة. وبشكل عام يتم تزويد هذه اللجنة بالبيانات الفعلية عن منتجات وخدمات الشركة والتطورات التي يمكن أن تطرأ عليها. وأوضح مثال على هذه اللجنة، لجنة المبيعات، حيث تتألف هذه اللجنة من العاملين في مجال المبيعات. ويقوم كل شخص منهم بوضع تقديراته عن المبيعات المتوقعة في العام القادم لكل منتج، ولكل فئة من فئات العملاء. ثم يقوم مدير المبيعات بمراجعة ومناقشة هذه التقديرات مع كل عضو من أعضاء اللجنة ومقارنتها بمبيعات العام السابق، ثم تجمع هذه التقديرات وتعتبر هي الطريقة النهائية للتنبؤ بالمبيعات.

وتعتبر هذه الطريقة من أبسط طرائق التنبؤ وأكثرها وضوحا، لأنها تعبر عن تقديرات الأشخاص الأكثر خبرة في هذا المجال.

مشكلة اللجنة أنها قد تتأثر برأي واحد فيها لنشاط تميز به أو لتفوقه في الخبرة على الآخرين أو لنفوذه، مما يجعل القرار منحازا إلى رأيه وليس إلى رأي المجموعة كلها. كما أن عناصر هذه اللجنة قد لا يكونون على علم بالاتجاهات الاقتصادية التي يمكن

أن تؤثر على منتجات وخدمات الشركة، لذلك تم تطوير هذا الأسلوب من خلال طريقة أو أسلوب دلفي The Delphi Technique.

ب) أسلوب دلفي The Delphi Technique: طور هذا الأسلوب من قبل شركة راند RAND الأمريكية كطريقة تنبؤ جماعي تلغي التأثيرات غير المرغوب فيها بين أعضاء اللجنة. فليس من الضروري أن يلتقي الخبراء وجها لوجه ولا أن يعرف بعضهم بعضا.

تبدأ الطريقة بأن يكتب كل خبير تقديراته الشخصية مدعمة أو مبررة مع الافتراضات التي وضعها. ثم تعطى هذه التقديرات إلى منسق يؤلف بينها ويلخصها ثم يوزع هذا الملخص من جديد في جولة ثانية مع قائمة جديدة من الأسئلة.

تستمر هذه العملية لعدة جولات حتى تتحدد خصائص التنبؤ ونصل إلى شبه اتفاق بين الخبراء من خلال ملاحظة أن الجولات الجديدة لم تعد تضيف تغييرا على الجولات السابقة.

ويستخدم هذا الأسلوب في التنبؤ بالتغيرات التقنية التي يمكن أن تحدث وما ينتج عنها من منتجات جديدة قد تؤثر على مستقبل الشركة أو المؤسسة. إن بعض هذه المنتجات يستخدم اليوم على نطاق واسع، لكنها كانت إلى وقت قريب جدا ضربا من ضروب الخيال، كتوليد الطاقة النووية، وطائرات الركاب الأسرع من الصوت، والساعات الرقمية الإلكترونية، وأجهزة الحاسب الآلي المتطورة، وأجهزة الاتصالات... إلخ. لذلك يطلق عليه أحيانا التنبؤ التقني Technological Forecasting.

وهكذا فإن هذه الطريقة تستفيد من تعدد الآراء والخبرات وتتحاشى الآثار السلبية لاجتماع الخبراء وجها لوجه كطغيان رأي واحد على المجموعة.

جـ) نظم الاجتماعات الإلكترونية Electronic Meeting System (EMS): إن طريقة دلفي تحل المشاكل الناجمة عن لقاء الخبراء وجها لوجه، لكنها مكلفة وطويلة، لذلك تم تطوير طريقة بديلة وحديثة، حيث تتم اجتماعات الخبراء إلكترونيا باستعمال التقنيات الإلكترونية الحديثة مثل أنظمة دعم القرارات الجماعية كالبريد الإلكتروني E-Mail وشبكة المعلومات الدولية Internet.

مهما كانت المآخذ على الطرائق النوعية، فإنها كثيرا ما تعطي نتائج مفيدة للإدارة، وفي بعض الحالات تعتبر هي الأسلوب الوحيد للتنبؤ.

(١,٩,٢) طرائق أو نماذج العد Counting Methods

تستخدم في طرائق العد التجارب والأبحاث. وعادة يتم الاعتماد على عينات تمثل المجتمع المدروس ثم تعمم النتائج على المجتمع كله. وغالبا تستعمل هذه الطرائق للتنبؤ بالطلب على المنتجات والخدمات، ويمكن أن نميز الطرائق التالية:

أ) **مسح السوق Market Survey**: إن أي منتج أو خدمة جديدة غالبا ما تعتمد على بحث معمق عن الأسواق قبل أن يتخذ قرار بتقديم هذا المنتج أو تلك الخدمة، ويستخدم في ذلك عدة أساليب منها: الاتصال الهاتفي، الاستبيان البريدي، قنوات الاستهلاك، اختبارات السوق... إلخ.

ب) **اختبار السوق Market Testing**: يجرى اختبار السوق عادة، على منطقة جغرافية معينة تمثل جزءا من السوق الإجمالي للمنتج الجديد أو الخدمة الجديدة بهدف الحصول على المعلومات المتعلقة برغبات وميول المستهلك. ونتائج هذا الاختبار تمد الإدارة أو متخذ القرار بالمعلومات اللازمة للتعامل مع المستهلكين.

جـ) **المسح الصناعي Industrial Survey**: لا تختلف هذه الطريقة عن طريقة مسح السوق الاستهلاكي، لكن الهدف في المسح الصناعي يكون أكثر اتساعا، حيث يتناول المنتجين والمشترين ووكلاء الشراء وبعض الأشخاص الذين لديهم معلومات أكثر عن المستهلكين.

(١,٩,٣) طرائق تحليل السلاسل الزمنية Time Series Analysis

السلسلة الزمنية هي مجموعة من المشاهدات لظاهرة ما تم قياسها في أوقات محددة، عادة تكون خلال فترات متساوية كقيم الناتج القومي، أو إجمالي المبيعات الشهرية لهذه السلعة أو تلك، أو معدل النمو السنوي، أو الطلب الأسبوعي على

وسائل النقل، أو درجات الحرارة المسجلة خلال ساعات اليوم في مدينة أو بلد ما... وهكذا.

تعتمد الإدارة على تحليل السلاسل الزمنية لاعتقادها بأن معرفة سلوك الظاهرة في الماضي يساعد في فهم سلوكها المستقبلي، أي أننا نفترض أن الماضي سيعيد نفسه، وأن الاتجاه العام الملاحظ في الفترة السابقة سيستمر في الفترة القادمة.

ومن أشهر طرائق تحليل السلاسل الزمنية نذكر:

أ) المتوسطات المتحركة.

ب) التمهيد الأسي.

جـ) نماذج بوكس- جنكنز.

وسنفصل هذه الطرائق في الفصول الأخيرة من هذا الكتاب.

(١,٩,٤) الطرائق الترابطية والسببية أو طرائق الاقتصاد القياسي Econometric Methods

وتعتبر من أقدم طرائق التنبؤ وتتألف من:

أ) الانحدار البسيط.

ب) الانحدار المتعدد.

جـ) المعادلات الآنية.

د) المؤشرات الرئيسة.

وتعتمد هذه الطرائق على إيجاد العلاقة بين المتغيرات من خلال تحليل الارتباط لقياس مدى قوة الارتباط بين المتغيرات ومن خلال تحليل الانحدار لتقدير قيمة أحد المتغيرات إذا علمنا قيمة المتغيرات الأخرى.

وسنتعرض إلى أغلب هذه الطرائق بإيجاز في الفصول القادمة لأنها موضوع مقرر آخر هو الاقتصاد القياسي الذي سبق أن درسه الطالب.

ويمكن تلخيص مزايا وحدود كل طريقة من طرائق التنبؤ السابقة بالجدول التالي:

الجدول رقم (١,١). تعريف ومزايا وحدود طرائق التنبؤ ومجال استخدامها.

الطريقة	تعريفها	مزاياها	حدودها	مجال استخدامها
الطرائق النوعية.	تتم التنبؤات في هذه الحالة اعتمادا على الخبرة السابقة والرؤية الفردية لمن يقوم بعملية التنبؤ وتتوقف النتائج على قدرة وخبرة هذا الفريق.	يمكن تكييف التنبؤات بشكل سريع تبعا للظروف المتغيرة.	لا يوجد تحليل كمي وتتوقف دقة التنبؤات على موضوعية وخبرة القائمين بعملية التنبؤ.	- التنبؤ بتقدم تقني غير مسبوق. - عندما يكون المنتج جديدا بكل شيء. - عندما لا تتوفر البيانات الكمية. - عندما يكون الوقت قصير جدا.
طرائق العد.	دراسة ميول ورغبات المستهلكين من خلال عينة عشوائية.	قد تكون النتائج دقيقة إذا تم سحب العينة بشكل عشوائي وضمن شروط معينة.	مكلفة وصعبة التطبيق إذا كان عدد المنتجات كبيرا.	إذا كان المنتج أو الخدمة جديدة بالنسبة للشركة.
تحليل السلاسل الزمنية.	رسم صورة مستقبلية للظاهرة اعتمادا على ماضيها.	غير مكلف وسهل العمليات الحسابية ويمكن الحكم على دقته.	لا يمكن تعديله بسرعة لمواجهة التغيرات في نماذج البيانات كما لا يمكن استخدامه إذا لم تتوفر البيانات.	- إذا توفرت البيانات الكمية بشكل كافي. - إذا توفر الوقت اللازم لعملية التنبؤ. - إذا توفرت الإمكانات المادية.
الطرائق الترابطية والسببية.	إيجاد قيم المتغير التابع إذا علمنا قيم المتغيرات المستقلة باستخدام طريقة المربعات الصغرى.	على درجة كبيرة من الدقة.	قد لا يكون من السهل الحصول على البيانات الضرورية المتعلقة بالمتغير التابع أو المتغيرات المستقلة.	إذا توفرت البيانات الكمية بشكل كافي. إذا توفر الوقت اللازم لعملية التنبؤ. إذا توفرت الإمكانات المادية.

يطلق على الطريقتين الأولى والثانية اسم الطرائق النوعية أو الوصفية، بينما يطلق على الطريقتين الثالثة والرابعة اسم الطرائق الكمية، وقد لاقت الطرائق الكمية انتشارا واسعا في مجال العلوم الإدارية في الآونة الأخيرة، وأصبحت تستخدم في أغلب الشركات والمؤسسات، ويرجع هذا الإقبال إلى الأسباب التالية:

١- أظهرت هذه الطرائق دقة مقبولة مما زاد من ثقة الإداريين بها.

٢- الانتشار الواسع للحاسبات الإلكترونية سهل العمليات الحسابية التي تتطلبها هذه الطرائق.

٣- انخفاض تكاليف هذه الطرائق مقارنة بالبدائل الأخرى.

تتألف الطرائق الكمية عادة، من خمس خطوات أساسية هي:

الخطوة الأولى: تعريف المشكلة

تعتبر هذه الخطوة أحيانا، أصعب خطوة في عملية التنبؤ، حيث تتطلب تفكيرا عميقا عن كيفية استخدام التنبؤ وما هو الهدف من التنبؤ ومن يحتاج إلى التنبؤ وفي أي جزء من الشركة سيستخدم... إلخ. لذلك من المفيد قضاء بعض الوقت في التحدث إلى كل شخص له صلة بعملية التنبؤ، ابتداء من عملية جمع البيانات وحفظها والتعامل مع قواعد البيانات والمستفيد من عملية التنبؤ وفي أي مجال سيستخدم التنبؤ والهدف المرحلي أو النهائي من عملية التنبؤ. ففي شركة إنتاجية تعاني مشكلة في التسويق مثلا، يجب أن نحدد بدقة كمية المواد المنتجة والمخزنة والطلب الحالي عليها والفترة اللازمة لإنتاج كل مادة وأسعارها وأسعار المواد والسلع المنافسة... إلخ. لنتمكن من التنبؤ بالطلب المستقبلي بحيث نخفض كمية المواد المخزنة ونوفر تكلفة التخزين على الأقل.

الخطوة الثانية: جمع البيانات

هناك نوعان من البيانات التي يجب الحصول عليها:

١ – بيانات إحصائية عن الظاهرة المدروسة خلال الفترة الماضية.

٢ – الخبرة المتراكمة لدى الأشخاص المهتمين بالظاهرة المدروسة ، وسنرى لاحقا أن صياغة النموذج الذي يمكن استخدامه في التنبؤ يتوقف على طبيعة الظاهرة المدروسة ونوعية البيانات الإحصائية المتوفرة ورأي الخبراء في هذا المجال.

الخطوة الثالثة: التحليل المبدئي

نبدأ برسم شكل انتشار البيانات للكشف عن وجود بعض أو كل مركبات السلاسل الزمنية ونوعية هذه المركبات والقيم الشاذة أو المتطرفة إن وجدت. ثم نحسب بعض المؤشرات الإحصائية البسيطة مثل المتوسطات والانحراف المعياري والقيمة الصغرى والقيمة العظمى والنسب المئوية ومعاملات الارتباط المتعلقة بكل مجموعة من البيانات. الهدف من هذه الخطوة هو فهم طبيعة البيانات الماضية والإجابة على بعض الأسئلة مثل: هل يوجد اتجاه عام واضح؟ هل توجد تغيرات موسمية مهمة؟ هل هناك أي دليل على وجود تغيرات دورية؟ هل هناك نقاط متطرفة أو شاذة تحتاج إلى تفسير ذوي الخبرة؟ ما هي قوة العلاقة بين المتغيرات؟... إلخ.

هذا التحليل يساعدنا على اقتراح نماذج كمية يمكن أن تكون مفيدة في عملية التنبؤ.

الخطوة الرابعة: اختيار النموذج الملائم للبيانات

على ضوء نتائج الخطوة السابقة يمكن تحديد مجموعة من نماذج التنبؤ التي تناسب بيانات الظاهرة المدروسة ، وفي هذه الخطوة يتم البحث عن النموذج الملائم من بين النماذج المقترحة بناء على مؤشر أو أكثر من مؤشرات البيانات. وسوف نشرح في الفصول القادمة من هذا الكتاب بالتفصيل مجموعة من نماذج التنبؤ بالإضافة إلى خصائص كل نموذج مرفقا ببعض التطبيقات الإدارية والاقتصادية.

الخطوة الخامسة: استخدام وتقييم النموذج

بعد اختيار النموذج يتم تقدير معالمه، ثم يستخدم في عملية التنبؤ، ويمكن للإدارة أن تقييم إيجابيات وسلبيات النموذج المستخدم في التنبؤ مع مرور الوقت، حيث لا يمكن تقييم أداء النموذج إلا بعد توفر البيانات الحقيقية عن الفترة التي تم التنبؤ بها لنقارن بينها وبين القيم المتنبأ بها. وبما أن هذه البيانات غير متوفرة، لذلك نلجأ إلى قياس الفرق بين القيم الحقيقية والقيم المقدرة عن الفترة الماضية لتقييم النموذج.

غالبا، لا يمكن استخدام نموذج التنبؤ بدون تعديلات يمكن إدخالها بناء على تقديرات أصحاب الخبرة.

(١,١٠) استخدام طرائق التنبؤ في الواقع العملي

تم إجراء أكثر من ٣٥ عملية مسح منذ عام ١٩٧٠م إلى عام ١٩٩٦م، لسبر آراء عدد من الإداريين على مختلف المستويات عن مدى تآلفهم واستفادتهم من طرائق التنبؤ المختلفة ومدى رضاهم عن نتائجها وما هي المجالات التي استخدمت فيها وما هو حجم الأخطاء وأسئلة أخرى كثيرة. ومع أن هذه الدراسات لم تغط كل الجوانب المتعلقة بعملية التنبؤ، إلا أنها سلطت الضوء على أغلب هذه الجوانب.

يمكن تلخيص النتائج التي توصلت إليها هذه الدراسات على النحو التالي* :

(١,١٠,١) التآلف أو الاعتياد وقبول طرائق التنبؤ المختلفة

توزعت أراء العينة المدروسة المؤلفة من ١٥٠ مديرا في الولايات المتحدة الأمريكية حول التآلف مع طرائق التنبؤ النوعية والكمية حسب الجدول التالي :

* Forecasting، مرجع سابق، ص ٥١٦.

الجدول رقم (١,٢). درجة التآلف مع طرائق التنبؤ (نسبة مئوية).

الطريقة / الطرائق النوعية	مألوف جدا	مألوف إلى حد ما	غير مألوف
١- لجنة الخبراء	٨١	٦	١٣
٢- لجنة المبيعات	٧٩	٥	١٦
٣- مسح السوق	٧٣	٧	٢٠
الطرائق الكمية			
١- المتوسطات المتحركة	٨٥	٧	٨
٢- التمهيد الأسي	٧٣	١٢	١٥
٣- الانحدار	٧٢	٨	٢٠
٤- تحليل السلاسل الزمنية	٤٢	٩	٤٩
٥- نماذج بوكس-جنكنز	٢٦	٩	٦٥

المصدر: Forecasting، مرجع سابق، ص ٥١٨.

نلاحظ من هذا الجدول ومن دراسات أخرى مشابهة ما يلي:

١- إن أغلب أفراد العينة متآلفون جدا مع الطرائق النوعية.

٢- إن أغلب أفراد العينة متآلفون أيضا مع الطرائق الكمية البسيطة مثل المتوسطات المتحركة والتمهيد الأسي وطرائق الانحدار.

٣- إن طرائق المتوسطات المتحركة هي أكثر الطرائق ألفة أو اعتيادا مع أن الدراسات التجريبية تظهر أنها ليست بدقة طرائق التمهيد الأسي.

٤- إن نماذج بوكس- جنكنز أو نماذج ARIMA هي أقل الطرائق التي شملها البحث ألفة أو اعتيادا مع أنها تعطي نتائج دقيقة جدا في بعض الحالات.

٥- إن طرائق تحليل السلاسل الزمنية التقليدية هي ثاني طريقة أقل ألفة، فقد أبدى حوالي نصف من شملهم السبر أي نوع من التآلف مع هذه الطرائق مع أنها من أكثر الطرائق فائدة لأنها تستطيع أن تعالج مركبات السلسلة الزمنية: الاتجاه العام والتغيرات الدورية والتغيرات الموسمية والتغيرات العشوائية.

(١,١٠,٢) درجة الرضا عن طرائق التنبؤ

توزعت أراء العينة المدروسة حول درجة الرضا عن طرائق التنبؤ حسب الجدول التالي :

الجدول رقم (١,٣). درجة الرضا عن طرائق التنبؤ (نسبة مئوية).

الطريقة الطرائق النوعية	مألوف جدا	مألوف إلى حد ما	غير مألوف
١- لجنة الخبراء	٥٤	٢٤	٢٢
٢- لجنة المبيعات	٤٥	٢٣	٣٢
٣- مسح السوق	٤٣	٢٥	٣٢
الطرائق الكمية			
١- المتوسطات المتحركة	٥٨	٢١	٢١
٢- التمهيد الأسي	٦٠	١٩	٢١
٣- الانحدار	٦٧	١٩	١٤
٤- تحليل السلاسل الزمنية	٥٥	١٤	٣١
٥- نماذج بوكس-جنكنز	٣٠	١٣	٥٧

المصدر : Forecasting ، مرجع سابق ، ص ٥١٩.

نلاحظ من الجدول السابق :

١- أن أغلب أفراد العينة أقل رضا بطرائق التنبؤ النوعية مقارنة بالطرائق الكمية.

٢- أن طرائق الانحدار حازت على أعلى مستوى من الرضا علما أن الوقائع التجريبية تثبت أن طرائق تحليل السلاسل الزمنية أكثر دقة من طرائق الانحدار ونماذج الاقتصاد القياسي.

٣- أن طرائق التمهيد الأسي حازت على الدرجة الثانية من الرضا ، وهذه النتيجة تنسجم مع الدراسات التجريبية التي أظهرت أن هذه الطرائق تعطي دقة مقبولة وأنها سهلة الاستيعاب ويمكن استخدامها بشكل دوري وبكلفة قليلة ويمكن أن تطبق على آلاف السلاسل الزمنية.

٤- أن طرائق المتوسطات المتحركة حازت على درجة عالية من الرضا أيضا ، على الرغم من أنها أقل دقة من طرائق التمهيد الأسي. وتبدو هذه النتيجة منطقية لأن طرائق المتوسطات المتحركة تمتاز بسهولة التطبيق مقارنة بالطرائق الأخرى.

٥- أن أغلب أفراد العينة غير راضين بدرجة كبيرة عن نماذج بوكس- جنكنز. هذه النتيجة تنسجم مع الواقع ، لأن هذه النماذج صعبة الاستيعاب والتطبيق ، ودقتها غالبا ليست أفضل من الطرائق الكمية البسيطة.

٦- أن طرائق تحليل السلاسل الزمنية لم تحز على درجة الرضا المقبولة. وهذه نتيجة مستغربة ، ولعل أحد الأسباب أنها طرائق للتحليل وليست للتنبؤ.

(١,١٠,٣) أكثر طرائق التنبؤ استخداما حسب طول فترة التنبؤ

توزعت أراء العينة المدروسة حول أكثر طرائق التنبؤ استخداما في التطبيق العملي حسب طول فترة التنبؤ وفقا للجدول التالي :

الجدول رقم (١,٤). أكثر طرائق التنبؤ استخداما حسب طول فترة التنبؤ (نسبة مئوية).

الطريقة	مدى قريب (من ١-٣ أشهر)	مدى متوسط (من ٤-١٢ شهرا)	مدى بعيد (أكثر من سنة)
الطرائق النوعية			
١- لجنة الخبراء	١٨,٧	١٩,١	٦,٧
٢- لجنة المبيعات	٢٣,١	٢٤,٣	٥,٢
٣- المسح الصناعي	٨,٢	١٥,٧	١١,٤
الطرائق الكمية			
١- المتوسطات المتحركة	١٧,٩	١٢,٧	٢,٢
٢- التمهيد الأسي	٩,٧	٩,٠	٦,٧
٣- الانحدار	٥,٣	٧,٥	٢٨,٠
٤- تحليل السلاسل الزمنية	١١,١	٨,٠	٣٧,٦
٥- نماذج بوكس-جنكنز	٦,٠	٣,٧	٢,٢

المصدر: Forecasting ، مرجع سابق ، ص ٥٢٠.

نلاحظ من الجدول السابق :

١ - أن الطرائق النوعية أكثر الطرائق استخداما في المدى القريب والمتوسط ، وأقل استخداما في المدى البعيد.

٢- أن طرائق المتوسطات المتحركة وطرائق التمهيد الأسي تستخدم أكثر في المدى القريب وبنسبة أقل في المدى المتوسط ونادرا في المدى البعيد ، وهذا يتفق مع الدراسات التجريبية التي أثبتت فعالية استخدام هذه الطرائق في المدى القريب.

٣- أن طرائق الانحدار وطرائق تحليل السلاسل الزمنية هي أكثر الطرائق استخداما في المدى البعيد ، وهذه النتيجة تنسجم مع الدراسات التجريبية التي أظهرت أن هذه الطرائق تعطي دقة مقبولة في هذا المجال.

٤- أن نماذج بوكس- جنكنز لا تستخدم بكثرة في جميع المراحل ، وهذا يتفق مع نتائج دراسات أخرى مشابهة.

(٤,١٠,١) أكثر طرائق التنبؤ استخداما حسب حجم المنشأة

إن حجم المنشأة هو المحدد الأساسي لطريقة التنبؤ المستخدمة. فقد أكدت دراسة أجريت على البنوك هذا الرأي ، وبينت أنه يمكن تعميمه على باقي المؤسسات سواء كانت مالية أو غير مالية. ويمكن تلخيص نتائج هذه الدراسة بالجدول التالي* :

الجدول رقم (١,٥). طرائق التنبؤ الأكثر استخداما حسب حجم المنشأة.

طريقة التنبؤ	عدد البنوك التي تستخدم الطريقة		
	بنوك كبيرة	بنوك متوسطة	بنوك صغيرة
نوعية	٤٥	٥٣	٢٣
تحليل السلاسل الزمنية	٣٥	١٦	١
الترابطية والسببية	١٥٤	٢٦	٥

المصدر : أساسيات الإدارة : المبادئ والتطبيقات الحديثة ، ص ١٤٧.

---

* جاري ديسلر ، أساسيات الإدارة : المبادئ والتطبيقات الحديثة ، تعريب د. عبد القادر عبد القادر ، ص١٤٧.

وكما هو واضح من الجدول فإن أغلب البنوك الكبيرة والمتوسطة تستخدم الطرائق الكمية، بينما تستخدم غالبية البنوك الصغيرة الطرائق النوعية.

ومع ذلك فإن نتائج هذه الدراسة تؤكد أنه حتى بالنسبة للبنوك التي تعتمد أكثر على الطرائق الكمية، ما زالت تعتمد أيضا على التنبؤات الذاتية "لا خلاف على أنه مهما استخدمنا من أساليب متطورة في التنبؤ، فإن كل المؤشرات تشير إلى استخدام الإدارة للأحكام الذاتية"*.

(١,١٠,٥) أكثر طرائق التنبؤ دقة

لقد تم إجراء دراسات عديدة خلال السنوات الثلاثين الماضية لمقارنة نتائج طرائق التنبؤ المختلفة باستخدام بيانات إدارية واقتصادية وتجارية وسكانية، يمكن تلخيص أهم النتائج التي توصلت إليها هذه الدراسات بالنقاط التالية:

١- بالنسبة لطرائق الاقتصاد القياسي: وجد أن هذه الطرائق ليست أفضل من طرائق تحليل السلاسل الزمنية في أيٍ من الأمثلة المدروسة على عكس ما هو متعارف عليه في هذا المجال.

٢- بالنسبة لنماذج بوكس- جنكنز: مع أنه لا توجد إحصاءات كافية، إلا أن المتوفر منها لا تظهر تحيزا واضحا إلى هذه النماذج.

٣- بالنسبة للنماذج غير الخطية: لا توجد نتائج واضحة لأن استخدامها قليل ويكاد ينحصر في مجال الاقتصاد الكلي، والنتائج المتوفرة تثبت أن نتائج طرائق التنبؤ البسيطة مثل المتوسطات المتحركة والتمهيد الأسي أكثر دقة من نماذج الاقتصاد الكلي.

٤- بالنسبة للطرائق التي تستخدم معالم متغيرة: نتائج هذه الدراسات لا تدعم الرأي السائد والقائل بأن هذه الطرائق تعطي نتائج أكثر دقة من الطرائق التي تستخدم معالم ثابتة.

---

* جاري ديسلر، أساسيات الإدارة: المبادئ والتطبيقات الحديثة، تعريب د. عبد القادر عبد القادر، ص١٤٧.

ملاحظة: هناك أربع نتائج عامة مقبولة من أغلب الباحثين حول أكثر طرائق التنبؤ دقة وهي * :

١- دقة التنبؤ باستخدام الطرائق البسيطة هي بالمتوسط على الأقل بجودة أو دقة الطرائق الأكثر تعقيدا.

٢- بعض الطرائق تعطي نتائج أفضل في المدى القريب كطرائق التمهيد والمتوسطات المتحركة، بينما طرائق تحليل السلاسل الزمنية وطرائق الانحدار تعطي نتائج أفضل في المدى البعيد.

٣- إن استخدام بعض مقاييس دقة التنبؤ قد تعطي نتائج مختلفة من طريقة إلى أخرى.

٤- إن دمج أكثر من طريقة للتنبؤ يعطي نتائج أكثر دقة من استخدام طريقة واحدة بمفردها.

(١,١١) زيادة فاعلية التنبؤ

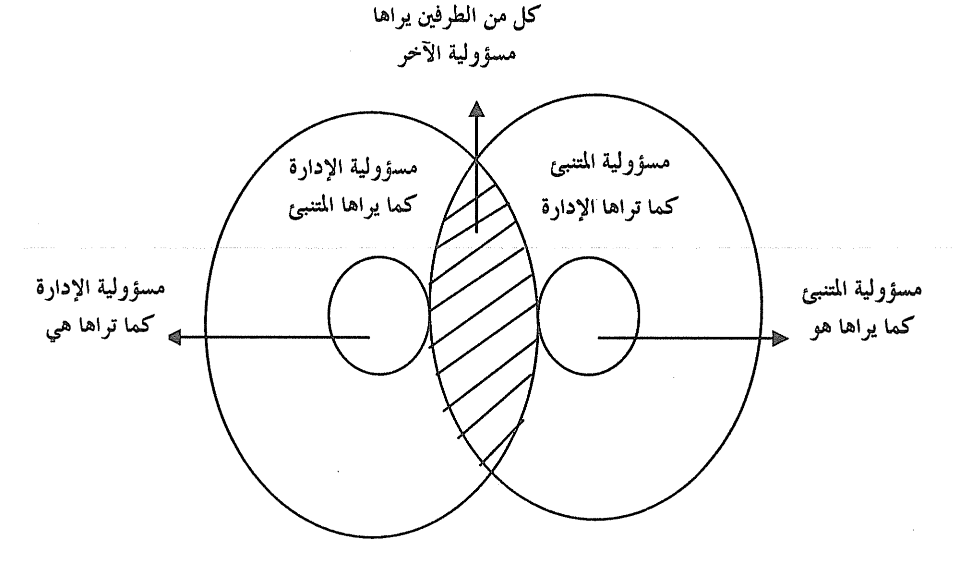
قد يكون السبب الرئيس في عدم فاعلية التنبؤ هو نقص الاتصالات الفعالة بين مستخدمي التنبؤ ومعديه. أو قد يشعر كليهما بأن التطبيقات المحتملة للتنبؤ غير مفهومة بشكل كافي. ويمكن أن يعزى هذا النوع من مشكلات الاتصال إلى تركيز معدي التنبؤ على الجوانب الفنية، بينما يميل مستخدموه إلى التركيز على النواحي الإدارية.

والنتيجة الحتمية في مثل هذه الحالة أن المستخدمين لا يفهمون طرائق التنبؤ بشكل جيد مما يقودهم إلى تطبيق غير سليم للتنبؤ، وهذا بدوره يؤدي إلى انخفاض فاعلية التنبؤ. كما أن معدي التنبؤ قد لا يفهمون الحالة المراد التنبؤ بها بشكل صحيح ليختاروا طريقة التنبؤ المناسبة.

---

* Forecasting، مرجع سابق، ص ٥٢٦.

ويمكن تمثيل العلاقة بين مستخدمي التنبؤ ومعديه بالشكل التالي:



الشكل رقم (١,١). رؤية كل من مستخدمي ومعدي التنبؤ لعملية التنبؤ.

نلاحظ من الشكل أن المنطقة المظللة غير محددة المسؤولية لأن كلٍ من الإدارة والمتنبئ يراها من مسؤولية الآخر. في مثل هذه الحالات، فإن أكثر الأساليب أهمية لزيادة فعالية التنبؤ، أي التقليل ما أمكن من المساحة المظللة، هو تعليم المستخدمين والمعدين المختصين كيف يمكن تطبيق طرائق التنبؤ المختلفة على المشكلات التطبيقية، وتدريب كلٍ منهم على كيفية تحديد احتياجاتهم بوضوح. أي يتعين على المستخدمين أن يشرحوا بدقة لماذا يحتاجون التنبؤ؟ وكيف سيقومون باستخدامه؟ في حين يتعين على معدي التنبؤ أن يحددوا بدقة أيضا ما يلزمهم من المعلومات لإعداد التنبؤ المناسب.

(١,١٢) اختيار طريقة التنبؤ المناسبة

من المهم جدا، قبل إجراء عملية التنبؤ، تحديد الطريقة المناسبة للتنبؤ والتي تتلاءم مع المشكلة المدروسة. إن معظم المنتجات تمر بالدورة الاقتصادية. فترتفع المبيعات

حين يكون المنتج في بداية الإنتاج، ثم تزداد بسرعة أكبر مع زيادة نمو المنتج. وبعد بضع سنوات يصل المنتج إلى مرحلة النضج، وفي هذه المرحلة تكون المنافسة قاسية، حتى أن المنتج قد يتقادم، وتأخذ المبيعات في التناقص. ويتعين على الإدارة أن تختار الطريقة المناسبة للتنبؤ في كل مرحلة من مراحل الإنتاج.

فقبل البدء بعملية الإنتاج، يمكن استخدام طريقة مسح السوق، وعندما تتوفر البيانات التاريخية الكافية يمكن الاعتماد على طرائق تحليل السلاسل الزمنية، ثم حين تصبح العلاقات بين العوامل المؤثرة في المبيعات مفهومة بدرجة كافية، تصبح الطرائق الترابطية والسببية هي الأكثر ملائمة. وأخيرا، كلما اتجه المنتج أكثر نحو مرحلة النضج، قد تصبح الطرائق النوعية هي الملائمة.

لاختيار الطريقة المناسبة، نستعين ببعض المعايير التي تساعدنا في عملية التقييم ومن ثم الاختيار حسب الظروف وخصائص المشكلة المدروسة.

سنتطرق في هذا الفصل إلى مدخلين مختلفين لكل منهما معاييره الخاصة التي نستطيع من خلالها اختيار طريقة التنبؤ المناسبة.

المدخل الأول

اختيار طريقة التنبؤ التي تتناسب وخصائص المشكلة المدروسة. ولتحديد هذه الطريقة من بين الطرائق المتاحة، نأخذ بعين الاعتبار العوامل التالية:

أ) **الفترة الزمنية**: والمقصود بها الفترة الزمنية التي تغطيها الظاهرة المدروسة أو تمتد آثارها إليها. أي أن نحدد طول الفترة الزمنية: قصيرة أو متوسطة أو طويلة. وبشكل عام فإن طول الفترة الزمنية يصنف على النحو التالي:

- مدى قريب أو قصير ويمتد ما بين شهر إلى ثلاثة أشهر، ويفضل استخدام الطرائق النوعية أو طرائق التمهيد الأسي أو المتوسطات المتحركة، وهذه الطرائق غالبا تكون نتائجها دقيقة في هذا المجال، لكن هذا لا يمنع من أن تحدث أحداث غير متوقعة كحريق أو فيضان أو أزمة سياسية تجعل التنبؤات بعيدة عن الواقع.

- مدى متوسط ويمتد ما بين ثلاثة أشهر إلى سنة، ويفضل استخدام طرائق التمهيد الأسي أو تحليل السلاسل الزمنية.
- مدى بعيد أو طويل ويمتد من سنة إلى أكثر، ويفضل استخدام طرائق تحليل السلاسل الزمنية أو الانحدار. وبشكل عام يكون التنبؤ في هذا المجال أقل دقة، حيث كلما زادت طول فترة التنبؤ كلما زاد احتمال حدوث متغيرات كبيرة وبالتالي قلت دقة التنبؤ وبالعكس تزداد دقة التنبؤ كلما قصرت فترته، فلا زال من الصعب التنبؤ بطول فترة البطالة والركود الاقتصادي ومدة هذا الركود.

ويستخدم التنبؤ البعيد أو الطويل في بناء الاستراتيجيات البعيدة للشركة وفي إعداد خطط تصدير المنتجات وإنتاج منتجات جديدة. وأهم تحد في هذا المجال هو التنبؤ بالاختراعات الجديدة لأنها تؤثر على الجانب الإنتاجي والاقتصادي والتسويقي وعلى مستقبل الشركة ككل.

ب) **طبيعة الظاهرة المدروسة**: لمعرفة أهمية هذه الظاهرة ومدى توفر المعلومات الإحصائية عنها. فمثلا إذا كان المطلوب هو التنبؤ بالمبيعات لشركة معينة، فيجب أولا تحديد عدد منتجات هذه الشركة، فإذا كانت كثيرة ومتنوعة فقد يكون من الأفضل استخدام طرائق التمهيد. أما إذا كانت تنتج منتجا واحدا أو منتجين فربما من الأفضل استخدام طرائق الانحدار أو تحليل السلاسل الزمنية إذا توفرت البيانات الكافية. أما إذا لم تتوفر البيانات فالأفضل استخدام طرائق التنبؤ النوعية.

جـ) **الاستقرار**: أي مدى استقرار الظاهرة المدروسة، أو بعبارة أخرى ما هي نوعية التغيرات التي تتعرض لها الظاهرة المدروسة؟

إذا كانت البيانات موسمية فيمكن تطبيق كل الطرائق، ويفضل في هذه الحالة اللجوء إلى الطرائق البسيطة لإزالة التغيرات الموسمية كطريقة تحليل السلاسل الزمنية التقليدية. أي أن التغيرات الموسمية لا تعتبر مشكلة وبالتالي يصبح الاختيار بين النماذج

التي تعالج باقي مركبات السلسلة الزمنية حسب بيانات الظاهرة المدروسة. وبشكل عام، كلما كانت التغيرات العشوائية كبيرة كلما يفضل استخدام نماذج بسيطة، وكلما كان الاتجاه العام هو الغالب كلما يفضل استخدام الطرائق الأكثر تعقيدا كنماذج بوكس- جنكنز أو نماذج الاقتصاد القياسي.

المدخل الثاني

دراسة خصائص طرائق التنبؤ المختلفة واختيار الطريقة المناسبة للحالة المدروسة ولظروف الشركة. أي أننا ندرس الخصائص المهمة لأساليب التنبؤ المختلفة ونختار الأسلوب الذي تتوافق خصائصه مع ظروف المشكلة المدروسة. ونذكر فيما يلي بعض الخصائص الهامة لطرائق التنبؤ المختلفة:

أ) **توفر البيانات ونوعها:** إذا توفرت البيانات السابقة يمكن استخدام إحدى الطرائق الكمية. ويجب التنويه أن فترة البيانات ليس بالضرورة أن تكون طويلة أو كاملة ففي بعض الحالات يمكن الاكتفاء بعدد محدود من السنوات أو الأشهر حسب ما سنرى لاحقا، لكن دقة البيانات أمر هام جدا.

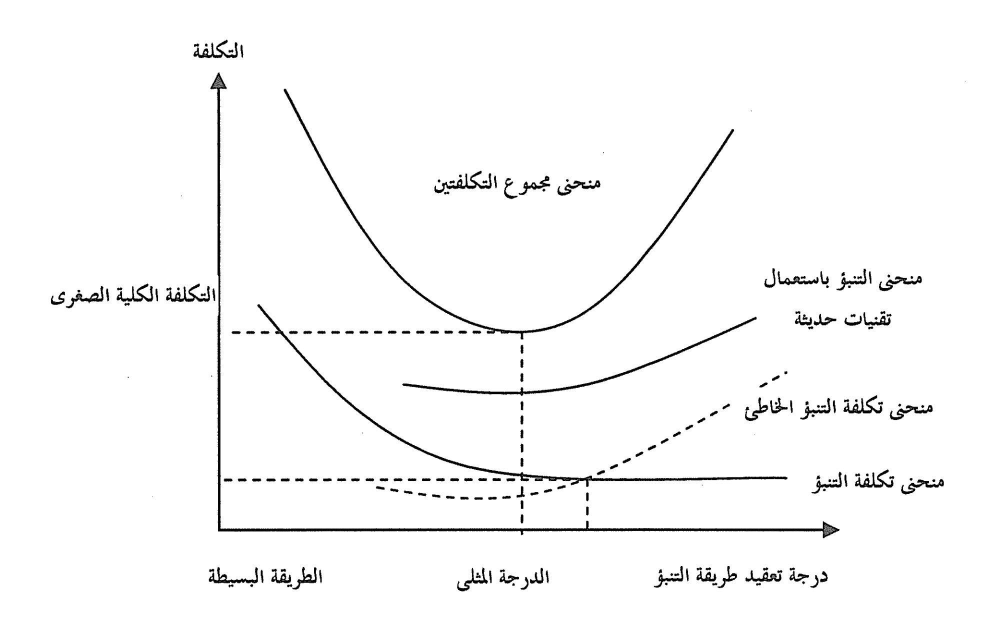
يقصد بنوع البيانات هل هي سنوية؟ أم فصلية؟ أم شهرية؟... إلخ. بشكل عام كلما زادت فترة السلسلة الزمنية كلما قلت التغيرات العشوائية، فمثلا البيانات السنوية تكون فيها التغيرات العشوائية أقل من البيانات الشهرية، لذلك يفضل استخدام النماذج التي تهتم بالاتجاه العام في البيانات السنوية وتتجاهل التغيرات العشوائية والدورية وتركز على التزايد أو التناقص على المدى البعيد. في المقابل، البيانات اليومية تكون التغيرات العشوائية فيها هي الغالبة بينما يكون الاتجاه العام غير واضح أو غير موجود. في مثل هذه الحالة يفضل استخدام طرائق التمهيد الأسي لعزل هذه التغيرات. أما البيانات الفصلية فتكون بين هذه وتلك من حيث غلبة الاتجاه العام والتغيرات العشوائية. غالبا، تظهر البيانات الفصلية تقلبات دورية وموسمية شديدة، لذلك يفضل في هذه الحالة استخدام طرائق أكثر تعقيدا تستطيع أن تميز وتستخلص أغلب مركبات السلسلة الزمنية.

ب) الميزانية: تعتبر تكلفة الطريقة التي سوف تستخدم في عملية التنبؤ من العناصر الرئيسة التي تهتم بها الإدارة، وتستخدم كأحد المعايير في تقييم طرائق التنبؤ. وترتبط تكلفة طريقة التنبؤ مباشرة بالمقدرة المالية للشركة، ومدى أهمية الظاهرة التي نريد التنبؤ بها. فعندما تكون الميزانية محدودة يفضل استخدام طريقة بسيطة للتنبؤ ولو كانت نتائجها غير دقيقة. أما إذا كانت الظاهرة مهمة جدا للشركة فيفضل استخدام طريقة معقدة ولو كانت مكلفة.

عادة، تفضل الإدارة استعمال طريقة التنبؤ التي توازن بين تخفيض تكلفة عملية التنبؤ وتكلفة التنبؤ غير الدقيق. وتشمل تكاليف التنبؤ غير الدقيق التكاليف المترتبة على القرار الخاطئ، مثلا تكاليف تخزين أكثر أو أقل من اللازم أو توظيف أقل أو أكثر من المطلوب... إلخ.

هذا التوازن موضح بالشكل رقم (١,٢)، حيث يلاحظ وجود علاقة طردية بين تكلفة طريقة التنبؤ وطريقة التنبؤ المستخدمة وعلاقة عكسية بين تكلفة طريقة التنبؤ وتكلفة التنبؤ الخاطئ، فكلما كانت طريقة التنبؤ بسيطة كانت تكلفتها قليلة، لكن تكلفة التنبؤ الخاطئ في هذه الحالة تكون كبيرة والعكس بالعكس، أي كلما كانت طريقة التنبؤ معقدة كانت تكلفتها أكبر، لكن تكلفة التنبؤ الخاطئ تكون قليلة، والتنبؤ الأمثل هو الذي يؤدي إلى أقل قيمة لمجموع التكلفتين (تكلفة طريقة التنبؤ المستخدمة وتكلفة التنبؤ الخاطئ). لكن هذه التكاليف صعبة القياس، وبالتالي فإن الطريقة المثلى صعبة التحديد.

إن إدخال الحاسوب وبرامج التنبؤ قللت بشكل كبير التكلفة والوقت اللازمين للتنبؤات الإحصائية باستعمال البيانات السابقة، ولذلك أصبحت معظم الشركات تميل إلى اختيار طرق تنبؤ معقدة، أي إلى اليمين من الشكل التالي:



الشكل رقم (١,٢). تحديد طريقة التنبؤ المثلى.

جـ) الدقة المطلوبة: إن لكل طريقة من طرائق التنبؤ مستوى معين من الدقة. وفي بعض طرائق التنبؤ تحدد نسبة معينة لاحتمال انحراف قيم التنبؤ عن القيم الفعلية. وغالبا ما ترتبط دقة طريقة التنبؤ بتكلفتها ارتباطا طرديا. وتعتمد عملية اختيار طريقة التنبؤ المناسبة على نسبة الخطأ الذي تقبل به الإدارة كحد أقصى وعلى الإمكانات المادية المتاحة والمخصصة لعملية التنبؤ.

بشكل عام، إذا كانت الدقة المطلوبة من التنبؤ عالية فيفضل استخدام طريقة معقدة وذات تكلفة عالية. وعادة فإن التنبؤات في المدى البعيد لا تتطلب دقة عالية، بينما التنبؤات في المدى القريب تتطلب دقة عالية لأن الخطط التفصيلية تبنى على هذه التنبؤات.

د) شكل التغير في البيانات: ينبغي التعرف على نوعية التغيرات في البيانات المدروسة، هل هي تغيرات مستقرة أم مضطربة؟ هل هذه التغيرات صاعدة أم هابطة؟ وهذا يساعد على تحديد النموذج الرياضي المناسب لهذه البيانات.

بشكل عام، تستخدم نماذج التمهيد الأسي أو نماذج بوكس- جنكنز، وبشكل خاص نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية إذا كانت البيانات متغيرة بشكل حاد.

هـ) الزمن المتاح: تتأثر عملية اختيار الطريقة المناسبة للتنبؤ بالمدة الزمنية المتاحة للباحث، فكلما كانت هذه المدة طويلة كلما كان الباحث يملك حرية أكبر في اختيار الطريقة المناسبة للتنبؤ. أما إذا كانت المدة المتوفرة قصيرة فإن الباحث قد يختار طريقة غير مناسبة ولكنها تلائم الزمن المتاح وتعطي تقديرات سريعة بغض النظر عن دقة هذه التقديرات.

وتجدر الملاحظة أن أغلب الإدارات تطعم تنبؤاتها الكمية بجرعات كبيرة أو صغيرة حسب الظروف من التنبؤات الحدسية التي لا بد منها في بعض الحالات حتى ولو كان هذا الأسلوب غير علمي، والحياة العملية مليئة بمثل هذه الحالات.

(١,١٣) مستقبل التنبؤ

ستتأثر عملية التنبؤ في المستقبل حتما بالتغيرات الكبيرة الحاصلة والتي سوف تحصل في مجال المعلومات، وخاصة في مجال انخفاض تكاليف أجهزة الحاسب الآلي وإمكانية تخزين كم هائل من البيانات في هذه الأجهزة نظرا لزيادة قدرة هذه الأجهزة على التخزين وترابط مصادر البيانات من خلال شبكة المعلومات الدولية، مما سيسهل الوصول إلى أية قاعدة بيانات في أي مكان من العالم. يضاف إلى ذلك تطوير البرامج التطبيقية القادرة على تحليل البيانات واستخراج المؤشرات الإحصائية وتنفيذ أغلب عمليات التنبؤ. إن كل هذه المتغيرات ستؤثر إيجابيا على عملية التنبؤ في المستقبل.

كما أن تراكم المعلومات والخبرة ستؤثر أيضا على مستقبل عملية التنبؤ وتجعل نتائج التنبؤات أكثر دقة وأقرب إلى الواقع.

كما أن إمكانية اتصال الخبراء ببعضهم البعض عن طريق شبكات المعلومات ستسهل من عملية تبادل الآراء وإغناء عملية التنبؤ، حيث يمكن لكل خبير في مجال التنبؤ أن يضع خبرته على شبكة المعلومات وبالتالي يمكن للآخرين الاستفادة منها. وهذا التواصل سيقلل من احتمالية الانحياز أو فرض شخص معين هيمنته على الآخرين، أي أن التنبؤ في المستقبل سيصبح أكثر جماعية من الآن، نظرا لتراكم المعلومات والخبرات وتوفرها لكل من يريد الاستفادة منها.

من المتوقع أيضا، أن تدخل في عملية التنبؤ اعتبارات أخرى غير البيانات التاريخية، كالتقلبات الاقتصادية وقوى العرض والطلب وأذواق المستهلكين وقوتهم الشرائية ورغباتهم في التغيير، وهذا يتطلب استخدام أكثر من طريقة في التنبؤ، وربما تصبح هناك حزمة من طرائق التنبؤ منها الكمي ومنها النوعي وربما الحدسي أيضا.

بعد أن تعرفنا على أهمية التنبؤ الإداري وخصائصه، لنتعرف على بعض الطرائق المستخدمة في هذا التنبؤ، وخاصة الطرائق الكمية موضوع الفصول القادمة.

أسئلة وتطبيقات

١- عرف التنبؤ الإداري واذكر العناصر الأساسية له.

٢- ما الفرق بين التنبؤ الناجح والتنبؤ المفيد؟

٣- ما الفرق بين المتغيرات الداخلية والمتغيرات الخارجية؟ وبمن يرتبط كل منهما؟

٤- ما أهم أقسام المؤسسة التي يستخدم فيها التنبؤ؟

٥- ما خصائص التنبؤ؟

٦- عرف طرائق التنبؤ النوعية ، ثم عدد أنواعها.

٧- ما المقصود برأي الخبرة؟

٨- اشرح أسلوب دلفي The Delphi Technique في التنبؤ.

٩- عرف نظم الاجتماعات الإلكترونية EMS.

١٠- عدد واشرح طرائق العد المستخدمة في التنبؤ الإداري.

١١- ما الفرق بين مسح السوق Market Survey والمسح الصناعي Industrial Survey؟

١٢- عرف السلسلة الزمنية ثم اذكر أهم طرائق تحليل السلاسل الزمنية.

١٣- عرف الطرائق الترابطية والسببية ثم اذكر أهم أنواعها.

١٤- اذكر باختصار مزايا وحدود طرائق التنبؤ ومجال استخدام كل منها.

١٥- عدد واشرح باختصار الخطوات الأساسية التي تتألف منها الطرائق الكمية.

١٦- ما أكثر طرائق التنبؤ ألفة وما هي الطرائق غير المألوفة من قبل المستخدمين؟

١٧- رتب طرائق التنبؤ التالية حسب درجة رضا المستخدمين:

أ) الطرائق النوعية.

ب) طرائق المتوسطات المتحركة.

جـ) طرائق التمهيد الأسي.

د) طرائق تحليل السلاسل الزمنية.

هـ) طرائق الانحدار.

و) نماذج بوكس- جنكنز.

١٨- ما أكثر طرائق التنبؤ استخداما في المدى القريب؟

١٩- ما أكثر طرائق التنبؤ استخداما في المدى المتوسط؟

٢٠- ما أكثر طرائق التنبؤ استخداما في المدى البعيد؟

٢١- ما أكثر طرائق التنبؤ استخداما في المنشآت الصغيرة؟

٢٢- ما أكثر طرائق التنبؤ استخداما في المنشآت المتوسطة؟

٢٣- ما أكثر طرائق التنبؤ استخداما في المنشآت الكبيرة؟

٢٤- ما أكثر طرائق التنبؤ دقة؟

٢٥- كيف يمكن زيادة فاعلية التنبؤ؟

٢٦- كيف يمكن اختيار طريقة التنبؤ المناسبة للظاهرة المدروسة؟

٢٧- كيف تصنف طول الفترة الزمنية المستخدمة في التنبؤ؟

٢٨- عادة، تفضل الإدارة استعمال طريقة التنبؤ التي توازن بين تخفيض تكلفة عملية التنبؤ وتكلفة التنبؤ غير الدقيق. اشرح هذا المفهوم مستعينا بالرسم.

٢٩- اذكر طريقة التنبؤ المناسبة لكل حالة من الحالات التالية معللا السبب الذي اعتمدت عليه في عملية الاختيار:

أ) إذا كانت البيانات الكمية غير متوفرة أو لا يمكن استخدامها.

ب) إذا كان الوقت المتاح لعملية التنبؤ قصيرا.

جـ) إذا كان المنتج جديدا.

د) إذا كنا نريد التنبؤ بتقدم تقني غير مسبوق.

هـ) إذا كان المنتج غير موجود ولكن موجود شبيه به كالهاتف الجوال مثلا.

و) إذا كان عدد المنتجات المراد التنبؤ بها كبيرا جدا.

ز) إذا توفرت البيانات الكمية وكان عدد المنتجات محدودا.

ح) إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة.

ط) إذا كانت السلسلة الزمنية غير مستقرة وفيها تقلبات كبيرة.

ي) إذا كانت الميزانية المخصصة لعملية التنبؤ محدودة.

ك) إذا اشترطت الإدارة دقة معينة للتنبؤ.

٣٠- اشرح أوجه الاختلاف والتشابه بين طرائق التنبؤ الكمية والنوعية.

٣١- ما مستقبل التنبؤ برأيك؟

الفصل الثاني

استخدام نماذج الانحدار البسيط في التنبؤ الإداري

(٢,١) مقدمة

يستخدم تحليل الانحدار كأداة إحصائية لتقدير العلاقة بين متغيرين كميين أو أكثر، للتنبؤ بقيم أحد المتغيرين عند تغير المتغير الآخر. فمثلا، قد يهتم مدير التسويق في إحدى الشركات بالعلاقة بين حجم المبيعات وبين نفقات الدعاية والإعلان. كذلك قد يهتم أحد الباحثين بالعلاقة بين المعدل التراكمي للطلاب في المرحلة الثانوية ومعدلهم التراكمي في الجامعة. كما قد يهتم مدير الأفراد بإحدى الشركات بالعلاقة بين درجات اختبار القدرات للعاملين في الشركة وبين أدائهم في العمل. أو قد نرغب بدراسة العلاقة بين الطول والوزن... إلخ. فإذا وجدت علاقة بين المتغيرين، فإننا قد نرغب في تحديد درجة قوة هذه العلاقة. كذلك قد نرغب في التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين باستخدام قيمة المتغير الآخر.

(٢,٢) مفهوم الانحدار

تهدف أساليب الانحدار إلى التوصل إلى معادلة لتمثيل البيانات المتاحة. ويمكن استخدام هذه المعادلة في التقدير والتنبؤ. تكتب هذه المعادلة على الشكل التالي:

$$y = f(x)$$

يسمى المتغير الذي نريد تقديره أو التنبؤ به بالمتغير التابع Dependent variable، بينما يسمى المتغير الآخر بالمتغير المستقل Independent variable. ويمكن أن تكون العلاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل علاقة خطية أو غير خطية وسنقتصر دراستنا في هذا الفصل على العلاقة الخطية فقط. كما يمكن أن تعبر هذه العلاقة عن انحدار بسيط أو متعدد. في الانحدار البسيط Simple Regression يوجد متغيران فقط، أحدهما تابع والآخر مستقل. أما في الانحدار المتعدد Multiple Regression فيوجد متغير تابع واحد بالإضافة إلى متغيرين مستقلين أو أكثر. سنستعرض في هذا الفصل نموذج الانحدار البسيط وفي الفصل القادم سنبحث في الانحدار المتعدد.

يطلق على العلاقة السابقة علاقة دالية لأنها توضح العلاقة التامة بين المتغيرين، وعندما تكون العلاقة غير تامة يعبر عنها بالعلاقة:

$$y = f(x, \varepsilon)$$

حيث ε هو متغير عشوائي أو حد الخطأ أو اختصارا الخطأ حيث نفترض أنه يحقق الفروض التالية: قيمته المتوقعة تساوي الصفر $E(\varepsilon) = 0$ وتباينه ثابت ومتجانس $V(\varepsilon^2) = \sigma_\varepsilon^2$ وحدوده غير مرتبطة ذاتيا $Cov(\varepsilon_t \varepsilon_t') = 0; t \neq t'$ وغير مرتبط بالمتغير المستقل ويتبع التوزيع الطبيعي*.

(٢,٣) شكل الانتشار

يعتبر شكل الانتشار الخطوة الأولى في التوصل إلى معادلة الانحدار. حيث يصور شكل الانتشار العلاقة بين المتغيرين وبالتالي يساعدنا على تحديد نوع المعادلة التي تناسب البيانات المتاحة. وللحصول على شكل الانتشار يستخدم المحور الأفقي لتمثيل المتغير المستقل، كما يستخدم المحور الرأسي لتمثيل المتغير التابع.

* هذه الفروض سنعتبرها محققة في فصول الكتاب التالية.

(٢,٤) الانحدار الخطي البسيط

بشكل عام تكتب معادلة الانحدار البسيط على الشكل التالي :

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t \qquad (٢,١)$$

حيث ترمز y_t إلى المتغير التابع.

و x_t إلى المتغير المستقل.

و ε_t يمثل المتغير أو الخطأ العشوائي.

و β_0 إلى النقطة التي يتقاطع عندها خط الانحدار مع المحور الرأسي. بتعبير آخر يمثل قيمة المتغير التابع عندما يأخذ المتغير المستقل القيمة صفر.

و β_1 إلى ميل خط الانحدار، أي مقدار التغير في y عندما يتغير x بمقدار وحدة واحدة فقط.

$t = 1,2,.....,n$ عدد المشاهدات.

وللتوصل إلى معادلة الانحدار لا بد من تقدير قيمة β_0 و β_1.

إن الهدف الأساسي من دراسة معادلة الانحدار بين متغيرين هو التنبؤ بطريقة دقيقة بقيمة أحد المتغيرين باستخدام قيمة المتغير الآخر. فمثلا ، إذا استطعنا تحديد العلاقة بين الناتج القومي الإجمالي وبين الصادرات في فترة سابقة ، فإنه يمكننا تقدير الناتج القومي الإجمالي في فترة قادمة بطريقة دقيقة باستخدام هذه العلاقة. كذلك إذا استطعنا تحديد العلاقة بين المعدلات التراكمية للطلبة في المرحلة الثانوية وبين معدلاتهم التراكمية في الجامعة ، فإنه يمكننا أن نقدر معدل الطالب التراكمي في الجامعة باستخدام معدله التراكمي في المرحلة الثانوية. كذلك يمكن التنبؤ بمدى إمكانية إصابة أسنان الأطفال بالتسوس إذا استطعنا تحديد العلاقة بين هذه الإصابة ونوعية الغذاء الذي يتناوله الأطفال.

تجدر الملاحظة أن العلاقة بين أي متغيرين ليست بالضرورة علاقة سببية تامة أو كاملة. فالعلاقة السببية التامة تعني أن المتغير المستقل هو السبب وأن المتغير التابع هو

النتيجة. ففي علاقة كمية السماد المستخدم وكمية القمح التي نحصل عليها العلاقة سببية ، لكننا لا نستطيع القول بأن الناتج القومي الإجمالي هو نتيجة للصادرات فقط ، فقد يكون نتيجة لأكثر من متغير كالواردات وعدد السكان وغيره. كذلك لا يمكن التأكيد بوجود علاقة سببية بين تسوس الأسنان وطبيعة الغذاء ، فمن الممكن أن يكون هناك سبب آخر غير الغذاء يؤثر في تسوس الأسنان كالعامل الوراثي مثلا. فبعض العلاقات تكون سببية تامة وبعضها الآخر سببي لكنه غير تام لذلك ندخل متغيرا عشوائيا ليعبر عن المتغيرات الأخرى التي تؤثر في المتغير التابع غير المتغير (أو المتغيرات) المستقل المدروس.

بعد استخدام البيانات المتاحة عن المتغيرين للتوصل إلى معادلة الانحدار ، نقوم بتحديد قوة هذه العلاقة. ولقياس درجة الارتباط بين المتغيرين نستخدم معامل الارتباط Coefficient of correlation الذي يحدد كثافة العلاقة الخطية.

مثال (١): ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل الناتج القومي الإجمالي والصادرات والواردات وعدد السكان خلال الفترة ١٩٦٧-١٩٩٤م في المملكة العربية السعودية. والمطلوب رسم شكل الانتشار الممثل للعلاقة بين الصادرات x والناتج القومي الإجمالي y ثم تقدير قيم y بمعرفة قيم x المناظرة.

الجدول رقم (٢,١). الناتج القومي الإجمالي والصادرات والواردات وعدد السكان خلال الفترة ١٩٦٧-١٩٩٤م في المملكة العربية السعودية.

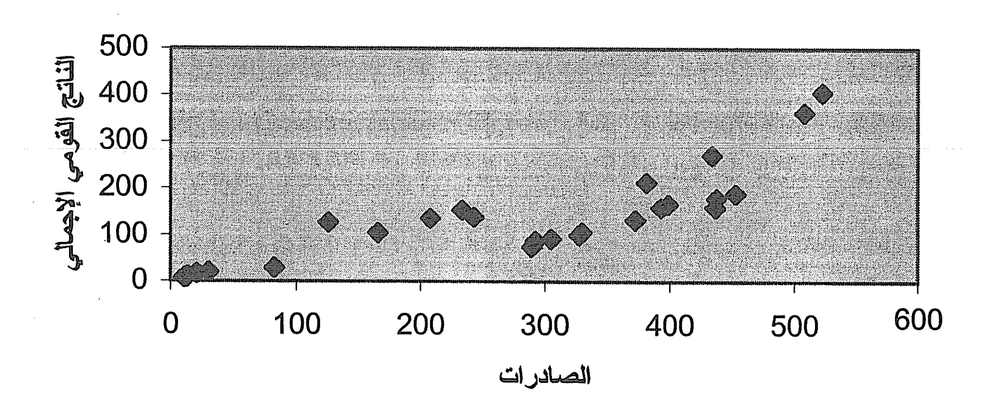
السنة	الناتج القومي الإجمالي (مليار ريال)	الصادرات (مليار ريال)	الواردات (مليار ريال)	عدد السكان (مليون نسمة)
١٩٦٧	١٠,٤٣	٨,٠٣	٢,٢٠	٥,٧
١٩٦٨	١١,٤٥	٨,٧٥	٢,٨٠	٥,٨٦
١٩٦٩	١٢,٧٣	٩,٢٤	٣,٣٦	٦,٠٣
١٩٧٠	١٣,٥٧	١٠,٦٧	٣,٢٠	٦,٢
١٩٧١	٢٠,٥٩	١٧,٢٧	٣,٦٧	٦,٣٨

تابع الجدول رقم (١,٢).

السنة	الناتج القومي الإجمالي (مليار ريال)	الصادرات (مليار ريال)	الواردات (مليار ريال)	عدد السكان (مليون نسمة)
١٩٧٢	٣٠,١٥	١٩,٧٨	٤,٧١	٦,٥٧
١٩٧٣	٨٢,٣٥	٢٨,٩٢	٧,٣١	٦,٧٦
١٩٧٤	١٢٥,٤٠	١٢٦,٢٢	١٠,١٥	٦,٩٦
١٩٧٥	١٦٥,٣٩	١٠٤,٤١	١٤,٨٢	٧,٢٥
١٩٧٦	٢٠٧,٧٢	١٣٥,١٥	٣٠,٦٩	٧,٦٢
١٩٧٧	٢٣٣,٦٢	١٥٣,٢١	٥١,٦٦	٨,٠٦
١٩٧٨	٢٤٢,٩٠	١٣٨,٢٤	٦٩,١٨	٨,٤٩
١٩٧٩	٣٨١,٠٦	٢١٣,١٨	٢٨,٢٢	٨,٩٣
١٩٨٠	٥٠٨,٤٢	٣٦٢,٨٩	١٠٠,٣٥	٩,٣٧
١٩٨١	٥٢٢,٩٠	٤٠٥,٤٨	١١٩,٣٠	٩,٨١
١٩٨٢	٤٣٣,٣٩	٢٧١,٠٩	١٣٩,٣٤	١٠,٢٥
١٩٨٣	٣٩٢,٤٦	١٥٨,٤٤	١٣٥,٤٢	١١,١٧
١٩٨٤	٣٧٢,٣٤	١٣٢,٣٠	١١٨,٧٨	١١,٩٨
١٩٨٥	٣٢٧,٥٣	٩٩,٥٤	٨٥,٥٦	١٢,٦٥
١٩٨٦	٢٨٩,٦٧	٧٤,٧٥	٧٠,٧٨	١٣,٣٦
١٩٨٧	٢٩٢,٨٤	٨٦,٨٨	٧٥,٣١	١٣,٦١
١٩٨٨	٣٠٥,٠٨	٩١,٢٩	٨١,٦٠	١٤,٠٢
١٩٨٩	٣٢٩,٥٢	١٠٦,٢٩	٧٩,٢٨	١٤,٤٣
١٩٩٠	٣٩٨,٥٢	١٦٦,٣٤	٩٠,٢٨	١٤,٨٧
١٩٩١	٤٣٧,١٦	١٧٩,٠٠	١٠٨,٩٣	١٦,٤٩
١٩٩٢	٤٥٢,٧٨	١٨٨,٣٠	١٢٤,٦١	١٦,٨٢
١٩٩٣	٤٣٦,٦٦	١٥٨,٧٧	١٠٥,٦٢	١٧,١٢
١٩٩٤	٤٣٥,٩٩	١٥٩,٥٩	٨٧,٤٢	١٧,٤٥

المصدر: الإحصاءات المالية العالمية، صندوق النقد الدولي عام ١٩٩٧م.

بتمثيل كل زوج من القيم المشاهدة (y_t, x_t) من أجل : $t = 1,2,.....,28$ ، باعتبار السنة ١٩٦٦م بدء الزمن ، في المستوي نحصل على الشكل التالي :



الشكل رقم (٢,١). يمثل الشكل انتشار الناتج القومي والصادرات السعودية خلال الفترة ١٩٦٧–١٩٩٤م.

نلاحظ من الشكل رقم (٢,١) وجود علاقة خطية موجبة بين قيم x و y ، وأنه يمكن تمثيل هذه العلاقة بخط مستقيم. وبما أن هناك إمكانية لوجود عدد غير محدود من الخطوط المستقيمة التي يمكن أن تمثل هذه العلاقة ، لذلك نحاول تحديد أفضل خط من بين هذه الخطوط ، ولتحديد هذا الخط نلجأ إلى طريقة المربعات الصغرى.

(٢,٥) طريقة المربعات الصغرى العادية Least-Squares Method*

تعتمد هذه الطريقة على تمثيل البيانات المتاحة بخط مستقيم بحيث يكون مجموع مربعات انحرافات نقاط شكل الانتشار عن هذا الخط أقل ما يمكن.

---

* الإحصاء في الإدارة ، لنكولن تشاو ، تعريب عبد المرضي حامد عزام ، الرياض ، دار المريخ ، ١٤١٠ هـ ، ص ٧٧٤ وما بعدها.

في الشكل رقم (٢,١) يوجد ٢٨ نقطة، أي أن $n = 28$. كل نقطة من هذه النقاط تمثل زوجا من القيم المرتبة : $(x_1, y_1); (x_2, y_2); .....; (x_{28}, y_{28})$ ، ونريد تمثيل هذه البيانات بخط مستقيم معادلته :

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 x_t \qquad (٢,٢)$$

أي أنه توجد قيمتان للمتغير y من أجل كل قيمة من قيم x ، إحداهما هي قيمة y المشاهدة التي توجد مع قيم x في أزواج القيم المرتبة، والأخرى هي إحداثي النقطة y المناظرة لقيمة x التي تقع على الخط المستقيم، والتي نحصل عليها من المعادلة (٢,٢). بعد تعويض قيمة x فيها. فمثلا، عند النقطة x_1 توجد قيمتين للمتغير y : الأولى هي القيمة y_1 المشاهدة والموجودة في الزوج المرتب (x_1, y_1). وتسمى القيمة الفعلية أو الحقيقية، والثانية هي القيمة التي نحصل عليها من معادلة الخط المستقيم بعد تعويض قيمة x_1 فيها، أي هي القيمة : $\hat{y}_1 = b_0 + b_1 x_1$ وتسمى القيمة المقدرة. وهكذا... بالنسبة لبقية النقاط.

وبشكل عام، إذا كان لدينا n مشاهدة فإن طريقة المربعات الصغرى تسعى إلى تقليل مجموع مربعات انحرافات القيم الفعلية للمتغير التابع عن قيمها المقدرة إلى أقل قيمة ممكنة، أي :

$$f = \sum_{t=1}^{n} [y_t - \hat{y}_t]^2 = \sum_{t=1}^{n} [y_t - (b_0 + b_1 x_t)]^2 \quad \text{أقل ما يمكن} \qquad (٢,٣)$$

إن أي خط يحقق هذا الشرط يسمى خط المربعات الصغرى Least-Square Line. لذلك فإن استخدام طريقة المربعات الصغرى يؤدي إلى تمثيل البيانات المتاحة بأفضل خط ممكن، لأن مجموع مربعات انحرافات القيم الحقيقية عن الخط $\hat{y}_t = b_0 + b_1 x_t$ هو أقل ما يمكن.

تستخدم المشاهدات لتقدير نقطة تقاطع الخط المستقيم مع المحور الرأسي b_0 وميل الخط المستقيم b_1. تسمى b_0 و b_1 معالم خط الانحدار المجهولة والتي يجب تقديرها اعتمادا على بيانات العينة.

يتم الحصول على قيمتي b_0 و b_1 اللتان تجعلان مجموع مربعات الانحرافات أقل ما يمكن من الاشتقاق الجزئي للمعادلة (٢,٣) ومساواة المشتق بالصفر.

$$\frac{\partial f}{\partial b_0} = -2\sum_{t=1}^{n}[y_t - (b_0 + b_1 x_t)] = 0 \qquad (٢,٤)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_1} = -2x_t\sum_{t=1}^{n}[y_t - (b_0 + b_1 x_t)] = 0 \qquad (٢,٥)$$

يمكن كتابة العلاقتين (٢,٤) و(٢,٥) كما يلي:

$$\sum_{t=1}^{n} y_t = nb_0 + b_1\sum_{t=1}^{n} x_t \qquad (٢,٦)$$

$$\sum_{t=1}^{n} x_t y_t = b_0\sum_{t=1}^{n} x_t + b_1\sum_{t=1}^{n} x_t^2 \qquad (٢,٧)$$

تسمى المعادلتان (٢,٦) و(٢,٧) بالمعادلات الطبيعية Normal Equations ولحساب قيمتي b_0 و b_1 نحل جملة هاتين المعادلتين. وتوجد أكثر من طريقة للحل، منها طريقة التعويض المباشر وطريقة المعينات أو المحددات والطريقة المختصرة... إلخ*.

من المعادلة (٢,٦) يمكن أن نكتب:

$$b_0 = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} - \frac{b_1\sum_{t=1}^{n} x_t}{n}$$

* لمزيد من التفصيل يمكن الرجوع إلى: المدخل إلى علم الإحصاء، الدكتور أحمد رفيق قاسم والدكتور عمر حلاق، ص ٢٣٦ وما بعدها.

وإذا اعتبرنا أن :

$$\overline{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} \quad و \quad \overline{x} = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t}{n}$$ نحصل على :

$$b_0 = \overline{y} - b_1\overline{x} \tag{٢,٨}$$

ومعنى ذلك أن مستقيم الانحدار يمر من نقطة الوسطين الحسابيين.

وبتعويض قيمة b_0 في المعادلة (٢,٧) نحصل على :

$$\sum_{t=1}^{n} x_t y_t = (\overline{y} - b_1\overline{x})\sum_{t=1}^{n} x_t + b_1 \sum_{t=1}^{n} x_t^2$$

$$\Rightarrow b_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t y_t - \overline{y}\sum_{t=1}^{n} x_t}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2 - \overline{x}\sum_{t=1}^{n} x_t} \tag{٢,٩}$$

وباعتبار أن : $\sum x = n\overline{x}$ وبتقسيم البسط والمقام على n نحصل على العلاقة التالية :

$$b_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t y_t - n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2 - n\overline{x}^2} \tag{٢,١٠}$$

ويمكن الحصول على صيغ مختلفة لحساب المعلمة b_1 منها :

$$b_1 = \frac{n\sum_{t=1}^{n} x_t y_t - \sum_{t=1}^{n} x_t \sum_{t=1}^{n} y_t}{n\sum_{t=1}^{n} x_t^2 - (\sum_{t=1}^{n} x_t)^2} \tag{٢,١١}$$

التي تستخدم في التطبيقات العملية.

ولحساب قيمتي b_0 و b_1 ننشئ الجدول المساعد التالي :

الجدول رقم (٢،٢). الجدول المساعد لحساب معالم نموذج الانحدار الخاص بالناتج القومي الإجمالي السعودي.

السنوات	y_t	x_t	$x_t y_t$	y_t^2	x_t^2	$x_t-\bar{x}$	$(x_t-\bar{x})^2$	$y_t-\bar{y}$	$(y_t-\bar{y})^2$	$(x_i-\bar{x})*(y_i-\bar{y})$
١٩٦٧	١٠,٤	٨,٠	٨٣,٨	١٠٨,٩	٦٤,٥	١٢١,٠-	١٤٦٥٠,٧	٢٥٦,٥	٦٥٧٦٦,٦	٣١٠٤٠,٧
١٩٦٨	١١,٥	٨,٨	١٠٠,٢	١٣١,١	٧٦,٦	١٢٠,٣	١٤٤٧٦,٩	٢٥٥,٤	٦٥٢٤٤,٥	٣٠٧٣٣,٣
١٩٦٩	١٢,٧	٩,٢	١١٧,٦	١٦٢,١	٨٥,٤	١١٩,٨	١٤٣٥٩,٢	٢٥٤,٢	٦٤٥٩٢,٢	٣٠٤٥٤,٨
١٩٧٠	١٣,٦	١٠,٧	١٤٤,٨	١٨٤,٢	١١٣,٨	١١٨,٤	١٤٠١٨,٦	٢٥٣,٣	٦٤١٦٦,٠	٢٩٩٩١,٩
١٩٧١	٢٠,٦	١٧,٣	٣٥٥,٦	٤٢٤,٠	٢٩٨,٣	١١١,٨	١٢٤٩٩,٢	٢٤٦,٣	٦٠٦٥٨,٨	٢٧٥٣٥,٢
١٩٧٢	٣٠,٢	١٩,٩	٥٩٦,٤	٩٠٩,٠	٣٩١,٣	١٠٩,٣	١١٩٤٤,٣	٢٣٦,٧	٥٦٠٤١,١	٢٥٨٧٢,٢
١٩٧٣	٨٢,٤	٢٨,٩	٢٣٨١,٧	٦٧٨١,٥	٨٣٦,٤	١٠٠,٢	١٠٠٣٠,٠	١٨٤,٥	٣٤٠٥١,٣	١٨٤٨٠,٧
١٩٧٤	١٢٥,٤	١٢٦,٢	١٥٨٢٨,٠	١٥٧٢٥,٢	١٥٩٣١,٥	٢,٩	٨,١	١٤١,٥	٢٠٠١٦,٦	٤٠٣,٢
١٩٧٥	١٦٥,٤	١٠٤,٤	١٧٢٦٨,٤	٢٧٣٥٣,٩	١٠٩٠١,٤	٢٤,٧	٦٠٨,١	١٠١,٥	١٠٣٠٠,٢	٢٥٠٢,٧
١٩٧٦	٢٠٧,٧	١٣٥,٢	٢٨٠٧٣,٤	٤٣١٤٧,٦	١٨٢٦٥,٥	٦,١	٣٧,٠	٥٩,٢-	٣٤٩٩,٩	٣٥٩,٧-
١٩٧٧	٢٣٣,٦	١٥٣,٢	٣٥٧٩٢,٩	٥٤٥٧٨,٣	٢٣٤٧٣,٣	٢٤,١	٥٨٢,٧	٣٣,٣-	١١٠٦,٢	٨٠٢,٩-
١٩٧٨	٢٤٢,٩	١٣٨,٢	٣٣٥٧٨,٥	٥٩٠٠٠,٤	١٩١١٠,٣	٩,٢	٨٤,١	٢٤,٠-	٥٧٥,٠	٢١٩,٩-
١٩٧٩	٣٨١,١	٢١٣,٢	٨١٢٣٤,٤	١٤٥٢٠٧,٠	٤٥٤٤٥,٧	٨٤,١	٧٠٧٤,٥	١١٤,٢	١٣٠٣٧,١	٩٦٠٣,٧
١٩٨٠	٥٠٨,٤	٣٦٢,٩	١٨٤٥٠١,٠	٢٥٨٤٩١,٠	١٣١٦٨٩,٠	٢٣٣,٨	٥٤٦٧١,٨	٢٤١,٥	٥٨٣٤١,٦	٥٦٤٧٦,٩
١٩٨١	٥٢٢,٩	٤٠٥,٥	٢١٢٠٢٥,٠	٢٧٣٤٢٤,٠	١٦٤٤١٤,٠	٢٧٦,٤	٧٦٤٠٢,٥	٢٥٦,٠	٦٥٥٤٦,٢	٧٠٧٦٦,٥

تابع الجدول رقم (٢,٢).

السنوات	y_t	x_t	$x_t y_t$	y_t^2	x_t^2	$x_t - \bar{x}$	$(x_t - \bar{x})^2$	$y_t - \bar{y}$	$(y_t - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})*(y_t - \bar{y})$
١٩٨٢	٤٣٣,٤	٢٧١,١	١١٧٤٨٨,٠	١٨٧٨٢٧,٠	٧٣٤٨٩,٨	١٤٢,٠	٢٠١٦٩,٧	١٦٦,٥	٢٧٧٢٥,٦	٢٣٦٤٧,٨
١٩٨٣	٣٩٢,٥	١٥٨,٤	٦٢١٨١,٤	١٥٤٠٢٥,٠	٢٥١٠٣,٢	٢٩,٤	٨٦٢,٦	١٢٥,٦	١٥٧٧٠,٣	٣٦٨٨,٣
١٩٨٤	٣٧٢,٣	١٣٢,٣	٤٩٢٦٠,٦	١٣٨٦٣٧,٠	١٧٥٠٣,٣	٣,٢	١٠,٤	١٠٥,٥	١١١٢١,٨	٣٤٠,٦
١٩٨٥	٣٢٧,٥	٩٩,٥	٣٢٦٠٢,٣	١٠٧٢٧٦,٠	٩٩٠٨,٢	٢٩,٥	٨٧٢,٠	٦٠,٧	٣٦٧٨,٤	١٧٩١,٠-
١٩٨٦	٢٨٩,٧	٧٤,٨	٢١٦٥٢,٨	٨٣٩٠٨,٧	٥٥٨٧,٦	٥٤,٣	٢٩٥٠,٧	٢٢,٨	٥١٩,٤	١٢٣٨,٠-
١٩٨٧	٢٩٢,٨	٨٦,٩	٢٥٤٤١,٩	٨٥٧٥٥,٣	٧٥٤٨,١	٤٢,٢-	١٧٨٠,٠	٢٦,٠	٦٧٣,٩	١٠٩٥,٣-
١٩٨٨	٣٠٥,١	٩١,٣	٢٧٨٥٠,٨	٩٣٠٧٣,٨	٨٣٣٣,٩	٣٧,٨-	١٤٢٧,٣	٣٨,٢	١٤٥٩,٢	١٤٤٣,٢-
١٩٨٩	٣٢٩,٥	١٠٦,٣	٣٥٠٢٤,٧	١٠٨٥٨٣,٠	١١٢٩٧,٦	٢٢,٨-	٥١٨,٩	٦٢,٦	٣٩٢٣,٨	١٤٢٦,٩-
١٩٩٠	٣٩٨,٥	١٦٦,٣	٦٦٢٨٩,٨	١٥٨٨١٨,٠	٢٧٦٦٩,٠	٣٧,٣	١٣٨٩,١	١٣١,٦	١٧٣٢٩,١	٤٩٠٦,٢
١٩٩١	٤٣٧,٢	١٧٩,٠	٧٨٢٥١,٦	١٩١١٠٩,٠	٣٢٠٤١,٠	٤٩,٩	٢٤٩٣,٠	١٧٠,٣	٢٨٩٩٥,٣	٨٥٠٢,١
١٩٩٢	٤٥٢,٨	١٨٨,٣	٨٥٢٥٨,٥	٢٠٥٠١٠,٠	٣٥٤٥٦,٩	٥٩,٢	٣٥٠٨,٢	١٨٥,٩	٣٤٥٥٨,٨	١١٠١٠,٩
١٩٩٣	٤٣٦,٧	١٥٨,٨	٦٩٣٢٨,٥	١٩٠٦٧٢,٠	٢٥٢٠٧,٩	٢٩,٧	٨٨٢,١	١٦٩,٩	٢٨٨٢٥,٢	٥٠٤٢,٥
١٩٩٤	٤٣٦,٠	١٥٩,٦	٦٩٥٧٩,٦	١٩٠٠٨٧,٠	٢٥٤٦٩,٠	٣٠,٥	٩٣١,٥	١٦٩,١	٢٨٥٩٨,٢	٥١٦١,٢
المجموع	٧٤٧٣	٣٦١٤	١٣٥٢٢٩٢	٢٧٨٠٤١٠	٧٣٥٧١٣	٠	٢٦٩٢٤٣	٠	٧٨٦١٢٢	٣٨٧٧٨٥

من بيانات الجدول رقم (٢,٢) نجد أن :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t}{n} = \frac{3614}{28} \approx 129$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} = \frac{7473}{28} \approx 267$$

وبالتعويض في المعادلة (٢,٩) نحصل على قيمة b_1 :

$$b_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t y_t - \bar{y}\sum_{t=1}^{n} x_t}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2 - \bar{x}\sum_{t=1}^{n} x_t} = \frac{1352292 - 267\,(3614)}{735713 - 129\,(3614)} = \frac{1352292 - 964938}{735713 - 466206} = \frac{387354}{269507} = 1.44$$

وبالتعويض في المعادلة (٢,٨) نحصل على قيمة b_0 :

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} = 267 - 1.44\ (129) = 267 - 185.76 = 81.24$$

وبالتالي تصبح معادلة الانحدار :

$$\hat{y}_t = 81.24 + 1.44 x_t \qquad (٢,١٢)$$

وبعد الحصول على معادلة الانحدار ، يمكننا التنبؤ بقيمة الناتج القومي الإجمالي السعودي على أساس قيمة الصادرات السعودية. فمثلا ، إذا كانت قيمة الصادرات السعودية في عام ١٩٩٥م هي ١٦٠ مليار ريال فإن الناتج القومي الإجمالي في نفس العام سيكون :

$$\hat{y}_{1995} = 81.24 + 1.44\ (160) = 311.64 \quad \text{مليار ريال}$$

وإذا كانت الصادرات في عام ٢٠٠٠م هي ٢٠٠ مليار ريال فإن الناتج القومي الإجمالي في ذلك العام سيكون :

$$\hat{y}_{2000} = 81.24 + 1.44\ (200) = 369.24 \quad \text{مليار ريال}$$

... وهكذا.

إن خط الانحدار الذي حصلنا عليه هو خط انحدار العينة Sample Regression Line ، لأننا حصلنا عليه باستخدام بيانات العينة المدروسة ، وهي فترة واحدة مقدارها ٢٨ عاما. فإذا أخذنا فترة أخرى مكونة من ٢٨ عاما ، فإننا سنحصل غالبا على قيم أخرى لـ b_0 و b_1 وبالتالي نحصل على خط انحدار مختلف هو خط انحدار عينة أخرى ، وبالتالي يمكن الحصول على عدد كبير من خطوط الانحدار كلٍ منها يدعى خط انحدار العينة.

يشار عادة ، إلى خط انحدار المجتمع Population Regression Line بالعلاقة :

$$\mu = \beta_0 + \beta_1 x \qquad (٢,١٣)$$

حيث ترمز μ إلى متوسط المجتمع لقيم y المناظرة لقيمة معينة لـ x .

و β_0 إلى نقطة تقاطع خط انحدار المجتمع مع المحور الرأسي.

و β_1 إلى ميل خط انحدار المجتمع.

وتستخدم قيمة b_0 كتقدير لقيمة β_0 ، كما تستخدم قيمة b_1 كتقدير لقيمة β_1 . كما يستخدم خط انحدار العينة $\hat{y} = b_0 + b_1 x$ كتقدير لخط انحدار المجتمع $\mu = \beta_0 + \beta_1 x$.

إن المعادلة (٢,١٣) تشير إلى أن خط الانحدار هو متوسط شرطي ، حيث تشير μ إلى القيمة المتوقعة ، أي متوسط المجتمع*.

(٢,٦) اختبار معنوية معادلة الانحدار

للتعرف على مدى دقة تقديرات معادلة الانحدار نلجأ إلى دراسة مكونات مجموع مربعات الانحرافات وتجزئته إلى مكوناته الرئيسية على النحو التالي :

$$\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2 = \sum_{t=1}^{n}[(\hat{y}_t - \bar{y}) + (y_t - \hat{y}_t)]^2$$

وذلك بإضافة وطرح $\hat{y}_t$ في الطرف الأيمن.

* الإحصاء في الإدارة ، مرجع سابق ، ص ٧٨١.

$$\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2=\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t-\bar{y})^2+2\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t-\bar{y})(y_t-\hat{y}_t)+\sum_{t=1}^{n}(y_t-\hat{y}_t)^2$$

وبما أن: $\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t-\bar{y})(y_t-\hat{y}_t)=0$ تصبح العلاقة على الشكل التالي:

$$\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2=\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t-\bar{y})^2+\sum_{t=1}^{n}(y_t-\hat{y}_t)^2 \qquad (٢,١٤)$$

أي أن: مجموع المربعات الكلي = مجموع مربعات الانحدار + مجموع مربعات الخطأ.

Total Sum of Squares = Sum of Squares of Regression + Sum of Squares of Error

وبتبديل كل مجموع بالأحرف الأولى من اسمه باللغة الإنكليزية تكتب العلاقة السابقة على الشكل التالي: $SST = SSR + SSE$. ومعنى ذلك، أن انحراف قيم y عن وسطها الحسابي يرجع بعضه إلى خط الانحدار $SSR=\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t-\bar{y})^2$ ويسمى مجموع مربعات الانحدار، والباقي $SSE=\sum_{t=1}^{n}(y_t-\hat{y}_t)^2$ يرجع إلى عدم وقوع جميع النقاط على خط الانحدار ويطلق عليه مجموع مربعات الخطأ.

ويتضح من العلاقة السابقة أنه إذا وقعت جميع نقاط شكل الانتشار على خط الانحدار فإن مجموع مربعات الخطأ سيكون مساوٍ للصفر. ومعنى ذلك أن مجموع مربعات انحرافات القيم الفعلية عن القيم المقدرة يساوي الصفر، أي أن القيم الفعلية تساوي إلى القيم المقدرة. أما إذا كانت جميع نقاط شكل الانتشار بعيدة عن خط الانحدار فإن مجموع مربعات الانحدار سيكون مساوٍ للصفر. ومعنى ذلك أن مجموع مربعات الخطأ سيكون مساوٍ لمجموع المربعات الكلي، أي أن المتغير المستقل لم يستطع تفسير أي جزء من تغيرات المتغير التابع.

من الناحية الإحصائية يكون لكل مجموع مربعات درجات حرية تقترن به. ويقصد بدرجات الحرية Degree of Freedom، أو اختصارا d.f، عدد الحدود Terms المستقلة أو المشاهدات التي تستخدم في حساب المجموع. فيكون لمجموع مربع الانحرافات الكلية مثلا، n-1 درجة حرية بدلا من n عدد القيم لأننا فقدنا درجة حرية واحدة

ذهبت لتقدير متوسط العينة $\bar{y}$. كما أن مجموع مربعات الانحدار له درجة حرية واحدة تستخدم في تقدير معلمة الانحدار β_1 . وبما أن مجموع مربع انحرافات الأخطاء يساوي مجموع مربع الانحرافات الكلي مطروحا منه مجموع مربعات الانحدار ، فإن عدد درجات الحرية لهذا المجموع n-2 = 1-(n-1) .

فإذا كان لدينا n مشاهدة فإن توزيع درجات الحرية يكون على النحو الموضح بجدول تحليل التباين ANOVA (Analysis Of Variance Table) التالي :

الجدول رقم (٢,٣). جدول تحليل التباين في حالة الانحدار البسيط.

المصدر Source	درجات الحرية Degree of Freedom (d.f)	مجموع المربعات Sum of Squares	متوسط المربعات Mean of Squares	مؤشر اختبار فيشر F
الانحدار Regression	درجات حرية الانحدار=١	مجموع مربعات الانحدار SSR	متوسط مربعات الانحدار $MSR = \frac{SSR}{1}$	$F = \frac{MSR}{MSE}$
الخطأ Error	درجات حرية الخطأ=n-2	مجموع مربعات الخطأ SSE	متوسط مربعات الخطأ $MSE = \frac{SSE}{n-2}$	
الكلي Total	درجات الحرية الكلية =n-1	مجموع المربعات الكلي SST	متوسط المربعات الكلي $MST = \frac{SST}{n-1}$	

ويلاحظ من الجدول السابق أن متوسط المربعات يحسب بقسمة مجموع المربعات في كل حالة على درجات الحرية المناظر له. أما قيمة F (مؤشر اختبار فيشر الفعلي أو المحسوب) فتحسب بقسمة متوسط مربعات الانحدار على متوسط مربعات الخطأ.

وبالرجوع إلى الجدول رقم (٢,٢) يمكن حساب مجموع المربعات على الشكل التالي :

$SST = \sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2 = 786122$ بـ $n-1$ درجة حرية.

$SSR = b_1\sum_{t=1}^{n}(x_t-\bar{x})(y_t-\bar{y}) = 1.44(387785) = 558409.81$ بدرجة حرية واحدة.

$SSE = SST - SSR = 786122 - 558409.81 = 227712.19$ بـ $n-2$ درجة حرية.

وبذلك يصبح جدول تحليل التباين كما يلي :

الجدول رقم (٤,٢). جدول تحليل التباين للمثال ١.

المصدر	درجات الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	مؤشر اختبار فيشر
الانحدار	١	٥٥٨٤٠٩,٨١	٥٥٨٤٠٩,٨١	$F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{558409.81}{8758.16} = 63.76$
الخطأ	٢٦	٢٢٧٧١٢,١٩	٨٧٥٨,١٦	
الكلي	٢٧	٧٨٦١٢٢,٠٠	٢٩١١٥,٦٣	

لنختبر الآن فرضية العدم H_0 أو الفرضية الصفرية The null hypothesis. حيث تشير هذه الفرضية إلى عدم وجود علاقة خطية بين المتغير المستقل والمتغير التابع ، بينما تشير H_1 إلى الفرضية البديلة The alternative hypothesis ، أي وجود علاقة خطية بين المتغيرين.

ولإجراء هذا الاختبار نقارن قيمة F المحسوبة في الجدول رقم (٤,٢) مع نظيرتها الجدولية $F(\alpha,\frac{k_1}{k_2})$ حيث k_1 عدد درجات الحرية الموافق لمجموع مربعات الانحدار و k_2 عدد درجات الحرية الموافق لمجموع مربعات الخطأ و α مستوى المعنوية أو الدلالة وF القيمة المستخرجة من جدول توزيع فيشر F-distribution. فإذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة ، ومعنى ذلك وجود علاقة خطية بين المتغير التابع والمتغير المستقل. أما إذا كانت القيمة المحسوبة أصغر أو تساوي القيمة الجدولية فإننا نقبل فرضية العدم ونرفض الفرضية البديلة ، ومعنى ذلك عدم وجود علاقة خطية بين المتغير التابع والمتغير المستقل.

في اختبارات الفروض الإحصائية يمكن أن نرتكب نوعين من الخطأ، الأول أنه يمكن أن نرفض بناء على البيانات فرضية العدم وهي صحيحة، ويسمى خطأ من النوع الأول Type I error. والثاني أنه يمكن أن نقبل فرضية العدم وهي غير صحيحة، ويسمى خطأ من النوع الثاني Type II error.

يعرف مستوى المعنوية أو الدلالة α The level of significance بأنه احتمال ارتكاب خطأ من النوع الأول، أي احتمال رفض فرضية العدم علما أنها صحيحة. كما يعرف مستوى أو درجة الثقة بأنه احتمال الوقوع في خطأ من النوع الثاني β ، أي احتمال أن نقبل فرضية العدم وهي غير صحيحة. والاختبار الإحصائي الجيد هو الذي يجعل كلا من α و β أصغر ما يمكن. ولكن من الصعب تصغير كلٍ من α و β في آنٍ واحد، حيث إن تصغير أحدهما يؤدي إلى تكبير الآخر. لذلك لجأ الإحصائيون إلى تثبيت مستوى الدلالة عند α ، ويستخدم عادة، المستوى ١٪ أو ٥٪ والذي يمثل الحد الأقصى الذي يمكن أن نتحمل فيه ارتكاب الخطأ من النوع الأول. فلو استخدمنا مستوى ٥٪ فإننا نكون واثقين بنسبة ٩٥٪ من أننا اتخذنا القرار الإحصائي السليم في رفض فرضية العدم.

وبالرجوع إلى جدول توزيع فيشر بدرجة حرية واحدة و ٢٦ درجة حرية ومستوى معنوية ٥٪ نجد أن: $F(0.05, \frac{1}{26}) = 4.22$.

نلاحظ أن قيمة F المحسوبة أكبر من نظيرتها الجدولية، لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي يوجد علاقة خطية بين المتغيرين.

(٢,٧) الخطأ المعياري للتقدير

يشبه هذا المقياس الانحراف المعياري الذي يقيس مدى تشتت قيم التوزيع عن وسطها الحسابي. أما الخطأ المعياري للتقدير فيقيس مدى تشتت القيم الحقيقية عن القيم المقدرة، أي عن مستقيم الانحدار. من هنا كان لتشتت النقاط في شكل الانتشار حول

مستقيم الانحدار أهمية كبيرة، إذ أن مقدار الثقة بتقدير قيم المتغير التابع بدلالة المتغير المستقل تعتمد بدرجة كبيرة على هذا التشتت. وكما هي الحال بالنسبة للوسط الحسابي حيث من الضروري حساب الانحراف المعياري للحكم على مدى تمثيل الوسط الحسابي للقيم، كذلك الحال بالنسبة لمستقيم الانحدار، فمن الضروري حساب الخطأ المعياري للتقدير لمعرفة مدى تمثيل مستقيم الانحدار لنقاط شكل الانتشار.

ونظرا لصعوبة حساب الخطأ المعياري للمجتمع فإنه يتم تقديره عن طريق الخطأ المعياري المقدر الذي يساوي:

$$\sigma_{\hat{y}} = s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2}{n-2}} \qquad (٢,١٥)$$

حيث تشير $(n-2)$ إلى عدد درجات الحرية، وبما أن لدينا مؤشرين هما b_0 و b_1 استخدما كمقدرين لـ β_0 و β_1 فقد تم طرح عدد المقدرات من n*.

يمكن كتابة العلاقة (٢,١٥) على الشكل التالي:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} y_t^2 - b_0\sum_{t=1}^{n} y_t - b_1\sum_{t=1}^{n} x_t y_t}{n-2}} \qquad (٢,١٦)$$

كما يمكن اعتبار متوسط مربعات الخطأ (MSE) تقديرا غير متحيز لـ s^2. من الجدول (٢,٤) نجد أن: $MSE = s^2 = 7858.16$ ، أي أن: $s = \sqrt{7858.16} = 93.59$.

يفسر الخطأ المعياري للتقدير تماما كما يفسر الانحراف المعياري. فلو رسمنا على جانبي مستقيم الانحدار خطين موازيين له كل منهما يبعد عنه (بالاعتماد على المحور العمودي y) بمقدار:

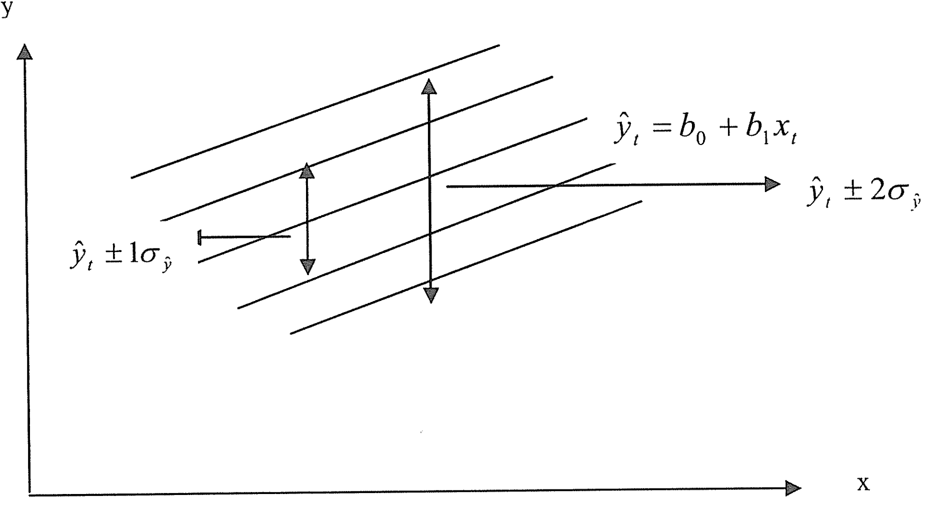
١ خطأ معياري لوقع بين هذين الخطين ٦٨,٢٨٪ من نقاط الانتشار.

---

* الإحصاء في الإدارة، مرجع سابق، ص ٧٨٣.

١,٩٦ خطأ معياري لوقع بين هذين الخطين ٩٥٪ من نقاط الانتشار.
٢ خطأ معياري لوقع بين هذين الخطين ٩٥,٤٤٪ من نقاط الانتشار.
٣ خطأ معياري لوقع بين هذين الخطين ٩٩,٧٣٪ من نقاط الانتشار.

والشكل التالي يوضح القيم الفعلية والقيم المقدرة للمتغير التابع وبعض مجالات الثقة :



الشكل رقم (٢,٢). بعض مجالات الثقة للقيم الفعلية حول مستقيم الانحدار.

(٢,٨) اختبار معنوية معالم معادلة الانحدار

يعتمد الاستدلال الإحصائي عن معالم المجتمع المجهولة على مقدرات هذه المعالم التي نحصل عليها من العينة. أي أننا نعتمد على المقدر b_0 لتقدير معلمة المجتمع β_0 ، كما نستخدم المقدر b_1 لتقدير معلمة خط انحدار المجتمع β_1 *.

أ) **اختبار معنوية المعلمة** β_1 : بما أن قيمة b_1 تختلف من عينة إلى أخرى ، لذلك نلجأ إلى توزيع المعاينة لهذا المقدر لتقدير المعلمة β_1 .

* تتميز مقدرات هذه المعالم بالخطية وعدم التحيز والكفاية ، انظر : مقدمة في الاقتصاد القياسي ، ص ٢٤ وما بعدها.

لنفرض أن b_1 يتبع التوزيع الطبيعي (المعتدل) بمتوسط حسابي مقداره $\bar{x}$ وانحراف معياري σ_{b_1}. وبما أن σ_{b_1} مجهولة لذلك يتم تقديرها بـ s_{b_1} التي تحسب من العلاقة التالية:

$$s_{b_1} = \frac{s}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n} x_t^2 - \frac{(\sum_{t=1}^{n} x_t)^2}{n}}} \qquad (٢,١٧)$$

وبما أن حجم العينة صغيرا (أقل من ٣٠ مفردة)، لذلك نستخدم توزيع ستيودنت Student's distribution أو T-distribution بدلا من التوزيع الطبيعي Normal distribution لتقدير المعلمة β_1. ويتميز توزيع ستيودنت عن التوزيع الطبيعي في أن الأخير هو توزيع وحيد Single distribution، بينما نجد أن توزيع ستيودنت هو عائلة من التوزيعات Family of distribution، يعتمد كل منها على درجات الحرية المناسبة.

أما الفروض التي نريد اختبارها فهي:

$H_0 : \beta_1 = 0$ فرضية العدم.

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ الفرضية البديلة.

نقبل فرضية العدم إذا كانت: $/T/ < t_{(n-2,\alpha/2)}$ ونرفض فرضية العدم إذا كانت: $/T/ \geq t_{(n-2,\alpha/2)}$ حيث ترمز T إلى مؤشر اختبار t الفعلي ويحسب من المعادلة:

$$T = \frac{b_1 - \beta_1}{s_{b_1}} \qquad (٢,١٨)$$

بينما تشير $t_{(n-2,\alpha/2)}$ إلى مؤشر اختبار ستيودنت النظري المستخرج من جداول توزيع ستيودنت بـ $n-2$ درجة حرية وبمستوى معنوية أو دلالة مقداره α.

ولحساب مؤشر الاختبار الفعلي نحسب s_{b_1} من العلاقة (٢,١٧):

$$s_{b_1} = \frac{93.59}{\sqrt{735713 - (3614)^2/28}} = \frac{93.59}{\sqrt{735713 - 466464.14}} = \frac{93.59}{518.89} = 0.18$$

وبالتعويض في العلاقة (٢,١٨) نجد: $T = \frac{1.44 - 0}{0.18} = 8$.

ومن جداول توزيع ستيودنت، وباعتبار $\alpha = 0.05$ والاختبار من طرفين نجد:

$t_{(26,0.025)} = 2.056$.

وبمقارنة مؤشر الاختبار الفعلي (٨) مع مؤشر الاختبار النظري (٢,٠٥٦) نلاحظ أن الأول أكبر من الثاني، لذلك نرفض فرضية العدم، أي أن β_1 تختلف عن الصفر.

أما مجال الثقة للمعلمة β_1 فيمكن تقديره من العلاقة:

$$b_1 - t_{(n-2,\alpha/2)} s_{b_1} < \beta_1 < b_1 + t_{(n-2,\alpha/2)} s_{b_1} \qquad (٢,١٩)$$

وبالرجوع إلى بياناتنا السابقة والتعويض في هذه العلاقة نجد:

$$1.44 - 2.056(0.18) < \beta_1 < 1.44 + 2.056(0.18)$$

$$1.07 < \beta_1 < 1.81)$$

ويمكن تفسير مجال الثقة أو فترة الثقة هذه على أنه إذا سحبنا ١٠٠ عينة عشوائية كلٍ منها تتكون من ٢٨ مشاهدة، وأنشأنا ١٠٠ مجال ثقة لمعامل الانحدار β_1 فإننا نتوقع أن يتضمن ٩٥٪ من هذه المجالات على القيمة الحقيقية لهذا المعامل في المجتمع الإحصائي. علما أن مجال الثقة أعلاه هو واحد من أصل ١٠٠ مجال ثقة كان من الممكن إنشاؤها.

ب) اختبار الفروض للمعلمة β_0 : يمكن إثبات أن تباين b_0 يحسب من العلاقة التالية*:

$$V(b_0) = \frac{s^2 \sum_{t=1}^{n} x_t^2}{n \sum_{t=1}^{n} (x_t - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t^2}{n} V(b_1)$$

---

* *مقدمة في الاقتصاد القياسي*، د. عبد المحمود محمد عبد الرحمن، الرياض، جامعة الملك سعود، ١٤١٧هـ، ص ٣٥ وما بعدها.

$$\Rightarrow V(b_0) = \sqrt{V(b_1)\frac{\sum_{t=1}^{n} x_t^2}{n}} \qquad (٢,٢٠)$$

وبالتعويض في هذه العلاقة نجد:

$$V(b_0) = \sqrt{(0.18)^2 \frac{735713}{28}} = 29.18$$

أما اختبارات الفروض الخاصة بالمعلمة β_0 فهي:

$H_0 : \beta_0 = 0$ فرضية العدم، أي أن خط الانحدار يمر بنقطة الأصل.

$H_1 : \beta_0 \neq 0$ الفرضية البديلة، أي أن خط الانحدار لا يمر بنقطة الأصل.

وبشكل مشابه للمعلمة β_1 يمكن حساب T_{b_0} و t الجدولية على الشكل التالي:

$$T_{b_0} = \frac{b_0 - \beta_0}{s_{b_0}} = \frac{81.24 - 0}{29.18} = 2.78$$

وبمقارنة T_{b_0} مع t الجدولية نجد أن T_{b_0} أكبر، لذلك نرفض فرضية العدم، أي أن خط الانحدار لا يمر بنقطة الأصل.

ويمكن تقدير مجال الثقة للمعلمة β_0 بنفس طريقة β_1.

(٢,٩) تقدير المتوسط الشرطي μ

يعتبر تقدير المتوسط الشرطي μ ضروريا في بعض المشاكل الاقتصادية والإدارية. فقد ترغب إدارة المبيعات مثلا في إحدى الشركات تقدير متوسط المبيعات المقابل لمبلغ محدد للإعلان إذا كانت المبيعات مرتبطة بمصاريف الإعلان. كذلك يمكن تقدير متوسط المعدل التراكمي لطلبة الجامعة المقابل لمعدلهم التراكمي في المرحلة الثانوية إذا كان هذين المعدلين مترابطين.

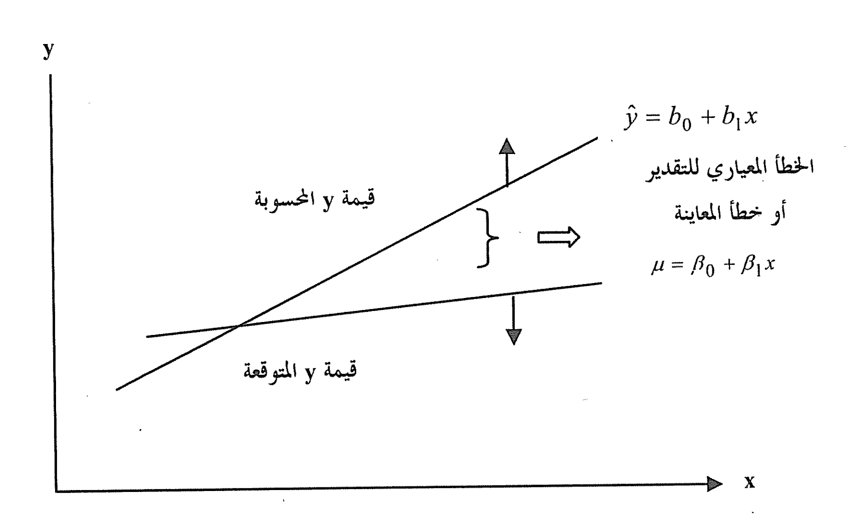
ويقصد بتقدير المتوسط الشرطي تحديد مجال الثقة للمعلمة μ، حيث يعتبر $\hat{y}$ مقدر غير متحيز لـ μ. ويخضع $\hat{y}$ للتوزيع الطبيعي بمتوسط μ وانحراف معياري $\sigma_{\hat{y}}$ الذي يمكن تقديره بالعلاقة التالية:

$$\sigma_{\hat{y}} \approx s_{\hat{y}} = s\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{(x-\overline{x})}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2 - \frac{(\sum_{t=1}^{n} x_t)^2}{n}}} \qquad (٢,٢١)$$

حيث ترمز $s_{\hat{y}}$ إلى الانحراف المعياري لقيم $\hat{y}$ عن خط انحدار المجتمع.

و s إلى الانحراف المعياري لقيم y عن خط انحدار العينة.

ويمكن توضيح مفهوم المتوسط الشرطي بالشكل التالي*:



الشكل رقم (٢,٣). الفرق بين قيم y المحسوبة والمتوقعة.

وبما أن حجم العينة صغير (أقل من ٣٠) لذلك نستخدم توزيع ستيودنت لإيجاد مجال الثقة $(1-\alpha)$ للمتوسط الشرطي μ على الشكل التالي:

$$\hat{y} - t_{(n-2,\alpha/2)} s_{\hat{y}} < \mu < \hat{y} - t_{(n-2,\alpha/2)} s_{\hat{y}} \qquad (٢,٢٢)$$

وبالرجوع إلى بيانات المثال السابق وإعطاء ثلاث قيم لـ x ولتكن:

---

* الإحصاء في الإدارة، مرجع سابق، ص٧٨٧.

$$x = 100 \Rightarrow \hat{y}_{100} = 225.24 \Rightarrow s_{\hat{y}} = (93.59)\sqrt{\frac{1}{28} + \frac{(100-129)^2}{735713-(3614)^2/28}} = 18.51$$

$$x = 129 \Rightarrow \hat{y}_{129} = 267.00 \Rightarrow s_{\hat{y}} = (93.59)\sqrt{\frac{1}{28} + \frac{(129-129)^2}{735713-(3614)^2/28}} = 17.67$$

$$x = 400 \Rightarrow \hat{y}_{400} = 657.24 \Rightarrow s_{\hat{y}} = (93.59)\sqrt{\frac{1}{28} + \frac{(400-129)^2}{735713-(3614)^2/28}} = 52.00$$

وبما أن $t_{(26,0.025)} = 2.056$ وبالتعويض في المعادلة (٢,٢٢) نجد :

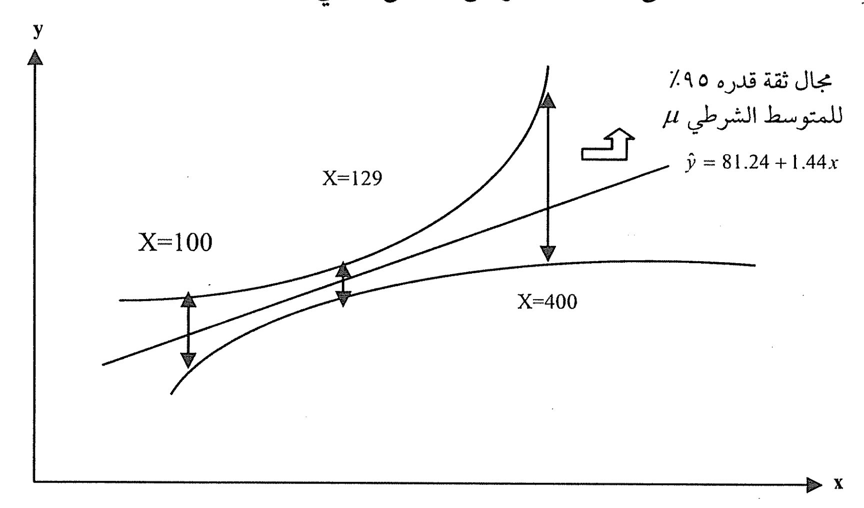
$$187.18 < \mu < 263.30$$

$$230.67 < \mu < 303.33$$

$$550.33 < \mu < 764.15$$

يلاحظ من مجالات الثقة هذه أنها تزداد اتساعا كلما ابتعدت قيمة x عن $\bar{x}$. وهذا يعني أن تقدير المتوسط الشرطي يقل الاعتماد عليه كلما ابتعدت x عن $\bar{x}$.

وتتضح هذه الحقيقة من قيم $s_{\hat{y}}$ حيث إن أقل قيمة لها عندما $x = \bar{x}$ ، ثم تزداد قيمة $s_{\hat{y}}$ كلما ابتعدت x عن $\bar{x}$. كما يظهر من الشكل التالي :



الشكل رقم (٢,٤). يوضح مجال الثقة للمتوسط الشرطي μ .

ويمكن تفسير أي مجال ثقة على أنه إذا سحبنا ١٠٠ عينة عشوائية كلٍ منها تتكون من ٢٨ مشاهدة، وأنشأنا ١٠٠ مجال ثقة للقيمة المتوقعة للناتج القومي الإجمالي في المجتمع الإحصائي، عند قيمة محددة للصادرات، فإننا نتوقع أن يتضمن ٩٥٪ من هذه المجالات على القيمة الحقيقية للناتج القومي الإجمالي في هذا المجتمع. علما أن مجال الثقة أعلاه هو واحد من أصل ١٠٠ مجال ثقة كان من الممكن إنشاؤها.

(٢,١٠) التنبؤ بالقيمة الفعلية لـ y

تمثل μ المتوسط الشرطي للمتغير y عند قيمة معينة لـ x، كما رأينا في الفقرة السابقة. لكننا قد نحتاج إلى قيمة y الفعلية. فمثلا قد يرغب أحد المزارعين في التنبؤ بمحصول معين في سنة محددة عند استخدامه لكمية محددة من الأسمدة الكيماوية. أو قد يرغب مدير إحدى الشركات في التنبؤ بالمبيعات عند مبلغ معين لمصروفات الإعلان.

من الشكل رقم (٢,٣) يتضح لنا أن الفرق بين القيمة المقدرة للمتغير التابع والقيمة الفعلية أكبر بشكل عام من الفرق بين القيمة المقدرة والمتوسط الشرطي. فإذا رمزنا للانحراف المعياري للقيمة الفعلية y بالرمز σ_y فإننا نجد أن σ_y أكبر من $\sigma_{\hat{y}}$ وتحسب σ_y بالعلاقة:

$$\sigma_y = \sigma\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{(x-\overline{x})^2}{\sum_{t=1}^{n}x_t^2-(\sum_{t=1}^{n}x_t)^2/n}} \qquad (٢,٢٣)$$

ويمكن تقديرها بـ :

$$s_y = s\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{(x-\overline{x})^2}{\sum_{t=1}^{n}x_t^2-(\sum_{t=1}^{n}x_t)^2/n}} \qquad (٢,٢٤)$$

ويمكن حساب مجال الثقة للقيمة الفعلية لـ y بالعلاقة:

$$\hat{y}-t_{(n-2,\alpha/2)}s_y < y < \hat{y}-t_{(n-2,\alpha/2)}s_y \qquad (٢,٢٥)$$

وبالرجوع إلى بيانات المثال السابق واعتبار أن $x = 400$ و $t_{(26,0.025)} = 2.056$ نجد أن :

$$x=400 \Rightarrow \hat{y}_{400}=657.24 \Rightarrow s_y=(93.59)\sqrt{1+\frac{1}{28}+\frac{(400-129)^2}{735713-(3614)^2/28}}=107.07$$

وبالتعويض في المعادلة (٢,٢٥) نجد أن :

$$436.87 < y < 877.13$$

نلاحظ أن مجال الثقة لـ y أكبر من مجال الثقة لـ μ .

ويمكن تفسير مجال الثقة هذا على أنه إذا سحبنا ١٠٠ عينة عشوائية كلٍ منها تتكون من ٢٨ مشاهدة، فإن ٩٥٪ من هذه المجالات سوف تتضمن القيمة الحقيقية للناتج القومي الإجمالي. علما أن مجال الثقة أعلاه هو واحد من أصل ١٠٠ مجال ثقة كان من الممكن إنشاؤها.

(٢,١١) الارتباط البسيط

تعتمد درجة دقة التنبؤ بقيم y على مدى قوة العلاقة بين x وy، أي على قوة الارتباط بين المتغيرين. فإذا كان الارتباط قويا تكون دقة التنبؤ مرتفعة، أي أن خط الانحدار يمر من أو بالقرب من جميع نقاط شكل الانتشار. وبالعكس تكون دقة التنبؤ منخفضة إذا كان الارتباط ضعيفا، أي أن خط الانحدار لا يمر بأغلب نقاط شكل الانتشار.

ويستخدم معامل الارتباط البسيط Simple Correlation Coefficient (r) لقياس درجة قوة العلاقة بين المتغيرين x وy. ويستخدم هذا المعامل عندما يكون لدينا متغيرين لا نستطيع تحديد أيهما تابع وأيهما مستقل فهو يقيس كثافة العلاقة بينهما. بينما نستخدم معامل الانحدار إذا كان من الممكن تحديد أيهما تابع وأيهما مستقل.

ويمكن حساب معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين x وy- الذي يسمى معامل ارتباط بيرسون Pearson نسبة إلى العالم الإحصائي الذي أوجده- من العلاقة التالية :

$$r_{xy} = \frac{\sum_{t=1}^{n}(x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{n\sigma_x \sigma_y} \qquad (٢,٢٦)$$

ويمكن اشتقاق أكثر من صيغة لحساب معامل الارتباط من هذه العلاقة، من هذه الصيغ العلاقة التالية:

$$r_{xy} = \frac{n\sum_{t=1}^{n}x_t y_t - \sum_{t=1}^{n}x_t \sum_{t=1}^{n}y_t}{\sqrt{n\sum_{t=1}^{n}x_t^2 - (\sum_{t=1}^{n}x_t)^2}\sqrt{n\sum_{t=1}^{n}y_t^2 - (\sum_{t=1}^{n}y_t)^2}} \qquad (٢,٢٧)$$

وتستخدم هذه الصيغة بشكل واسع في التطبيقات العملية نظرا لسهولة عملياتها الحسابية مقارنة بالصيغ الأخرى.

وبتعويض بيانات المثال السابق في هذه الصيغة نجد أن:

$$r_{xy} = \frac{28(1352292) - 3614(7473)}{\sqrt{28(735713) - (3614)^2}\sqrt{28(2780410) - (7473)^2}} = \frac{10856754}{1288025154} = 0.84$$

ولمعرفة فيما إذا كانت قيمة معامل الارتباط البسيط في العينة r_{xy} قوية بدرجة تكفي للقول بوجود علاقة قوية بين قيم مشاهدات المجتمع، أو أن قيمة r_{xy} تعود للصدفة ولا تدل على وجود هذه العلاقة، نقوم باختبار معنوية هذا المعامل. حيث نختبر فرضية العدم التي مؤداها أن معامل ارتباط المجتمع R_{xy} يساوي الصفر مقابل الفرضية البديلة القائلة بأنه يختلف عن الصفر.

يحسب معامل الاختبار الفعلي من العلاقة:

$$T_r = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} \qquad (٢,٢٨)$$

وبتعويض بيانات المثال السابق في هذه العلاقة نجد أن:

$$T_r = 0.84\sqrt{\frac{28-2}{1-(0.84)^2}} = 7.95$$

نلاحظ أن هذه القيمة أكبر من قيمة $t_{(26,0.025)} = 2.056$ ، لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة ، أي توجد علاقة ارتباط بين x وy وهذه العلاقة قوية وطردية.

ملاحظة هامة: إن إشارة r_{xy} هي نفس إشارة b_1 في معادلة الانحدار. كما أن قيمة معامل الارتباط تكون ضمن المجال : $[0 \leq / r_{xy} / \leq 1]$ ، حيث تكون مساوية إلى الواحد إذا كان الارتباط تاما ، وتكون مساوية إلى الصفر إذا كان المتغيرين x وy مستقلين.

وبشكل عام ، تصنف قوة معامل الارتباط بين المتغيرين x وy على النحو التالي :

$[0 \leq / r_{xy} / \leq 0.3]$ ارتباط ضعيف.

$[0.3 < / r_{xy} / \leq 0.6]$ ارتباط وسط.

$[0.6 < / r_{xy} / \leq 0.8]$ ارتباط جيد.

$[0.8 < / r_{xy} / \leq 1]$ ارتباط جيد جدا أو قوي.

(٢,١٢) اختبار جودة معادلة الانحدار

لقد رأينا سابقا أن مستقيم الانحدار الذي يمثل العلاقة بين x وy تم إيجاده بطريقة المربعات الصغرى ، أي أن مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة $\hat{y}_t$ عن القيم الفعلية y_t أقل ما يمكن. وكلما قل هذا المجموع كلما ارتفعت جودة مستقيم الانحدار في تمثيل النقاط الفعلية ، وبالعكس كلما زاد هذا المجموع كلما انخفضت جودة مستقيم الانحدار في تمثيل النقاط الفعلية ، وعندها لا يمكن استخدام معادلة هذا الخط في التنبؤ.

ولتحديد جودة معادلة الانحدار نستخدم معامل التحديد (R^2) oefficient of Determination.

ويمكن حساب معامل التحديد عن طريق تجزئة التباين الكلي لقيم y كما مر معنا سابقا. فبقسمة طرفي العلاقة (٢,١٤) على مجموع المربعات الكلي نجد أن :

$$\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2}=\frac{\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t-\bar{y})^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2}+\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2}$$

$$\frac{\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t-\bar{y})^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2}=\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2}-\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2}$$

أو

$$R^2=1-\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\hat{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t-\bar{y})^2}=\frac{SSR}{SST} \qquad (٢,٢٩)$$

أي أن معامل التحديد هو نسبة التغير في المتغير التابع الذي فسرته معادلة الانحدار. وتوجد علاقة بين معامل التحديد ومعامل الارتباط البسيط، حيث أن معامل التحديد يساوي مربع معامل الارتباط البسيط.

بشكل عام، يمكن تصنيف جودة معادلة الانحدار على النحو التالي:

- إذا كانت $1 \geq R^2 \geq 0.90$ فإن جودة معادلة الانحدار جيدة جدا.
- إذا كانت $0.80 \leq R^2 < 0.90$ فإن جودة معادلة الانحدار جيدة.
- إذا كانت $0.70 \leq R^2 < 0.80$ فإن جودة معادلة الانحدار مقبولة.
- إذا كانت $0 \leq R^2 < 0.70$ فإن جودة معادلة الانحدار ضعيفة، وعندها يفضل إيجاد معادلة أخرى أكثر تمثيلا للعلاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل.

وبالرجوع إلى بيانات المثال السابق نجد أن:

$$R^2=(r_{xy})^2=(0.84)^2=0.71$$

أي أن ٧١٪ من التغير الكلي للمتغير التابع y يرجع إلى المتغير المستقل x، أي يرجع لانحدار y على x. وبالطبع كلما زادت هذه النسبة، كلما دل ذلك على جودة

معادلة الانحدار لأن أغلب التغير في y يمكن إرجاعه للمتغير المستقل x. وقيمة معامل التحديد هي بين الصفر والواحد ولا يأخذ قيما سالبة.

ومن الواضح أن القيمة العظمى لـ R^2 يمكن أن تكون مساوية إلى الواحد، وعندها يكون التباين المفسر مساويا إلى التباين الكلي والتباين غير المفسر مساويا إلى الصفر، أي أن كل تغيرات y ترجع إلى المتغير المستقل x، أو أن الارتباط بين x وy تام. كما أن القيمة الدنيا يمكن أن تكون مساوية إلى الصفر، وذلك عندما يكون التباين غير المفسر مساويا إلى التباين الكلي والتباين المفسر مساويا إلى الصفر، أي أن المتغير المستقل x لم يستطع تفسير أي جزء من تغيرات المتغير التابع y وبالتالي عدم وجود أي ارتباط بين المتغيرين.

(٢,١٣) الارتباط الذاتي للأخطاء Autocorrelation*

من بين شروط طريقة المربعات الصغرى العادية استقلال المتغيرات العشوائية أو الأخطاء أو البواقي ε_t، أي أن التباين المشترك (التغاير) بين ε_t و $\varepsilon_{t'}$ يساوي الصفر، ويعبر عن هذا الشرط بالعلاقة :

$$E[\varepsilon_t \varepsilon_{t'}] = 0; \forall t \neq t' \quad (٢,٣٠)$$

ومعنى هذا الشرط أن الخطأ في مشاهدة معينة يكون مستقلا عن الخطأ في أية مشاهدة أخرى. لكن في كثير من الحالات لا يتوفر هذا الشرط، حيث يتوقف الخطأ في مشاهدة ما على الخطأ في مشاهدة أخرى. وتسمى هذه الحالة بالارتباط الذاتي للأخطاء.

وينشأ الارتباط الذاتي للأخطاء لعدة أسباب تتلخص فيما يلي :

١ - التوصيف الخاطئ للنموذج الرياضي الممثل لعلاقة الانحدار. فمثلا، إذا كانت العلاقة الحقيقية بين المتغيرين x وy علاقة غير خطية واخترنا نموذجا خطيا لتمثيلها، فإن هناك احتمالا كبيرا أن تكون الأخطاء مرتبطة ذاتيا.

---

* الاقتصاد القياسي التطبيقي، د. عبدالرزاق شربجي، ص ٢٥٦ وما بعدها.

٢- إهمال بعض المتغيرات المستقلة. ففي العلاقة (٢,١)، يشير المتغير العشوائي ε_t إلى أثر المتغيرات الأخرى غير x التي لم تدخل في المعادلة مما قد يؤدي إلى ارتباط ذاتي للأخطاء.

وبما أن وجود الارتباط الذاتي للأخطاء يؤثر على معالم نموذج الانحدار مما ينعكس سلبا على القيم المقدرة، لذلك لابد من معالجة هذه المشكلة قبل القيام بعملية التنبؤ. ويتم الكشف عن وجود أو عدم وجود الارتباط الذاتي للأخطاء باستخدام اختبار دوربون- واتسون.

أولا: اختبار Durbin-Watson (D-W)

لإجراء هذا الاختبار لا بد من توفر الفروض التالية:

١- أن يحتوي نموذج الانحدار على مقدار ثابت.

٢- أن تكون المتغيرات المستقلة قيما محددة وليست قيما احتمالية.

٣- العلاقة بين الأخطاء هي علاقة خطية، أي أن ε_t ترتبط بـ ε_{t-1}.

٤- المتغير التابع لا يحتوي على فترات تأخير.

٥- فرضية العدم: $H_0 : \rho = 0$، أي أن معامل ارتباط الأخطاء يساوي الصفر.

٦- الفرضية البديلة: $H_1 : \rho \neq 0$، أي أن معامل ارتباط الأخطاء يختلف عن الصفر.

٧- يحسب معامل ارتباط الأخطاء من العلاقة:

$$\rho = \frac{\sum_{t=1}^{n} e_t e_{t-1}}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n} e_t^2 \sum_{t=1}^{n} e_{t-1}^2}} \quad (٢,٣١)$$

حيث $e_t = y_t - \hat{y}_t$.

٨- يحسب مؤشر الاختبار الفعلي من العلاقة:

$$d^* = \frac{\sum_{t=1}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} \quad (٢,٣٢)$$

حيث e_t هي تقدير للخطأ العشوائي الناتج عن تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية على النموذج.

٩- تتم مقارنة مؤشر الاختبار الفعلي لـ D-W : d^* بالقيمة الجدولية المستخرجة من جداول D-W المعروفة بالحد الأعلى d_u والحد الأدنى d_l عند مستويات دلالة مختلفة. علما أن قيمة d^* ستكون محصورة بين ٠ و٤، حيث لا يوجد ارتباط بين القيم المتتالية للمتغير العشوائي إذا كانت قيمة d^* قريبة من ٢. من مقارنة القيمة الفعلية d^* مع القيمة الجدولية يمكن إجراء الاختبارين التاليين:

أ) **اختبار الأخطاء الموجب**: وفروض هذا الاختبار هي:

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho > 0$$

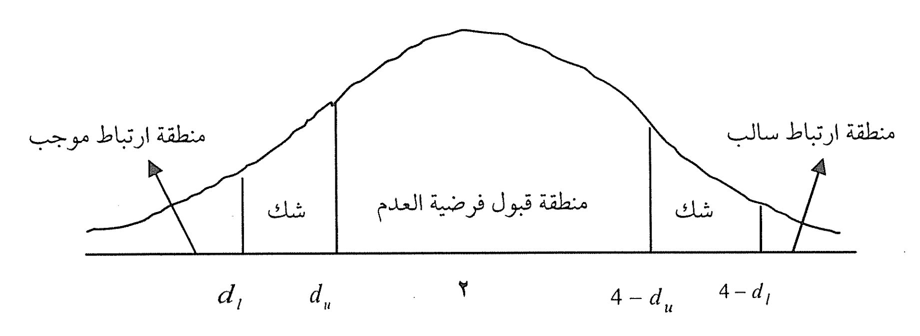
- إذا كانت $d^* < d_l$ نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي يوجد ارتباط ذاتي موجب بين القيم المتتالية للمتغير العشوائي يجب إزالته.
- إذا كانت $d^* > d_u$ نقبل فرضية العدم، أي لا يوجد ارتباط ذاتي موجب بين القيم المتتالية للمتغير العشوائي وبالتالي نستطيع استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في عملية تقدير معالم النموذج.
- إذا كانت $d_l < d^* < d_u$ حالة شك، inconclusive فلا نستطيع الحكم على وجود الارتباط الذاتي أو عدمه، ويفضل زيادة حجم العينة لمعالجة هذه الحالة.

ب) **اختبار الأخطاء السالب**: وفروض هذا الاختبار هي:

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho < 0$$

- إذا كانت $d^* > 4 - d_l$ نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي يوجد ارتباط ذاتي سالب بين القيم المتتالية للمتغير العشوائي يجب إزالته.
- إذا كانت $d^* < 4 - d_u$ نقبل فرضية العدم، أي لا يوجد ارتباط ذاتي سالب بين القيم المتتالية للمتغير العشوائي وبالتالي نستطيع استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في عملية تقدير معالم النموذج.
- إذا كانت $4 - d_u < d^* < 4 - d_l$ حالة شك، فلا نستطيع الحكم على وجود الارتباط الذاتي أو عدمه، كما هو موضح في الشكل التالي:



الشكل رقم (٢,٥). منطقة قبول ورفض وجود ارتباط ذاتي للمتغير العشوائي.

ثانيا: معالجة الارتباط الذاتي للأخطاء: تتوقف طريقة المعالجة المقترحة في كل حالة على مصدر الارتباط الذاتي للمتغير العشوائي، فإذا كان المصدر إهمال بعض المتغيرات المستقلة نضيف هذه المتغيرات حتى نصل إلى استقلال المتغيرات العشوائية وهذا هو موضوع الفصل القادم (الانحدار المتعدد). أما إذا كان المصدر هو التمثيل الخاطئ للشكل الرياضي للنموذج فيجب اختيار نموذج أخر يمثل العلاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل.

ويمكن إزالة الارتباط الذاتي للأخطاء على الشكل التالي:

١ - إذا كانت العلاقة من الشكل: $y_t = b_0 + b_1 x_t + \varepsilon_t$

نكتب هذه العلاقة بدلالة الفترة الزمنية $t-1$: $y_{t-1} = b_0 + b_1 x_{t-1} + \varepsilon_{t-1}$

٢- نضرب طرفي العلاقة الأخيرة بـ ρ ثم نطرحها من العلاقة الأولى فنحصل على:

$$y_t^* = b_0(1-\rho) + b_1 x_t^* + \varepsilon_t^* \qquad (٢,٣٣)$$

حيث: $y_t^* = y_t - \rho y_{t-1}$.

$x_t^* = x_t - \rho x_{t-1}$

$\varepsilon_t^* = \varepsilon_t - \rho \varepsilon_{t-1}$

وبذلك يتم تحويل النموذج الذي يحتوي على ارتباط ذاتي بين قيم المتغير العشوائي إلى نموذج لا يحتوي على مثل هذا الارتباط.

(٢,١٤) المعالجة الآلية لنماذج الانحدار لبسيط

نظرا للانتشار الواسع للحاسبات الشخصية Personal Computer والبرامج التطبيقية الإحصائية في الجامعات ومراكز البحوث وفي الشركات ومن قبل الباحثين المتخصصين وغير المتخصصين، أصبح من السهل استخدام هذه البرامج مما يسهل العمليات الحسابية ويعطي نتائج دقيقة في فترة زمنية قصيرة جدا.

ومن بين هذه البرامج برنامج الحزمة الإحصائية للعلوم الاجتماعية Statistical Packages for the Social Science (SPSS) الذي يتميز بالسهولة والبساطة والشمولية والمرونة السريعة في التعامل مع البيانات والقدرة على إعطاء كافة النتائج الإحصائية مكتوبة أو على شكل جداول أو رسوم بيانية، كما يمتاز بقدرته على التعامل مع أغلب البرامج التي تعمل ضمن بيئة النوافذ.

يحتوي هذا البرنامج على نوافذ متعددة وخيارات كثيرة تساعد المستخدم على إجراء كل العمليات الإحصائية وسنحاول شرح كيفية استخدام الأوامر التي نحتاج إليها بشكل مبسط ومختصر لحل نماذج التنبؤ الإداري المستخدمة في هذا الكتاب.

تـدخل البيانـات إلى برنـامج SPSS مـن خـلال الشاشـة الافتتاحيـة أو نافـذة البيانات ، حيث تظهر هذه النافذة بمجرد تشغيل البرنـامج كما هـو واضـح من الشكل التالي :

الشكل رقم (٢,٦). الشاشة الرئيسة في برنامج SPSS.

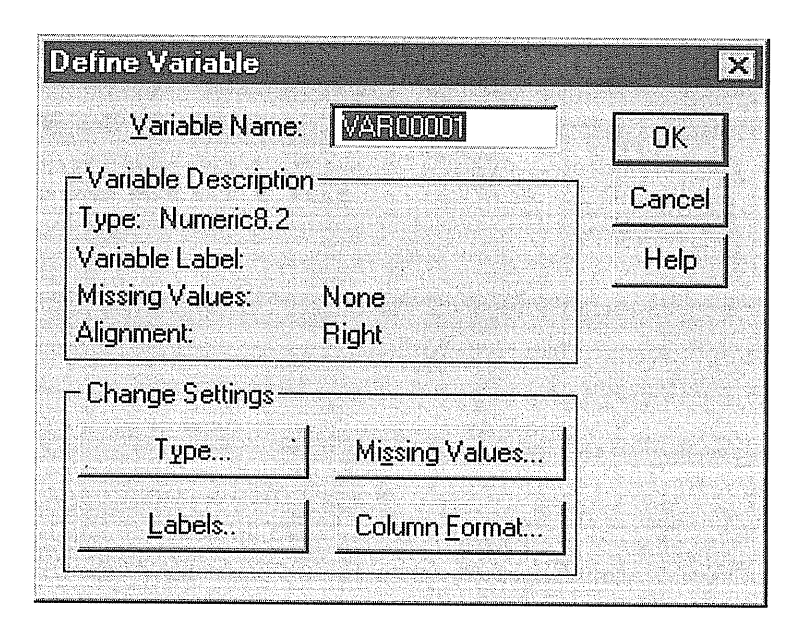
يتضمن هذا الشكل ورقة العمل وهي عبارة عن جدول مقسم إلى عدد من الأعمدة عناوينها المتغيرات Variables وعدد من الصفوف أو الأسطر يصل عددها إلى أكثر من ١٣ ألف صف عناوينها الأرقام .... ,3 ,2 ,1. يسمى تقاطع العمود مع الصف خلية Cell. وتسمى الخلية الجاري العمل بها بالخلية النشطة Active Cell.

لنـدخل بيانـات الجـدول رقـم (٢,١) إلى البرنـامج. قبـل إدخـال البيانـات إلى البرنـامج لابـد مـن تحديـد أسمـاء المتغيرات مـن أجـل التعـرف عليهـا عنـد استعمالها. ولتسمية المتغيرات أو تعريفها، نتبع الخطوات الآتية:

أ) نحدد الخلية الأولى من العمود الذي نريد تعريف متغير له.

ب) نفتح قائمة بيانات Data ونختار منها تعريف متغير Define variable.

جـ) تظهر نافذة حوار فيها اسم المتغير الفرضي كما يظهر من الشكل التالي:



الشكل رقم (٢,٧). نافذة تعريف متغير جديد.

د) نكتـب الاسـم الـذي نريـده ولـيكن مـثلا y (النـاتج القـومي الإجمـالي) ثـم نضـغط علـى مفتـاح الإدخـال أو ok مـن نافـذة الحـوار، يـزول اسـم المـتغير الفرضـي var00001 من عنوان العمود ويحل الاسم الذي أدخلناه بدلا منه كما يظهـر مـن الشكـل التالي:

Untitled - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Statistics Graphs Utilities Window Help

	y	var	var	var	var	var	var
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

SPSS Processor is ready

الشكل رقم (٢,٨). ظهور اسم المتغير الجديد بدلا من المتغير الفرضي.

نكرر هذه الخطوات من أجل كل المتغيرات الموجودة في الجدول.

هـ) يتم إدخال البيانات عمودا بعد الآخر، وضمن كل عمود ندخل القيم بالتتابع. مثلا، في العمود الخاص بالناتج القومي الإجمالي y، نحدد الخلية الأولى ثم نكتب القيمة الأولى ١٠,٤٣ ثم نضغط على مفتاح الإدخال، ثم نكرر هذه الخطوة من أجل جميع قيم هذا العمود. وبنفس الأسلوب يتم إدخال قيم باقي الأعمدة بعد إعادة تسمية الأعمدة باسم المتغيرات الجديدة فنحصل على الشكل التالي:

1-2 - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Statistics Graphs Utilities Window Help

1:y 10.43

	y	x1	x2	x3	var	var	var
1	10.43	8.03	5.70	2.20			
2	11.45	8.75	5.86	2.80			
3	12.73	9.24	6.03	3.36			
4	13.57	10.67	6.20	3.20			
5	20.59	17.27	6.38	3.67			
6	30.15	19.78	6.57	4.71			
7	82.35	28.92	6.76	7.31			
8	125.40	126.22	6.96	10.15			
9	165.39	104.41	7.25	14.82			
10	207.72	135.15	7.62	30.69			

SPSS Processor is ready

الشكل رقم (٢,٩). محتويات الجدول (٢,١).

هـ) نفتح قائمة ملف File ثم نختار حفظ باسم Save as ، تظهر نافذة حوار ، القسم الأعلى منها يحتوي على أسماء ملفات البيانات المحفوظة في البرنامج وإلى الأسفل منها يوجد سطر فارغ فيه مؤشر الكتابة كما هو موضح في الشكل التالي :

Save Data As

Save in: Spss

4-2, 5-1, 5-2, 5-3, 7-22, 7-23, 24-3, 323-1-21, 323-6-1, 323-6-2, 323-6-4, 4-1, acroread, Scripts, 1-2, 1991 U.S. General Social Survey, 24, 24-2

File name: [Save]

Save as type: SPSS (*.sav) [Paste]

☑ Write variable names to spreadsheet [Cancel]

الشكل رقم (٢,١٠). نافذة حفظ الملف باسم.

نكتب اسم ملف البيانات التي أدخلناها إلى البرنامج في المكان المخصص له وليكن (٢,١) مثلا ، ثم نضغط على مفتاح الإدخال أو ok من نافذة الحوار. وبذلك أصبحت بيانات الجدول محفوظة ضمن البرنامج ويمكن طلبها عند الحاجة باسمها من قائمة ملف.

لمعالجة نموذج انحدار الناتج القومي الإجمالي y على الصادرات x_1 ، نتبع الخطوات التالية :

١ – نفتح قائمة إحصاء Statistics ونختار منها انحدار Regression ثم خطي Linear.

٢ – تظهر نافذة فيها قائمة المتغيرات الموجودة في ملف البيانات كما يظهر في الشكل التالي :

الشكل رقم (٢,١١). نافذة الحوار الخاصة بنموذج الانحدار الخطي.

تحتوي هذه النافذة على مجموعة كبيرة من التبويبات من أهمها :

١ - قائمة المتغيرات الرئيسية وتحتوي على أسماء كل متغيرات ملف البيانات $x_1; x_2; x_3; y$.

٢ - سطر فارغ للمتغير التابع Dependent. وبين هذا السطر وقائمة المتغيرات يوجد سهم لإدخال المتغير التابع.

٣ - نافذة مخصصة للمتغيرات المستقلة Independents. كذلك يوجد بينها وبين قائمة المتغيرات سهم لإدخال المتغير أو المتغيرات المستقلة.

٤ - قائمة منسدلة لاختيار طريقة الانحدار Method.

٥ - مجموعة كبيرة من الخيارات وفق طريقة الانحدار التي نرغبها.

ندخل المتغير التابع في المكان المخصص له في النافذة وذلك بالضغط على مفتاح الفأرة الأيسر فوق اسم المتغير التابع ، ثم نضغط من جديد على مفتاح الفأرة الأيسر فوق السهم الموجود بين قائمة المتغيرات ومكان المتغير التابع.

ندخل المتغير المستقل في المكان المخصص له أيضا بنفس الأسلوب السابق.

ثم ok وسنحصل على كل النتائج المتعلقة بهذا النموذج على شكل مجموعة من الجداول على النحو التالي (وهي نفس النتائج التي وجدناها سابقا مع ملاحظة تقريب الأرقام) :

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	X1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: Y

يتضمن هذا الجدول معلومات وصفية مثل : اسم المتغير المستقل x_1 وطريقة الانحدار Enter والمتغير التابع y.

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.843[a]	.710	.699	93.5631

a. Predictors: (Constant), X1

يتضمن هذا الجدول النتائج التالية :

١ - معامل الارتباط البسيط $r_{xy} = 0.843$.

٢ - معامل التحديد $R^2 = 0.710$.

٣ - معامل التحديد المعدل $\overline{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k-1}(1-R^2) = 0.699$ ، حيث n عدد المشاهدات وk عدد المتغيرات المستقلة.

٤ - الخطأ المعياري للتقدير $s = 93.5631$.

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	558516.9	1	558516.9	63.801	.000[a]
	Residual	227605.5	26	8754.056		
	Total	786122.4	27			

a. Predictors: (Constant), X1

b. Dependent Variable: Y

يتضمن هذا الجدول نتائج تحليل التباين وهي : مجموع المربعات وعدد درجات الحرية الموافقة لكل نوع من أنواع المربعات ومتوسط مجموع المربعات ومؤشر فيشر الفعلي ومؤشر دلالة الاختبار الفعلي أو المحسوب Sig. وهو مفهوم حديث ظهر مع ظهور البرامج التطبيقية الإحصائية ويسمى في بعض البرامج P-value.

يهدف هذا المؤشر إلى الاستغناء عن استخدام الجداول الإحصائية ، حيث يتم حساب الدلالة أو المعنوية المحسوبة ومقارنتها بمستوى الدلالة α المقترح.

ويعرف Sig بأنه احتمال الحصول على نتائج عينة أكثر تناقضا مع فرضية العدم من النتائج المشاهدة. فبالنسبة لاختبار F في جدول تحليل التباين للمثال السابق يمثل مؤشر دلالة الاختبار الفعلي احتمال الحصول على قيمة لـ F أكبر من ٦٣,٨٠١ فيما إذا كانت الفرضية صحيحة.

وبشكل عام، فإن القيم الكبيرة لهذا المؤشر تؤيد فرضية العدم، بينما القيم الصغيرة تؤيد الفرضية البديلة، ويمكن صياغة هذه القاعدة على الشكل التالي:

- إذا كانت $Sig > \alpha$ نقبل فرضية العدم ونرفض الفرضية البديلة.
- إذا كانت $Sig < \alpha$ نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة.

وبما أن $Sig < \alpha$ في هذا المثال لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي توجد علاقة خطية بين المتغيرين وهي نفس النتيجة التي توصلنا لها سابقا.

نلاحظ أن هذا المؤشر وفر علينا مهمة البحث في الجداول الإحصائية لاستخراج مؤشرات الاختبار الجدولية وحساب عدد درجات الحرية، فيكفي أن نحدد مستوى الدلالة α لنقرر قبول أو رفض فرضية العدم.

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	80.980	29.229		2.771	.010
	X1	1.440	.180	.843	7.988	.000

a. Dependent Variable: Y

يحتوي الجدول الأخير من النتائج على الأعمدة التالية:

١- العمود الأول يتضمن الحد الثابت والمتغير المستقل.

٢- العمود الثاني يتضمن معالم معادلة الانحدار.

٣- العمود الثالث يتضمن الإنحراف المعياري لمعالم معادلة الانحدار.

٤- العمود الرابع يتضمن معامل الانحدار المعياري. يستخدم هذا المعامل عندما تكون وحدات قياس المتغيرات المستقلة مختلفة (حجم، وزن، طول... إلخ).

٥- العمود الخامس يتضمن مؤشر الاختبار الفعلي أو المحسوب لمعالم معادلة الانحدار.

٦- العمود السادس يتضمن مؤشر دلالة الاختبار الفعلي أو المحسوب.

ومن هذا الجدول يمكن استنتاج معادلة الانحدار وهي : $\hat{y}_t = 80.98 + 1.44x_t$

مثال (٢): استخدم بيانات الجدول رقم (٢,١) في إيجاد معادلة انحدار الناتج القومي الإجمالي على السكان باستخدام برنامج SPSS واشرح أهم النتائج التي حصلت عليها، ثم استخدم معادلة الانحدار لتقدير الناتج القومي الإجمالي السعودي إذا وصل عدد سكان المملكة العربية السعودية إلى ٢٠ مليون نسمة.

الحل: نتبع الخطوات التالية :

١- نشغل برنامج SPSS.

٢- نفتح قائمة ملف File ثم نختار منها فتح ملف قديم Open.

٣- تظهر نافذة حوار فيها كل ملفات البيانات المخزنة في البرنامج، نختار منها (٢,١) ثم ok.

٤- نفتح قائمة إحصاء Statistics ونختار منها Regression ثم Linear.

٥- تظهر نافذة حوار فيها قائمة بكل المتغيرات : y, x_1, x_2, x_3 . ننقل y إلى نافذة المتغير التابع، ثم ننقل x_2 إلى نافذة المتغير المستقل، ثم نختار ok، فنحصل على النتائج التالية :

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.759[a]	.575	.559	113.3006

a. Predictors: (Constant), X2

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	452359.5	1	452359.5	35.239	.000[a]
	Residual	333762.9	26	2837.036		
	Total	786122.4	27			

a. Predictors: (Constant), X2

b. Dependent Variable: Y

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-79.988	62.232		-1.285	.210
	X2	33.011	5.561	.759	5.936	.000

a. Dependent Variable: Y

٦- أهم النتائج :

أ) معامل الارتباط البسيط = ٠,٧٥٩ ، أي يوجد ارتباط موجب وجيد بين المتغير التابع (الناتج القومي الإجمالي) والمتغير المستقل (السكان).

ب) معامل التحديد = ٠,٥٧٥ ، أي أن المتغير المستقل قد فسر أو شرح ما يقرب من ٥٨٪ من تغيرات المتغير التابع ، وهي نسبة قليلة وتدل على وجود متغيرات مستقلة أخرى تؤثر في المتغير التابع.

جـ) الخطأ المعياري للتقدير = ١١٣,٣ .

د) مؤشر اختبار فيشر الفعلي أو المحسوب = ٣٥,٢٣٩ وهو أكبر من نظيره الجدولي ، ويمكن التوصل إلى هذه النتيجة من مؤشر دلالة الاختبار الفعلي.

هـ) مؤشر دلالة اختبار فيشر الفعلي = ٠,٠٠٠ وهو أصغر من مستوى الدلالة ٥٪، لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي يوجد علاقة خطية بين المتغيرين.

و) مؤشر دلالة اختبار t المتعلق بالمعلمة b_0 = ٠,٢١ وهو أكبر من مستوى الدلالة المقترح، لذلك نقبل فرضية العدم القائلة بأن مستقيم انحدار المجتمع يمر من مبدأ الإحداثيات.

ز) مؤشر دلالة اختبار t المتعلق بالمعلمة b_1 = ٠,٠٠ وهو أصغر من مستوى الدلالة المقترح، لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي أن المعلمة β_1 تختلف عن الصفر.

٧- معادلة انحدار الناتج القومي الإجمالي على السكان هي:

$$\hat{y}_t = -79.988 + 33.011x_t$$

٨- تقدير الناتج القومي الإجمالي إذا كان عدد السكان ٢٠ مليون نسمة: يمكن تقدير الناتج القومي الإجمالي إذا كان عدد السكان ٢٠ مليون على الشكل التالي:

$$\hat{y}_{20} = -79.988 + 33.011(20) = 580.232$$ مليار ريال

أسئلة ومسائل غير محلولة

١- ما مفهوم الانحدار؟

٢- ما الفرق بين الانحدار البسيط والانحدار المتعدد؟

٣- ما الهدف الأساسي من دراسة معادلة الانحدار بين متغيرين؟

٤- هل العلاقة بين متغيرين دائما علاقة سببية؟

٥- عرف شكل الانتشار، ثم وضح لماذا نهتم به في دراسة الانحدار؟

٦- اشرح طريقة المربعات الصغرى العادية.

٧- ماذا يعني اختبار معنوية معادلة الانحدار.

٨- اشرح مفهوم تحليل التباين.

١٠- ما درجات الحرية؟.

١١- عرف المصطلحات التالية:

- فرضية العدم.
- الفرضية البديلة.
- مستوى الدلالة أو المعنوية.
- مستوى أو درجة الثقة.

١٢- عرف الخطأ المعياري واذكر مجال استخدامه.

١٣- ما المقصود من اختبار معالم معادلة الانحدار؟

١٤- ما المقصود بتقدير المتوسط الشرطي؟

١٥- ما الفرق بين تقدير المتوسط الشرطي وتقدير القيمة الفعلية؟

١٦- عرف معامل الارتباط البسيط واذكر مجال استخدامه.

١٧- ما العلاقة بين معامل الارتباط البسيط ومعلمة الارتباط البسيط؟

١٨- عرف معامل التحديد واذكر مجال استخدامه.

٢٠- ما العلاقة بين معامل الارتباط البسيط ومعامل التحديد؟

٢١- ما المقصود بالارتباط الذاتي للأخطاء؟

٢٢- عرف اختبار دوبون- واتسون واذكر مجال استخدامه.

٢٣- ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل حجم المبيعات وميزانية الإعلان في ١٥ شركة:

الجدول رقم (٢,٥). ميزانية الإعلان وحجم المبيعات بملايين الريالات.

حجم المبيعات	ميزانية الإعلان	الشركة
٤٠	١٠	١
٣٥	٩	٢
٥٢	١٢	٣
٢٤	٧	٤
٤٨	١١	٥
١٥	٣	٦
٦٨	١٤	٧
٧٤	١٦	٨
٣٨	٨	٩
٤٢	١١	١٠
٥٤	١٣	١١
٥٥	١٣	١٢
٥٨	١٤	١٣
٥٠	١١	١٤
٢٤	٦	١٥

المصدر: فرضي.

والمطلوب

- استخدم المعالجة الآلية في إيجاد معادلة انحدار حجم المبيعات على ميزانية الإعلان.
- اشرح أهم نتائج المعالجة الآلية.

– قدر حجم المبيعات إذا كانت الميزانية المخصصة للإعلان في إحدى الشركات ٢٠ مليون ريال.

٢٤– لمعرفة مدى وجود علاقة بين معدل الطالب في الثانوية العامة ومعدله في السنة الأولى بالجامعة، قامت إدارة القبول والتسجيل بجمع البيانات التالية عن ٢٠ طالبا في كلية العلوم الإدارية بعد انتهاء السنة الأولى فوجدت النتائج التالية:

الجدول رقم (٢,٦). معدل الثانوية العامة ومعدل السنة الجامعية الأولى لـ ١٥ طالبا في كلية العلوم الإدارية.

معدل السنة الأولى في الجامعة	معدل الثانوية العامة	الطالب
٨٨	٩٠	١
٧٨	٨٠	٢
٨٤	٨٢	٣
٧٦	٨٧	٤
٩٠	٩١	٥
٨٧	٩٦	٦
٧٤	٧٩	٧
٨١	٨٥	٨
٧٨	٨١	٩
٧٥	٨٦	١٠
٨٩	٩٣	١١
٦٢	٧٨	١٢
٧٦	٨٥	١٣
٨٠	٨٩	١٤
٨٦	٩٤	١٥

المصدر: فرضي.

والمطلوب

- استخدم المعالجة الآلية في إيجاد معادلة انحدار معدل الطالب في السنة الجامعية الأولى على معدله في الثانوية العامة.
- اشرح أهم نتائج المعالجة الآلية.
- قدر معدل أحد الطلاب في السنة الجامعية الأولى إذا كان معدله في الثانوية العامة ٧٢.

٢٥- ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل الدخل الشهري ومتوسط الإنفاق الشهري على شبكة المعلومات الدولية (الإنترنت) لـ ١٠ أسر في مدينة الرياض:

الجدول رقم (٢,٧). الدخل والإنفاق الشهري على الإنترنت لمجموعة من الأسر بالريال.

الدخل	الإنفاق	التسلسل
٣٠٠٠	١٠٠	١
٢٥٠٠	٨٠	٢
٣٥٠٠	١٤٠	٣
٢٧٠٠	٨٠	٤
٣٢٠٠	١٠٠	٥
٢٠٠٠	٧٠	٦
٢٣٠٠	٧٥	٧
٣١٠٠	١٠٠	٨
٣٧٠٠	١٥٠	٩
٤٠٠٠	١٦٠	١٠

المصدر: فرضي

والمطلوب

- استخدم المعالجة الآلية في إيجاد معادلة انحدار الإنفاق على الإنترنت على دخل الأسرة.

- اشرح أهم نتائج المعالجة الآلية.

- قدر إنفاق إحدى الأسر على الإنترنت إذا كان الإنفاق الشهري لها ٤٥٠٠ ريال.

٢٦- ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل الناتج المحلي الإجمالي والاستهلاك الخاص في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٨٠-١٩٩٧م بمليارات الريالات:

الجدول رقم (٢,٨). الناتج المحلي الإجمالي والاستهلاك الخاص (مليار ريال) في السعودية خلال الفترة ١٩٨٠-١٩٩٧م.

السنة	الناتج المحلي الإجمالي	الاستهلاك الخاص
١٩٨٠	٣٨٥,٨١	١٠٢,٣٩
١٩٨١	٥٢٠,٥٩	١١٤,٩١
١٩٨٢	٥٢٤,٧٢	١٢٦,٥١
١٩٨٣	٤١٥,٢٣	١٥١,٢٩
١٩٨٤	٣٧٢,٠٢	١٥٧,٣٧
١٩٨٥	٣٥١,٤٠	١٥٩,٣٥
١٩٨٦	٣١٣,٩٤	١٥٨,٥٩
١٩٨٧	٢٧١,٠٩	١٤٠,١٥
١٩٨٨	٢٧٥,٤٥	١٣٥,٥٤
١٩٨٩	٢٨٥,١٥	١٣٩,٤٠
١٩٩٠	٣١٠,٨٢	١٤٥,٠٣
١٩٩١	٣٩١,٩٩	١٥٥,٨٧
١٩٩٢	٤٢٢,٠٤	١٦٨,٧٥
١٩٩٣	٤٦١,٣٩٨	١٨٣,٩٢
١٩٩٤	٤٤٣,٨٤	١٩٣,٩١
١٩٩٥	٤٥٠,٠٣	١٨٥,٨٣
١٩٩٦	٤٧٨,٦٥	١٩٣,٥٢
١٩٩٧	٥٢٩,٢٥	٢٠٦,٣٣

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة- وزارة التخطيط.

والمطلوب

- استخدم المعالجة الآلية في إيجاد معادلة انحدار الاستهلاك الخاص على الناتج المحلي الإجمالي.
- اشرح أهم نتائج المعالجة الآلية.
- قدر الاستهلاك الخاص إذا بلغ الناتج القومي الإجمالي ٦٠٠ مليار ريال.

٢٧- ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل عرض النقود والناتج المحلي الإجمالي بالأسعار الثابتة في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٧٠-١٩٩٩م بمليارات الريالات:

الجدول رقم (٢,٩). عرض النقود والناتج المحلي الإجمالي في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٧٠-١٩٩٩م بمليارات الريالات.

السنة	عرض النقود	الناتج المحلي الإجمالي
١٩٧٠	٣١,٤٨	١٩٥,٨٢
١٩٧١	٣٩,٩٨	٢٢٦,٢١
١٩٧٢	٥٥,٦١	٢٧١,٣٣
١٩٧٣	٧٤,٨٣	٣١٢,٤٦
١٩٧٤	١٢٢,٢٣	٣١٥,٣٩
١٩٧٥	٢١١,٤٢	٣٤٢,٥٠
١٩٧٦	٣٣٠,٢٨	٣٩٣,١٨
١٩٧٧	٤٨٣,٥٧	٤١٧,٦٥
١٩٧٨	٤٥٦,٥١	٤٤٥,٢١
١٩٧٩	٦٧٢,٧٧	٤٩٠,٥٣
١٩٨٠	٨٣٤,٠٣	٥٢٩,٧١
١٩٨١	١٠٢٩,٥٥	٥٣٨,٨٦

تابع الجدول رقم (٢,٩).

السنة	عرض النقود	الناتج المحلي الإجمالي
١٩٨٢	١١٦٠,٩٣	٤٨٣,٠٣
١٩٨٣	١١٩٨,٩٧	٤٧٩,٩٥
١٩٨٤	١١٩٧,٠٠	٤٦٨,٤٢
١٩٨٥	١٢٢٧,٨١	٤٤٩,٣٦
١٩٨٦	١٢٦٩,٣٩	٤٧٥,١١
١٩٨٧	١٢٩٠,٢٠	٤٦٨,٣٠
١٩٨٨	١٣٤١,٤٣	٤٩٩,٢٣
١٩٨٩	١٣٦٤,١٤	٥٠١,٦٧
١٩٩٠	١٤١٥,٤٦	٥٥٥,٦٥
١٩٩١	١٦٥٠,٩٤	٦٠٢,٨٤
١٩٩٢	١٧١٧,٩٦	٦١٩,١٧
١٩٩٣	١٦٩٣,٩٥	٦١٥,١١
١٩٩٤	١٧٧٠,٦٢	٦١٨,٤١
١٩٩٥	١٨٥٦,٩٤	٦٢٠,٠٤
١٩٩٦	٢٠٤٠,٠٩	٦٢٨,٤٣
١٩٩٧	٢١٨٣,٤٩	٦٤٥,٩٢
١٩٩٨	٢٢٣٧,٠٨	٦٥٥,٨٤
١٩٩٩	٢٤٢٠,٠٧	٦٦٧,٤٥

المصدر: مؤسسة النقد العربي السعودي.

المطلوب

- استخدم المعالجة الآلية في إيجاد معادلة انحدار عرض النقود على الناتج المحلي الإجمالي.

- اشرح أهم نتائج المعالجة الآلية.
- قدر عرض النقود في المملكة العربية السعودية إذا بلغ الناتج القومي الإجمالي بالأسعار الثابتة ٧٠٠ مليار ريال.

٢٨- اختر أحد الأنشطة الاقتصادية أو الإدارية أو التجارية بحيث يمكن التعبير عن هذا النشاط بمتغيرين، أحدهما تابع والآخر مستقل، ثم نفذ العمليات التالية:

- اجمع البيانات الكافية لتطبيق طريقة الانحدار الخطي البسيط على هذا النشاط.
- مثل العلاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل بيانيا، ماذا تستنتج من هذا الشكل؟
- استخدم المعالجة الآلية في إيجاد معادلة انحدار المتغير التابع على المتغير المستقل.
- اشرح أهم نتائج المعالجة الآلية.
- اختر فترة زمنية مناسبة للتنبؤ ثم قدر قيم المتغير التابع من أجل قيم محددة للمتغير المستقل.

الفصل الثالث

استخدام نماذج الانحدار المتعدد في التنبؤ الإداري

(٣,١) مقدمة

لقد درسنا في الفصل السابق العلاقة بين متغيرين أحدهما تابع والآخر مستقل. لكن الواقع العملي يقوم، بشكل عام، على تأثر أية ظاهرة بأكثر من متغير مستقل. ومن الأمثلة على ذلك نجد أن الكمية المستهلكة من سلعة ما تتأثر بسعر السلعة ذاتها علاوة على أسعار السلع البديلة والمكملة بالإضافة إلى دخل المستهلك وذوقه. كذلك فإن كمية الإنتاج تتأثر بالعمل ورأس المال والموارد الأولية وغيرها من عناصر العملية الإنتاجية. وفي مجال التأمين يتوقف مقدار التأمين على عمر المؤمن ودخله وطول فترة التأمين والحالة الصحية للمؤمن... إلخ.

وبما أن الانحدار البسيط لا يمكنه التعبير عن هذه العلاقات، لذلك يستخدم الانحدار الخطي المتعدد الذي يأخذ في الاعتبار تأثير متغيرين مستقلين أو أكثر على المتغير التابع. لذا فإن الانحدار المتعدد يعتبر امتدادا منطقيا للانحدار البسيط، وبالتالي فإن المفاهيم الإحصائية في الحالتين تعتبر متطابقة تقريبا. حيث نستخدم طريقة المربعات الصغرى في تقدير معالم نموذج الانحدار، ثم نقوم بحساب الخطأ المعياري للتقدير. بعد ذلك نقوم بتحديد درجة قوة العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة باستخدام معاملات الارتباط. ثم نختبر الفروض الإحصائية المتعلقة بمعاملات الانحدار والارتباط.

(٣,٢) الانحدار المتعدد

يأخذ نموذج الانحدار الخطي المتعدد الشكل العام التالي:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + ... + \beta_k X_{kt} + \xi_t \quad (٣,١)$$

حيث تمثل: Y_t المتغير التابع.

و $X_{1t}; X_{2t}; .....; X_{kt}$ المتغيرات المستقلة.

و ξ_t المتغير أو الخطأ العشوائي.

و $\beta_0; \beta_1; \beta_2; .....; \beta_k$ معالم النموذج.

و $t = 1;2; .....; n$ عدد المشاهدات.

وإذا كان لدينا متغيرين مستقلين فقط هما X_1 و X_2 تصبح العلاقة (٣,١) على الشكل التالي:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \xi_t \quad (٣,٢)$$

وتأخذ المعادلة المقدرة للعلاقة (٣,٢) الصيغة التالية:

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 x_{1t} + b_2 x_{2t} \quad (٣,٣)$$

حيث تمثل b_0 قيمة $\hat{y}$ عندما $x_1 = 0$ و $x_2 = 0$.

بينما تمثل b_1 التغير في $\hat{y}$ الناتج عن تغير x_1 بوحدة واحدة بافتراض ثبات قيمة x_2.

وتمثل b_2 التغير الحاصل في $\hat{y}$ نتيجة تغير x_2 بوحدة واحدة بافتراض ثبات قيمة x_1.

وبما أن b_1 و b_2 تساهم جزئيا في التغير الكلي $\hat{y}$ الناتج عن تغير المتغيرين المستقلين، فإنهما يسميان معاملات الانحدار الجزئية Partial Regression Coefficients.

ويمكن حساب قيم مقدرات معالم نموذج الانحدار المتعدد بطرائق مختلفة، أهمها*:

١- باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية.

٢- باستخدام المصفوفات للوحدات الخام.

٣- باستخدام مصفوفة معاملات الارتباط بين المتغيرات.

٤- باستخدام الأخطاء أو البواقي.

---

* الاقتصاد القياسي التطبيقي، مرجع سبق ذكره، ص ١٠٤.

سنشرح الطريقة الأولى فقط لأنها الأكثر استخداما. وكما مر معنا سابقا فإن طريقة المربعات الصغرى تسعى إلى تخفيض مجموع مربعات الانحرافات بين القيم الفعلية والقيم المقدرة للمتغير التابع $\sum_{t=1}^{n}(Y_t-\hat{Y}_t)^2$ إلى أقل قيمة ممكنة. ولتطبيق هذه الطريقة نحتاج إلى ثلاث معادلات طبيعية، يمكن الحصول عليها بتعويض $\hat{Y}_t$ بقيمتها في علاقة الانحرافات السابقة فتصبح على الشكل التالي:

$$\sum_{t=1}^{n}(Y_t-\hat{Y}_t)^2=\sum_{t=1}^{n}[Y_t-(b_0+b_1X_{1t}+b_2X_{2t})]^2$$

وبأخذ التفاضل الجزئي Partial derivatives بالنسبة للمقدرات $b_0;b_1;b_2$ ومساواته بالصفر نحصل على المعادلات الطبيعية الآتية:

$$\sum_{t=1}^{n}Y_t=nb_0+b_1\sum_{t=1}^{n}X_{1t}+b_2\sum_{t=1}^{n}X_{2t}$$

$$\sum_{t=1}^{n}X_{1t}Y_t=b_0\sum_{t=1}^{n}X_{1t}+b_1\sum_{t=1}^{n}X_{1t}^2+b_2\sum_{t=1}^{n}X_{1t}X_{2t} \qquad (٣,٤)$$

$$\sum_{t=1}^{n}X_{2t}Y_t=b_0\sum_{t=1}^{n}X_{2t}+b_1\sum_{t=1}^{n}X_{1t}X_{2t}+b_2\sum_{t=1}^{n}X_{2t}^2$$

وبحل هذه المعادلات نحصل على معالم النموذج $b_0;b_1;b_2$. ويمكن حل هذه المعادلات بطرائق مختلفة منها طريقة المحددات أو المعينات أو طريقة كرامر.

تتلخص هذه الطريقة في إيجاد المحددات التالية:

١- محدد معاملات معالم النموذج في المعادلات الطبيعية:

$$\Delta=\begin{vmatrix} n\ldots\ldots\ldots\ldots\sum X_{1t}\ldots\ldots\ldots\sum X_{2t} \\ \sum X_{1t}\ldots\ldots\sum X_{1t}^2\ldots\ldots\ldots\sum X_{1t}X_{2t} \\ \sum X_{2t}\ldots\ldots\sum X_{1t}X_{2t}\ldots\ldots\sum X_{2t}^2 \end{vmatrix}$$

٢- محدد معاملات b_0 في المعادلات الطبيعية، ويتم الحصول عليه باستبدال عمود معاملات b_0 في المحدد Δ بحدود الطرف الأيسر في المعادلات الطبيعية:

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} \sum Y_t .... \sum X_{1t} .... \sum X_{2t} \\ \sum X_{1t}Y_t ..... \sum X_{1t}^2 .... \sum X_{1t}X_{2t} \\ \sum X_{2t}Y_t ..... \sum X_{1t}X_{2t} ..... \sum X_{2t}^2 \end{vmatrix}$$

٣- محدد معاملات b_1 في المعادلات الطبيعية ، ويتم الحصول عليه باستبدال عمود معاملات b_1 في المحدد Δ بحدود الطرف الأيسر في المعادلات الطبيعية :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} n .... \sum Y_t .... \sum X_{2t} \\ \sum X_{1t} ..... \sum X_{1t}Y_t ...... \sum X_{1t}X_{2t} \\ \sum X_{2t} ..... \sum X_{2t}Y_t ..... \sum X_{2t}^2 \end{vmatrix}$$

٤- محدد معاملات b_2 في المعادلات الطبيعية ، ويتم الحصول عليه باستبدال عمود معاملات b_2 في المحدد Δ بحدود الطرف الأيسر في المعادلات الطبيعية :

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} n .... \sum X_{1t} .... \sum Y_t \\ \sum X_{1t} ..... \sum X_{1t}^2 .... \sum X_{1t}Y_t \\ \sum X_{2t} ..... \sum X_{1t}X_{2t} ..... \sum X_{2t}Y_t \end{vmatrix}$$

أما قيم المعالم فيتم حسابها من العلاقات التالية :

$$b_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta}$$

$$b_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$b_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

ويمكن تعميم هذه الطريقة في حالة وجود أكثر من متغيرين مستقلين ، لكننا لن نتوسع في نماذج الانحدار المتعدد لأن هدفنا هو شرح مبسط للنموذج ليصار فيما بعد إلى استخدامه في التنبؤ وباستخدام المعالجة الآلية فقط.

مثال (١): لنفرض أن Y تمثل الناتج القومي الإجمالي و X_1 تمثل الصادرات و X_2 تمثل عدد السكان في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٦٧-١٩٩٤م. والمطلوب استخدام بيانات الجدول رقم (٢,١) لإيجاد معادلة انحدار Y على X_1 و X_2 .

لإيجاد معادلة انحدار الناتج القومي الإجمالي على الصادرات والسكان نعد الجدول المساعد التالي :

الجدول رقم (٣,١). الجدول المساعد لحساب معادلة انحدار الناتج القومي الإجمالي على الصادرات والسكان.

السنوات	Y_t	X_{1t}	X_{2t}	$X_{1t}Y_t$	$X_{1t}X_{2t}$	$X_{2t}Y_t$	Y_t^2	X_{1t}^2	X_{2t}^2
١٩٦٧	١٠,٤٣	٨,٠٣	٥,٧	٨٣,٧٥	٤٥,٧٧	٥٩,٤٥	١٠٨,٧٩	٦٤,٤٨	٣٢,٤٩
١٩٦٨	١١,٤٥	٨,٧٥	٥,٨٦	١٠٠,١٩	٥١,٢٨	٦٧,١٠	١٣١,١٠	٧٦,٥٦	٣٤,٣٤
١٩٦٩	١٢,٧٣	٩,٢٤	٦,٠٣	١١٧,٦٣	٥٥,٧٢	٧٦,٧٦	١٦٢,٠٥	٨٥,٣٨	٣٦,٣٦
١٩٧٠	١٣,٥٧	١٠,٦٧	٦,٢	١٤٤,٧٩	٦٦,١٥	٨٤,١٣	١٨٤,١٥	١١٣,٨٥	٣٨,٤٤
١٩٧١	٢٠,٥٩	١٧,٢٧	٦,٣٨	٣٥٥,٥٩	١١٠,١٨	١٣١,٣٦	٤٢٣,٩٥	٢٩٨,٢٥	٤٠,٧٠
١٩٧٢	٣٠,١٥	١٩,٧٨	٦,٥٧	٥٩٦,٣٧	١٢٩,٩٥	١٩٨,٠٩	٩٠٩,٠٢	٣٩١,٢٥	٤٣,١٧
١٩٧٣	٨٢,٣٥	٢٨,٩٢	٦,٧٦	٢٣٨١,٦	١٩٥,٥٠	٥٥٦,٦٩	٦٧٨١,٥٢	٨٣٦,٣٧	٤٥,٧٠
١٩٧٤	١٢٥,٤٠	١٢٦,٢٢	٦,٩٦	١٥٨٢٨	٨٧٨,٤٩	٨٧٢,٧٨	١٥٧٢٥,٢	١٥٩٣١,٥	٤٨,٤٤
١٩٧٥	١٦٥,٣٩	١٠٤,٤١	٧,٢٥	١٧٢٦٨	٧٥٦,٩٧	١١٩٩,٠٨	٢٧٣٥٣,٩	١٠٩٠١,٤	٥٢,٥٦
١٩٧٦	٢٠٧,٧٢	١٣٥,١٥	٧,٦٢	٢٨٠٧٣	١٠٢٩,٨	١٥٨٢,٨٣	٣٤١٤٧,٦	١٨٢٦٥,٥	٥٨,٠٦
١٩٧٧	٢٣٣,٦٢	١٥٣,٢١	٨,٠٦	٣٥٧٩٣	١٢٣٤,٩	١٨٨٢,٩٨	٥٤٥٧٨,٣	٢٣٤٧٣,٣	٦٤,٩٦
١٩٧٨	٢٤٢,٩٠	١٣٨,٢٤	٨,٤٩	٣٣٥٧٨	١١٧٣,٧	٢٠٦٢,٢٢	٥٩٠٠٠,٤	١٩١١٠,٣	٧٢,٠٨
١٩٧٩	٣٨١,٠٦	٢١٣,١٨	٨,٩٣	٨١٢٣٤	١٩٠٣,٧	٣٤٠٢,٨٧	١٤٥٢٠٧	٤٥٤٤٥,٧	٧٩,٧٥
١٩٨٠	٥٠٨,٤٢	٣٦٢,٨٩	٩,٣٧	١٨٤٥٠١	٣٤٠٠,٣	٤٧٦٣,٩٠	٢٥٨٤٩١	١٣١٦٨٩	٨٧,٨٠

تابع الجدول رقم (١,٣).

السنوات	Y_t	X_{1t}	X_{2t}	$X_{1t}Y_t$	$X_{1t}X_{2t}$	$X_{2t}Y_t$	Y_t^2	X_{1t}^2	X_{2t}^2
١٩٨١	٥٢٢,٩	٤٠٥,٤٨	٩,٨١	٢١٢٠٢٥	٣٩٧٧,٨	٥١٢٩,٦٥	٢٧٣٤٢٤	١٦٤٤١٤	٩٦,٢٤
١٩٨٢	٤٣٣,٣٩	٢٧١,٠٩	١٠,٢٥	١١٧٤٨٨	٢٧٧٨,٧	٤٤٤٢,٢٥	١٨٧٨٢٧	٧٣٤٨٩,٨	١٠٥,٠٦
١٩٨٣	٣٩٢,٤٦	١٥٨,٤٤	١١,١٧	٦٢١٨١	١٧٦٩,٨	٤٣٨٣,٧٨	١٥٤٠٢٥	٢٥١٠٣,٢	١٢٤,٧٧
١٩٨٤	٣٧٢,٣٤	١٣٢,٣٠	١١,٩٨	٤٩٢٦١	١٥٨٥,٠	٤٤٦٠,٦٣	١٣٨٦٣٧	١٧٥٠٣,٣	١٤٣,٥٢
١٩٨٥	٣٢٧,٥٣	٩٩,٥٤	١٢,٦٥	٣٢٦٠٢	١٢٥٩,٢	٤١٤٣,٢٦	١٠٧٢٧٦	٩٩٠٨,٢١	١٦٠,٠٢
١٩٨٦	٢٨٩,٦٧	٧٤,٧٥	١٣,٣٦	٢١٦٥٣	٩٩٨,٦٦	٣٨٦٩,٩٩	٨٣٩٠٨,٧	٥٥٨٧,٥٦	١٧٨,٥٠
١٩٨٧	٢٩٢,٨٤	٨٦,٨٨	١٣,٦١	٢٥٤٤٢	١١٨٢,٤	٣٩٨٥,٥٥	٨٥٧٥٥,٣	٧٥٤٨,١٣	١٨٥,٢٣
١٩٨٨	٣٠٥,٠٨	٩١,٢٩	١٤,٠٢	٢٧٨٥١	١٢٧٩,٩	٤٢٧٧,٢٢	٩٣٠٧٣,٨	٨٣٣٣,٨٦	١٩٦,٥٦
١٩٨٩	٣٢٩,٥٢	١٠٦,٢٩	١٤,٤٣	٣٥٠٢٥	١٥٣٣,٨	٤٧٥٤,٩٨	١٠٨٥٨٣	١١٢٩٧,٦	٢٠٨,٢٣
١٩٩٠	٣٩٨,٥٢	١٦٦,٣٤	١٤,٨٧	٦٦٢٩٠	٢٤٧٣,٥	٥٩٢٥,٩٩	١٥٨٨١٨	٢٧٦٦٩,٠	٢٢١,١٢
١٩٩١	٤٣٧,١٦	١٧٩,٠٠	١٦,٤٩	٧٨٢٥٢	٢٩٥١,٧	٧٢٠٨,٧٧	١٩١١٠٩	٣٢٠٤١,٠	٢٧١,٩٢
١٩٩٢	٤٥٢,٧٨	١٨٨,٣٠	١٦,٨٢	٨٥٢٥٨	٣١٦٧,٢	٧٦١٥,٧٧	٢٠٥٠١٠	٣٥٤٥٦,٩	٢٨٢,٩١
١٩٩٣	٤٣٦,٦٦	١٥٨,٧٧	١٧,١٢	٦٩٣٢٩	٢٧١٨,١	٧٤٧٥,٦٢	١٩٠٦٧٢	٢٥٢٠٧,٩	٢٩٣,٠٩
١٩٩٤	٤٣٥,٩٩	١٥٩,٥٩	١٧,٤٥	٦٩٥٨٠	٢٧٨٤,٨	٧٦٠٧,٠٣	١٩٠٠٨٧	٢٥٤٦٩,٠	٣٠٤,٥٠
المجموع	٧٤٧٢,٦٢	٣٦١٤,٠٢	٢٩٤,٢١	١٣٥٢٢٩٢	٤١٤٩٣	٩٢٢٢١,٧	٢٧٨٠٤١٠	٧٣٥٧١٣	٣٠٥٦,٥٢

المصدر: بيانات الجدول رقم (١,٢).

وبذلك تصبح المعادلات الطبيعية :

$$7472.62 = 28b_0 + 3614b_1 + 294.21b_2$$

$$1352292 = 3614b_0 + 735713b_1 + 41493b_2$$

$$92221.69 = 294.21b_0 + 41493b_1 + 3506.52b_2$$

وباستخدام طريقة المحددات والتقريب إلى أقرب عدد صحيح نجد :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 28 & 3614 & 294 \\ 3614 & 735713 & 41493 \\ 294 & 41493 & 3507 \end{vmatrix} = 2814291312$$

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} 7473 & 3614 & 294 \\ 1352292 & 735713 & 41493 \\ 92222 & 41493 & 3507 \end{vmatrix} = -345794650000$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 28 & 7473 & 294 \\ 3614 & 1352292 & 41493 \\ 294 & 92222 & 3507 \end{vmatrix} = 3194080596$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 28 & 3614 & 7473 \\ 3614 & 735713 & 1352292 \\ 294 & 41493 & 92222 \end{vmatrix} = 95204225000$$

$$b_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta} = -\frac{345794650000}{2814291312} = -122.87$$

$$b_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{3194080596}{2814291312} = 1.13$$

$$b_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{65204225000}{2814291312} = 23.17$$

وبذلك تصبح معادلة انحدار الناتج القومي الإجمالي على الصادرات والسكان هي :

$$\hat{y}_t = -122.87 + 1.13x_{1t} + 23.17x_{2t}$$

ويمكن استخدام هذه المعادلة في التنبؤ إذا علمنا قيمة الصادرات وعدد السكان.

وكما لاحظنا سابقا، فإن تغير x_1 بمقدار وحدة واحدة يؤدي إلى تغير $\hat{y}$ بمقدار ١,١٣ بفرض ثبات قيمة x_2 . ونفس المفهوم ينطبق على معامل الانحدار الجزئي b_2 . وهذا ما يفسر الحقيقة القائلة بأن معادلة الانحدار خطية بطبيعتها*.

إن إحدى المشاكل الهامة التي تواجه الانحدار المتعدد هي إمكانية ارتباط المتغيرات المستقلة في معادلة الانحدار. وتسمى هذه المشكلة بارتباط المتغيرات المستقلة Multicollinearity. فإذا كان الارتباط بين المتغيرات المستقلة قويا فإن ذلك يؤدي إلى عدم تمثيل معاملات الانحدار الجزئية بشكل صحيح. ولحل هذه المشكلة نستعيض عن المتغيرات المستقلة المرتبطة بمتغير واحد فقط. وباستخدام البرامج الإحصائية الجاهزة، أصبح بإمكاننا اختبار عدد كبير من المتغيرات المستقلة وكشف قوة الارتباط بينها، وبالتالي يمكن معرفة المتغيرات المستقلة التي يجب إدخالها في معادلة الانحدار.

تجدر الملاحظة، أن معادلة الانحدار البسيط تمثل بيانيا بخط مستقيم، بينما تمثل معادلة الانحدار المتعدد ذات متغيرين مستقلين بمستوي ذي بعدين. أما معادلة الانحدار المتعدد التي تتضمن أكثر من متغيرين مستقلين، فإنها تمثل بمتعدد سطوح في فراغ ذي k بعد Hyperplane، حيث تشير k إلى عدد المتغيرات المستقلة.

(٣,٣) الخطأ المعياري للتقدير

يقاس الفرق بين قيم y الفعلية وقيم $\hat{y}$ المحسوبة من خط الانحدار البسيط باستخدام الخطأ المعياري للتقدير، ويستخدم نفس المفهوم في الانحدار المتعدد:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n-3}} \qquad (٣,٥)$$

حيث تشير $n-3$ إلى عدد درجات الحرية، وتمثل الـ ٣ معالم نموذج معادلة الانحدار.

---

* الإحصاء في الإدارة، مرجع سبق ذكره، ص ٨٢٩.

وتستخدم عادة، الصيغة التالية لحساب الخطأ المعياري للتقدير نظرا لسهولة تطبيقها:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n} y_t^2 - b_1 \sum_{t=1}^{n} x_{1t} y_t - b_2 \sum_{t=1}^{n} x_{2t} y_t}{n-3}} \qquad (٣,٦)$$

حيث: $y_t = Y_t - \overline{Y}$

و $x_{1t} = X_{1t} - \overline{X}_1$

و $x_{2t} = X_{2t} - \overline{X}_2$.

أي أن:

$$\sum_{t=1}^{n} y_t^2 = \sum_{t=1}^{n} Y_t^2 - \overline{Y} \sum_{t=1}^{n} Y_t$$

$$\sum_{t=1}^{n} x_{1t} y_t = \sum_{t=1}^{n} X_{1t} Y_t - \overline{X}_1 \sum_{t=1}^{n} Y_t \qquad (٣,٧)$$

$$\sum_{t=1}^{n} x_{2t} y_t = \sum_{t=1}^{n} X_{2t} Y_t - \overline{X}_2 \sum_{t=1}^{n} Y_t$$

وبالعودة إلى الجدول رقم (٣,١) نجد:

$$\sum_{t=1}^{n} y_t^2 = 2780410 - \frac{7472.62}{28} (7472.62) = 786117.17$$

$$\sum_{t=1}^{n} x_{1t} y_t = 1352292 - \frac{3614}{28} (7472.62) = 387790.26$$

$$\sum_{t=1}^{n} x_{2t} y_t = 92221.69 - \frac{294.21}{28} (7472.62) = 13703.14$$

$$s = \sqrt{\frac{786117.17 - 1.13\,(387790.26) - 23.17\,(13703.14)}{28-3}} = 34.88$$

نلاحظ أن قيمة الخطأ المعياري للتقدير في هذا المثال أصغر من القيمة التي حصلنا عليها في حالة الانحدار البسيط بمقدار : $93.59 - 34.88 = 58.71$ ، أي أن إضافة متغير مستقل جديد إلى معادلة الانحدار قد جعل هذه المعادلة أكثر جودة من معادلة الانحدار البسيط.

وبمعرفة الخطأ المعياري للتقدير يمكن الحصول على مجال الثقة لمعادلة الانحدار الحقيقية بنفس أسلوب الانحدار البسيط.

(٣,٤) الارتباط المتعدد

(٣,٤,١) معامل التحديد المتعدد

يعبر عن معامل التحديد المتعدد Coefficient of multiple determination بالعلاقة :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \overline{Y})^2} \qquad (٣,٨)$$

ولمعامل التحديد المتعدد نفس مفهوم معامل التحديد البسيط ، حيث يقيس نسبة التغير في المتغير التابع التي تفسرها أو تشرحها المتغيرات المستقلة.

ولتسهيل العمليات الحسابية يمكن استخدام الصيغة التالية في حساب معامل التحديد المتعدد :

$$R^2 = \frac{b_1 \sum_{t=1}^{n} x_{1t} y_t + b_2 \sum_{t=1}^{n} x_{2t} y_t}{\sum_{t=1}^{n} y_t^2} \qquad (٣,٩)$$

أما إذا كان لدينا أكثر من متغيرين مستقلين فيمكن أن نضيف المقدار $b_j \sum x_{jt} y_t$ إلى بسط المعادلة السابقة ، حيث $j = 3;4;.....;k$.

يتضح من العلاقة (٣,٩)، أن إضافة أي متغير مستقل إلى معادلة الانحدار ستزيد قيمة معامل التحديد المتعدد R^2 ، لأن المقام $\sum_{t=1}^{n} y_t^2$ Denominator ثابت القيمة

مهما كان عدد المتغيرات المستقلة. لكن قيمة البسط Numerator ستزيد بمقدار $b_j \sum_{t=1}^{n} x_{jt} y_t$ عند إضافة المتغير x_j إلى المعادلة. لذلك نلجأ عادة إلى استخدام معامل التحديد المعدل $\overline{R}^2$ الذي يحسب من العلاقة التالية:

$$\overline{R}^2 = 1 - [(1 - R^2)\frac{n-1}{n-k-1}]$$

نلاحظ من هذه العلاقة أنه كلما ازداد حجم العينة كلما اقتربت قيمة معامل التحديد المعدل من قيمة معامل التحديد المتعدد.

لقد وجدنا سابقا أن:

$$\sum_{t=1}^{n} y_t^2 = 786117.17$$

$$\sum_{t=1}^{n} x_{1t} y_t = 387790.26$$

$$\sum_{t=1}^{n} x_{2t} y_t = 13703.14$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{1.13\ (387790.26\ ) + 23.17\ (13703.14\ )}{386117.17} = 0.96$$

وهذا يعني أن ٩٦٪ من التغير الكلي في الناتج القومي الإجمالي يرجع إلى الصادرات والسكان. بينما كان معامل التحديد في الانحدار البسيط ٧١٪، وبالتالي فإن الفرق بين المعاملين يساوي: $0.96 - 0.71 = 0.25$. أي أن إضافة متغير مستقل جديد هو عدد السكان قد فسر ٢٥٪ من التغير الكلي للمتغير التابع (الناتج القومي الإجمالي).

(٣,٤,٢) الارتباط الجزئي

لدراسة قوة العلاقة بين المتغير التابع وأي من المتغيرات المستقلة يستخدم عادة، معامل الارتباط الجزئي The partial coefficient of correlation الذي يقيس العلاقة الحقيقية بين متغيرين، بعد حذف أثر بقية المتغيرات الأخرى من المتغيرين معا. ويعطى بالعلاقة التالية:

$$r_{y1.2} = \sqrt{1 - \frac{1 - R^2}{1 - r_{y2}^2}} \qquad (٣,١٠)$$

حيث ترمز $r_{y1.2}$ إلى معامل الارتباط الجزئي بين Y و X_1 بغض النظر عن X_2. كما تشير r_{y2} إلى معامل الارتباط البسيط بين Y و X_2.

ويعطى معامل الارتباط الجزئي بين Y و X_2 بافتراض ثبات X_1 بالعلاقة:

$$r_{y2.1} = \sqrt{1 - \frac{1 - R^2}{1 - r_{y1}^2}} \qquad (٣,١١)$$

حيث يشير r_{y1} إلى معامل الارتباط البسيط بين Y و X_1.

لقد وجدنا سابقا، أن معامل الارتباط البسيط بين Y و X_1 يمكن حسابه من العلاقة:

$$r_{y1} = \frac{n\sum_{t=1}^{n} X_{1t}Y_t - \sum_{t=1}^{n} X_{1t}\sum_{t=1}^{n} Y_t}{\sqrt{n\sum_{t=1}^{n} X_{1t}^2 - (\sum_{t=1}^{n} X_{1t})^2}\sqrt{n\sum_{t=1}^{n} Y_t^2 - (\sum_{t=1}^{n} Y_t)^2}}$$

وبشكل مشابه يمكن حساب معامل الارتباط البسيط بين y و x_2 من العلاقة:

$$r_{y2} = \frac{n\sum_{t=1}^{n} X_{2t}Y_t - \sum_{t=1}^{n} X_{2t}\sum_{t=1}^{n} Y_t}{\sqrt{n\sum_{t=1}^{n} X_{2t}^2 - (\sum_{t=1}^{n} X_{2t})^2}\sqrt{n\sum_{t=1}^{n} Y_t^2 - (\sum_{t=1}^{n} Y_t)^2}}$$

لقد وجدنا في الفصل السابق (الفقرة: ٢,١١) أن معامل الارتباط البسيط بين Y و X_1 يساوي:

$$r_{y1} = 0.84 \Rightarrow r_{y1}^2 = 0.71$$

وبالتعويض في العلاقة (٣,١٠) نجد أن:

$r_{y1.2} = \sqrt{1 - \frac{1 - 0.96}{1 - 0.71}} = 0.93$ معامل الارتباط الجزئي بين Y و X_2.

ومن بيانات المثال السابق يمكن حساب معامل الارتباط البسيط بين Y و X_2 على الشكل التالي:

$$r_{y2} = \frac{28(92222) - (294)(7473)}{\sqrt{28(3507) - (294)^2}\sqrt{28(2780410) - (7473)^2}} = 0.76 \Rightarrow r_{y2}^2 = 0.58$$

وبالتعويض في العلاقة (٣,١١) نجد أن:

$$r_{y2.1} = \sqrt{1 - \frac{1 - 0.96}{1 - 0.58}} = 0.95$$

معامل الارتباط الجزئي بين y و x_1.

نلاحظ أن معامل الارتباط الجزئي يختلف عن معامل الارتباط البسيط نظرا لوجود متغير مستقل آخر. ويرجع الفرق بين معاملات الارتباط الجزئية ومعاملات الارتباط البسيطة المناظرة إلى وجود ارتباط بين المتغيرات المستقلة. لذلك يحسب عادة، معامل الارتباط البسيط بين أزواج المتغيرات المستقلة الموجودة في معادلة الانحدار المتعدد.

يحسب معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين المستقلين X_1 و X_2 من العلاقة:

$$r_{12} = \frac{n\sum_{t=1}^{n} X_{1t}X_{2t} - \sum_{t=1}^{n} X_{1t} \sum_{t=1}^{n} X_{2t}}{\sqrt{n\sum_{t=1}^{n} X_{1t}^2 - (\sum_{t=1}^{n} X_{1t})^2}\sqrt{n\sum_{t=1}^{n} X_{2t}^2 - (\sum_{t=1}^{n} X_{2t})^2}}$$

وبالرجوع إلى بيانات الجدول رقم (٣,١) والتعويض في هذه العلاقة نجد أن:

$$r_{12} = \frac{28(41493) - (3614)(294)}{\sqrt{28(735713) - (3614)^2}\sqrt{28(3507) - (294)^2}} = 0.33$$

عادة، توضع معاملات الارتباط البسيط ضمن جدول على الشكل التالي:

الجدول رقم (٣,٢). يوضح معاملات الارتباط البسيط للمثال (١).

	Y	X_1	X_2
Y	١,٠٠	-	-
X_1	٠,٨٤	١,٠٠	-
X_2	٠,٧٦	٠,٣٣	١,٠٠

وتعطى معاملات الارتباط البسيط ومعاملات الارتباط الجزئي في حالة وجود متغيرين مستقلين بالعلاقات التالية :

$$r_{y1.2} = \frac{r_{y1} - r_{y1} r_{12}}{\sqrt{1 - r_{y2}^2} \sqrt{1 - r_{12}^2}} \qquad (٣,١٢)$$

معامل الارتباط الجزئي بين Y و X_1 .

$$r_{y2.1} = \frac{r_{y2} - r_{y2} r_{12}}{\sqrt{1 - r_{y1}^2} \sqrt{1 - r_{12}^2}} \qquad (٣,١٣)$$

معامل الارتباط الجزئي بين Y و X_2 .

(٣,٥) اختبار الفروض الإحصائية

(٣,٥,١) اختبار معنوية معادلة الانحدار

كما مر معنا في الانحدار البسيط ، يستخدم معامل اختبار فيشر في اختبار معنوية معادلة الانحدار الذي يعطى بالعلاقة التالية :

$$F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{\frac{SSR}{k}}{\frac{SSE}{n-k-1}} \qquad (٣,١٤)$$

حيث : SSR مجموع مربعات الانحدار.

وSSE مجموع مربعات الخطأ.

وk وn-k-1 عدد درجات الحرية.

ثم نقارن F المحسوبة معF الجدولية ، فإذا كانت F الفعلية أو المحسوبة أصغر أو تساوي F الجدولية نقبل فرضية العدم ، أي لا توجد علاقة خطية بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة. أما إذا كانت F المحسوبة أكبر من F الجدولية عند مستوى دلالة محدد ، نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة ، أي توجد علاقة خطية بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة.

وبالرجوع إلى بيانات المثال السابق نجد:

$$SSR = 760515.43 \Rightarrow MSR = \frac{SSR}{k} = \frac{760515.43}{2} = 380257.71$$

$$SSE = 25606.97 \Rightarrow MSE = \frac{SSE}{n-k-1} = \frac{25606.97}{25} = 1024.28$$

$$F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{380257.71}{1024.28} = 371$$

وعند مستوى دلالة ٥٪ وعدد درجات حرية ٢ و٢٥ نجد أن:

$$F_{(0.05;\frac{2}{25})} = 3.38$$

وبالمقارنة نلاحظ أن $F > F_{(0.05;\frac{2}{25})}$ لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي يوجد علاقة خطية بين المتغير التابع (الناتج القومي الإجمالي) والمتغيرات المستقلة (الصادرات وعدد السكان).

(٣,٥,٢) اختبار معاملات الانحدار

بعد أن اختبرنا معنوية معادلة الانحدار، لنختبر معاملات الانحدار المتعدد في المجتمع β_1 وβ_2 بالاعتماد على معاملات العينة b_1 وb_2.

لاختبار معاملي الانحدار في المجتمع β_1 وβ_2 فإننا نحتاج إلى حساب قيمة الخطأ المعياري لكل من b_1 وb_2، اللذين يمكن حسابهما من العلاقتين التاليتين:

$$s_{b_1} = \frac{s_y}{\sqrt{(\sum_{t=1}^{n} X_{1t}^2 - n\overline{X}_1^2)(1-r_{12}^2)}} \quad (٣,١٥)$$

$$s_{b_2} = \frac{s_y}{\sqrt{(\sum_{t=1}^{n} X_{2t}^2 - n\overline{X}_2^2)(1-r_{12}^2)}} \quad (٣,١٦)$$

وبالرجوع إلى بيانات المثال السابق نجد:

$$s_{b_1} = \frac{34.88}{\sqrt{[735713 - 28(16659.62)](1-0.33)}} = 0.082$$

$$s_{b_2} = \frac{34.88}{\sqrt{[3506.52 - 28(110.4)](1-0.33)}} = 2.33$$

بعد حساب الخطأ المعياري لكل من b_1 و b_2 ، يتم حساب مؤشر الاختبار الفعلي لمعاملات الانحدار β_1 و β_2 بالعلاقتين التاليتين:

$$T_1 = \frac{b_1 - \beta_1}{s_{b_1}} \quad (٣,١٧)$$

$$T_2 = \frac{b_2 - \beta_2}{s_{b_2}} \quad (٣,١٨)$$

ولاختبار الفروض المتعلقة بمعاملي الانحدار β_1 و β_2 ، نقارن القيم الفعلية مع قيم t المستخرجة من جداول توزيع ستيودنت.

من بيانات المثال السابق نجد:

$$T_1 = \frac{1.13 - 0}{0.082} = 13.78$$

$$T_2 = \frac{23.17}{2.33} = 9.94$$

وعند مستوى دلالة ٥٪ وعدد درجات حرية ٢٥ نجد أن:

$$t_{(0.025;25)} = 2.06$$

وبإجراء الاختبار على β_1 نلاحظ أن: الجدولية $t > /T/$ الفعلية، لذلك نرفض فرضية العدم ($H_0 : \beta_1 = 0$)، أي أن X_1 (الصادرات) لها تأثير معنوي على الناتج القومي الإجمالي عند مستوى دلالة قدره ٥٪.

وبإجراء الاختبار على β_2 نلاحظ أن: الجدولية $t > /T/$ الفعلية، لذلك نرفض فرضية العدم ($H_0 : \beta_2 = 0$) ونقرر أن X_2 (عدد السكان) لها تأثير معنوي على الناتج القومي الإجمالي عند مستوى دلالة قدره ٥٪.

(٣,٥,٣) اختبار معنوية معاملات الارتباط

سنقوم باختبار معاملي الارتباط الجزئي في المجتمع $\rho_{y1.2}$ و $\rho_{y2.1}$ كما اختبرنا معاملات الانحدار في المجتمع β_1 و β_2 .

يحسب مؤشر الاختبار الفعلي باستخدام نفس الأسلوب المتبع في الارتباط البسيط :

$$T_1 = r_{y1.2}\sqrt{\frac{n-k-1}{1-r_{y1.2}^2}} \qquad (٣,١٩)$$

$$T_2 = r_{y2.1}\sqrt{\frac{n-k-1}{1-r_{y2.1}^2}} \qquad (٣,٢٠)$$

حيث ترمز k إلى عدد المتغيرات المستقلة.

وبالرجوع إلى بيانات المثال السابق نجد :

$$T_1 = 0.95\sqrt{\frac{28-2-1}{1-(0.95)^2}} = 15.02$$

$$T_2 = 0.93\sqrt{\frac{28-2-1}{1-(0.93)^2}} = 12.9$$

وبمقارنة T_1 الفعلية مع t الجدولية نلاحظ أن : $/T_1/ > t$ لذلك نرفض فرضية العدم ($H_0 : \rho_{y1.2} = 0$) ونقرر أن معامل الارتباط الجزئي بين الناتج القومي الإجمالي والصادرات يختلف معنوياً عن الصفر عند مستوى دلالة قدره ٥٪ بافتراض ثبات عدد السكان.

كذلك نلاحظ أن : $/T_2/ > t$ لذلك نرفض فرضية العدم ($H_0 : \rho_{y2.1} = 0$) ونقبل الفرضية البديلة ($H_1 : \rho_{y2.1} \neq 0$)، أي أن معامل الارتباط الجزئي بين الناتج القومي الإجمالي وعدد السكان يختلف معنويا عن الصفر عند مستوى دلالة قدره ٥٪ بافتراض ثبات الصادرات.

بعد تقدير معالم النموذج واختبارها إحصائيا يمكن استخدام النموذج في عملية التنبؤ من أجل قيم معينة للمتغيرات المستقلة بنفس أسلوب الانحدار البسيط.

(٣,٦) المعالجة الآلية لنموذج الانحدار المتعدد

لا تختلف المعالجة الآلية لنموذج الانحدار المتعدد عن نموذج الانحدار البسيط سوى في عدد المتغيرات المستقلة وطريقة الانحدار. لندرس هاتين الحالتين من خلال المثالين التاليين :

مثال (٢): لنفرض أن Y تمثل الناتج القومي الإجمالي وX_1 تمثل الصادرات وX_3 تمثل الواردات في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٦٧-١٩٩٤م. والمطلوب استخدام بيانات الجدول رقم (٢,١) لإيجاد معادلة انحدار Y على X_1 وX_3 . ثم شرح أهم نتائج المعالجة الآلية ، ثم استخدام معادلة الانحدار في تقدير الناتج القومي الإجمالي في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٩٥-٢٠٠٠م إذا كانت الصادرات والواردات خلال هذه الفترة على الشكل التالي :

الجدول رقم (٣,٣). قيمة الصادرات والواردات المخططة في المملكة العربية السعودية (مليار ريال) خلال الفترة ١٩٩٥-٢٠٠٠م.

السنوات	الصادرات	الواردات
١٩٩٥	١٦٠,٦٦	١٠٥,١٩
١٩٩٦	١٦٥,٢٣	١٠٣,٩٨
١٩٩٧	١٥٠,١٣	١٠٦,٧٦
١٩٩٨	١٤٥,٤٥	١٠٠,٠١
١٩٩٩	١٧٠,٥٠	١١٠,٢٠
٢٠٠٠	١٧١,٧١	١١٣,٥٠

المصدر : فرضي.

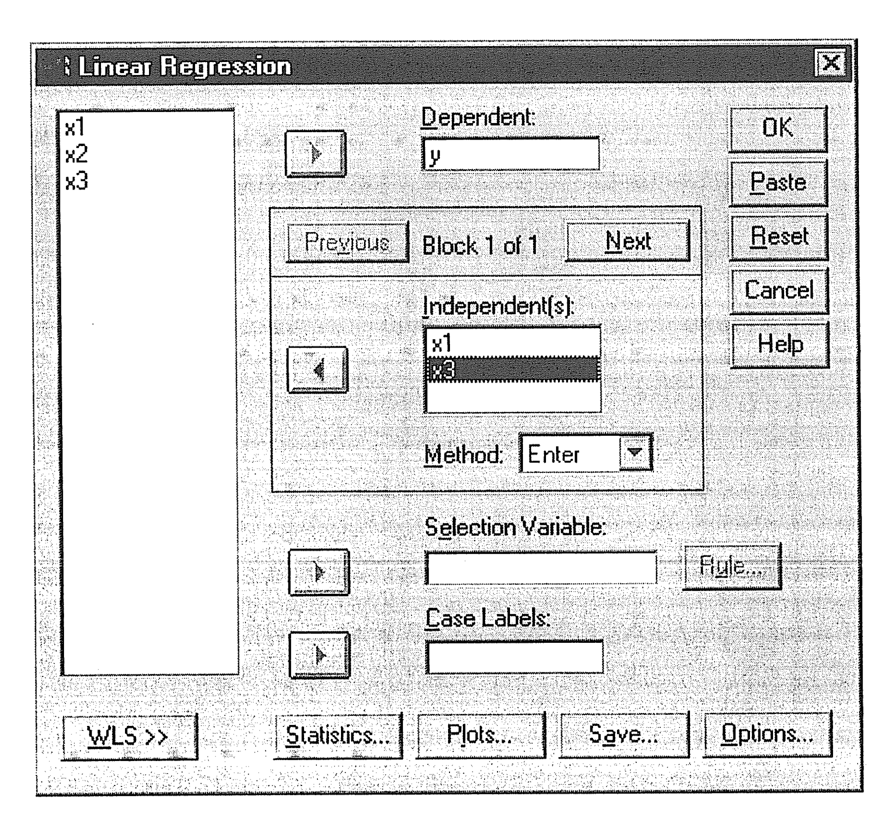
لمعالجة نموذج انحدار الناتج القومي الإجمالي Y إلى الصادرات X_1 والواردات X_3 ، نتبع الخطوات التالية :

١- نفتح قائمة إحصاء Statistics ونختار منها انحدار Regression ثم خطي Linear.

٢- تظهر نافذة فيها قائمة المتغيرات الموجودة في ملف البيانات.

٣- ندخل المتغير التابع في المكان المخصص له في النافذة وذلك بالضغط على مفتاح الفأرة الأيسر فوق اسم المتغير التابع، ثم نضغط من جديد على مفتاح الفأرة الأيسر فوق السهم الموجود بين قائمة المتغيرات ومكان المتغير التابع.

٤- ندخل المتغيرات المستقلة (X_1 و X_3) في المكان المخصص لها أيضا بنفس الأسلوب السابق. بنهاية هذه العملية سنحصل على الشكل التالي:



الشكل رقم (٣,١). المتغير التابع والمتغيرات المستقلة وطريقة الانحدار في نموذج الانحدار المتعدد.

٥- ثم ok وسنحصل على كل النتائج المتعلقة بهذا النموذج على النحو التالي :

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	X3. X1[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.
b. Department Variable: Y

Model Summary

Model	R	R. Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.956[a]	.914	.907	52.1463

a. Predictors: (Constant), X3, X1

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
	Regression	718141.5	2	359070.8	132.048	.000[a]
	Residual	7980.883	25	2719.235		
	Total	786122.4	27			

a. Predictors: (Constant), X3, X1
b. Dependent Variable: Y

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Cofficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
	(Constant)	36.214	17.306		2.093	.047
	X1	.696	.140	.408	4.985	.000
	X3	2.247	.293	.627	7.662	.000

b. Dependent Variable: Y

Correlations

		Y	X1	X3
Pearson Correlation	Y	1.000	.843**	.910**
	X1	.843**	1.000	.695**
	X3	.910**	.695**	1.000
Sig. (2-tailed)	Y	.	.000	.000
	X1	.000	.	.000
	X3	.000	.000	.
N	Y	28	28	28
	X1	28	28	28
	X3	28	28	28

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailled).

نلاحظ من هذه النتائج أن :

١- معامل الارتباط المتعدد = ٠,٩٥٦ ، أي يوجد ارتباط موجب وقوي جدا بين المتغير التابع (الناتج القومي الإجمالي) والمتغيرين المستقلين : الصادرات والواردات.

٢- معامل التحديد = ٠,٩١٤ (معامل التحديد المعدل = ٠,٩٠٧)، أي أن المتغيرين المستقلين قد فسرا أو شرحا ما يزيد على ٩١٪ من تغيرات المتغير التابع ، وهي نسبة ممتازة وتدل على أن هذين المتغيرين لهما أثر كبير على تغيرات المتغير التابع.

٣- الخطأ المعياري للتقدير = ٥٢,١٤٦٥.

٤- مؤشر اختبار فيشر الفعلي أو المحسوب = ١٣٢,٠٤٨ وهو أكبر من نظيره الجدولي ، ويمكن التوصل إلى هذه النتيجة من مؤشر دلالة الاختبار الفعلي.

٥- مؤشر دلالة اختبار فيشر الفعلي = ٠,٠٠٠ وهو أصغر من مستوى الدلالة ٥٪ ، لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة ، أي يوجد علاقة خطية بين المتغير التابع والمتغيرين المستقلين.

٦- مؤشر دلالة اختبار t المتعلق بالمعلمة b_0 = ٠,٠٤٧ وهو أصغر من مستوى الدلالة المقترح ، لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة القائلة بأن مستقيم انحدار المجتمع لا يمر من مبدأ الإحداثيات.

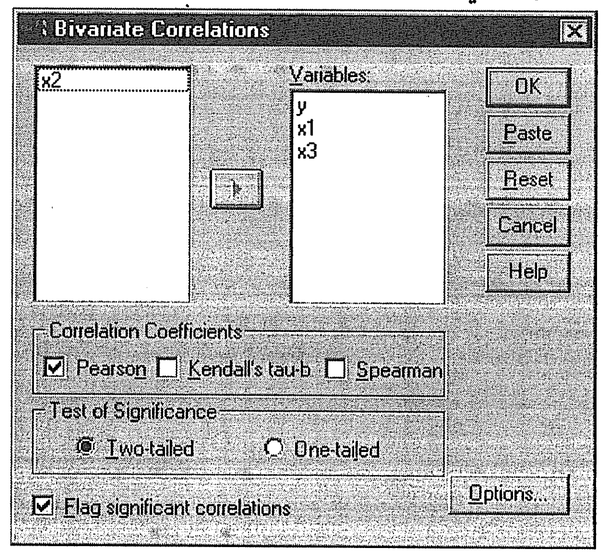
٧- مؤشر دلالة اختبار t المتعلق بالمعلمة b_1 = ٠,٠٠ وهو أصغر من مستوى الدلالة المقترح، لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي أن المعلمة β_1 تختلف عن الصفر وبالتالي فإن X_1 له تأثير جوهري على المتغير التابع من الناحية الإحصائية.

٨- مؤشر دلالة اختبار t المتعلق بالمعلمة b_2 = ٠,٠٠ وهو أصغر من مستوى الدلالة المقترح، لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة، أي أن المعلمة β_2 تختلف عن الصفر، أي أن X_2 له تأثير جوهري من الناحية الإحصائية على المتغير التابع.

٩- معاملات الارتباط الجزئي جوهرية من الناحية الإحصائية (تختلف عن الصفر) عند مستوى دلالة قدره ١٪. ويتم الحصول على مصفوفة معاملات الارتباط الجزئي باتباع الخطوات التالية:

أ) نفتح قائمة إحصاء Statistics ونختار منها ارتباط Correlate ثم ارتباط ثنائي Bivariate.

ب) تظهر نافذة فيها قائمة المتغيرات الموجودة في ملف البيانات بالإضافة إلى نافذة فارغة يتم نقل المتغيرات المراد حساب الارتباط بينها إليها كما يظهر من الشكل التالي:



الشكل رقم (٣,٢). نافذة مصفوفة الارتباط.

ويمكن تحديد جهة الاختبار (من جهة واحدة أو من جهتين) من هذه النافذة ونوعية معامل الارتباط (بيرسون ، كندال ، سبيرمان).

جـ) نختار ok وبذلك نحصل على مصفوفة الارتباط بين المتغيرات المحددة.

١٠- معادلة انحدار الناتج القومي الإجمالي على الصادرات والواردات هي :

$$\hat{y}_t = 36.214 + 0.696x_{1t} + 2.247x_{3t}$$

١١- تقدير الناتج القومي الإجمالي : يمكن تقدير الناتج القومي الإجمالي إذا كانت الصادرات والواردات معلومة بتعويض قيم الصادرات والواردات في معادلة الانحدار السابقة على الشكل التالي :

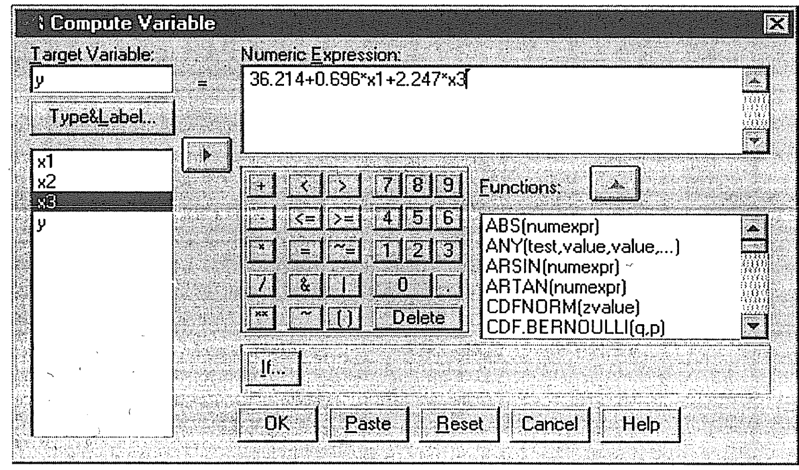
$$\hat{y}_{1995} = 36.214 + 0.696(160.66) + 2.247(105.19) = 384.40$$

وبنفس الأسلوب يمكن تقدير الناتج القومي الإجمالي في باقي السنوات. وباستخدام المعالجة الآلية يمكن تقدير الناتج القومي الإجمالي بإتباع الخطوات التالية :

١- نفتح ورقة عمل أو شاشة بيانات جديدة في برنامج SPSS.

٢- نعرف المتغيرين X_1 و X_3 ثم ندخل قيمهما.

٣- نفتح قائمة تحويل Transform ثم نختار منها حساب Compute فتظهر نافذة الحوار التالية :



الشكل رقم (٣,٣). نافذة الحوار الخاصة بعملية تقدير الناتج القومي الإجمالي.

نلاحظ في هذه النافذة الآتي :

أ) سطر فارغ يقع في الزاوية العليا اليمنى من النافذة مخصص للمتغير الذي نريد حساب قيمة له ويسمى متغير الوجهة Target variable ، وهو في مثالنا عبارة عن المتغير التابع ، لذلك نكتب y من لوحة المفاتيح في هذا السطر.

ب) قائمة بأسماء المتغيرات الموجودة في ملف البيانات تقع أسفل متغير الوجهة.

جـ) مجموعة من الأسطر الفارغة تقع إلى يمين متغير الوجهة ويربط بينهما إشارة مساواة لكتابة التعبير العددي Numeric expression ، نكتب فيه الطرف الأيسر من معادلة الانحدار على الشكل التالي :

- نكتب العدد الثابت ٣٦,٢١٤ ثم + من لوحة المفاتيح.
- نكتب معامل الانحدار b_1 وهو ٠,٦٩٦ من لوحة المفاتيح ثم إشارة الضرب* من لوحة المفاتيح أيضا ثم نضغط على مفتاح الفارة الأيسر فوق x_1 في قائمة أسماء متغيرات ملف البيانات ثم نضغط على مفتاح الفأرة الأيسر فوق السهم الموجود بين هذه القائمة ومكان كتابة التعبير العددي فينتقل x_1 إلى يمين قيمة المعامل b_1 .
- نكرر الخطوة السابقة من أجل b_2 و x_3 بنفس الأسلوب.

٤ – نختار ok فنحصل على الجدول التالي :

الجدول رقم (٣,٤). الناتج القومي الإجمالي المقدر خلال الفترة ١٩٩٥–٢٠٠٠ م.

Untitled - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Statistics Graphs Utilities Window Help

	y	x1	x3	var	var	var	var
1	384.40	160.66	105.19				
2	384.86	165.23	103.98				
3	380.59	150.13	106.76				
4	362.17	145.45	100.01				
5	402.50	170.50	110.20				
6	410.76	171.71	113.50				
7							
8							
9							
10							

SPSS Processor is ready

مثال (٣): استخدم بيانات الجدول (١,٢) في إيجاد معادلة انحدار الناتج القومي الإجمالي على الصادرات والواردات وعدد السكان باستخدام طريقة الانحدار خطوة خطوة Stepwise ، ثم اختبر وجود ارتباط ذاتي بين القيم المتتالية للمتغير العشوائي.

الحل: تمتاز طريقة الانحدار خطوة خطوة أو على مراحل بأنها تدخل المتغيرات المستقلة إلى معادلة الانحدار واحدا تلو الآخر، ويستطيع الباحث الحكم على معنوية أو جوهرية تأثير المتغير المستقل على المتغير التابع من خلال قيمة معامل التحديد المتعدد. فإذا لم تزداد قيمة هذا المعامل عند إدخال متغير مستقل جديد، فهذا يعني أن المتغير الجديد ليس له تأثير على المتغير التابع ويمكن حذفه من معادلة الانحدار. وبالعكس إذا زادت قيمة معامل التحديد فإن هذا المتغير له تأثير على المتغير التابع ويجب إدخاله في معادلة الانحدار.

تجدر الإشارة إلى أن ترتيب المتغيرات المستقلة ليس له تأثير على قيمة معامل التحديد المتعدد، حيث تبقى قيمته ثابتة مهما اختلف ترتيب المتغيرات المستقلة. لكن الأهمية النسبية للمتغيرات المستقلة، سوف تختلف باختلاف ترتيبها في معادلة الانحدار. ففي مثالنا هذا سندخل المتغير X_3 وهو الواردات قبل غيره من المتغيرات المستقلة، لذلك سيشرح أو يفسر نسبة أكبر من تغيرات المتغير التابع مقارنة بالمتغيرات المستقلة الأخرى التي سندخلها بعده إلى معادلة الانحدار.

لإيجاد معادلة انحدار الناتج القومي باستخدام ثلاثة متغيرات مستقلة وطريقة الانحدار خطوة خطوة نتبع الخطوات التالية :

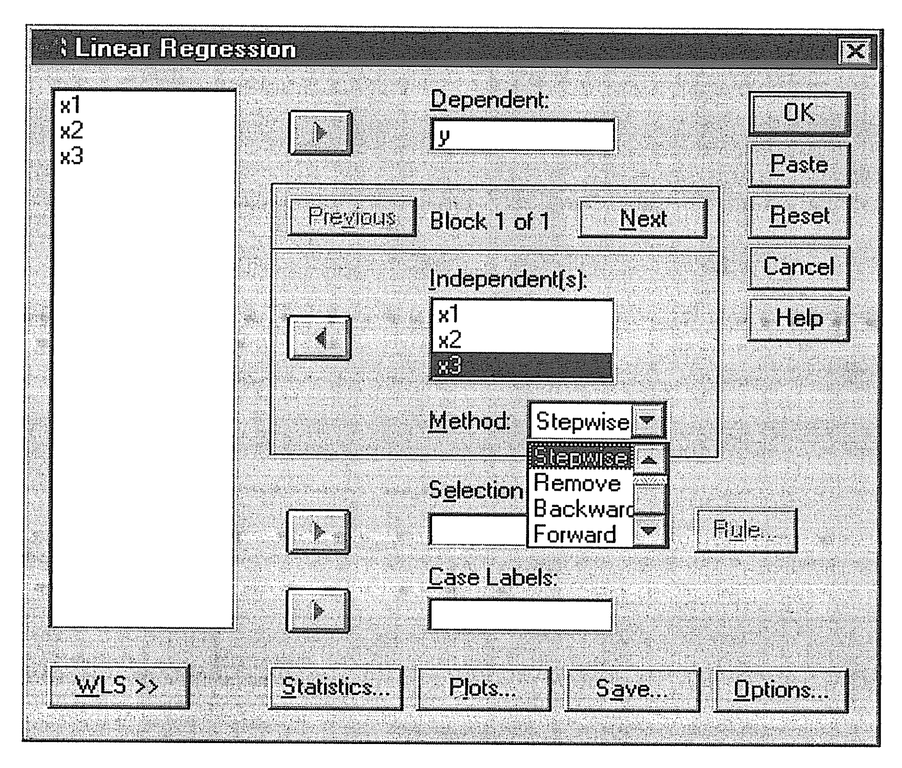
١ – نفتح قائمة إحصاء Statistics ونختار منها انحدار Regression ثم خطي Linear.

٢ – تظهر نافذة فيها قائمة المتغيرات الموجودة في ملف البيانات.

٣ – ندخل المتغير التابع في المكان المخصص له في النافذة وذلك بالضغط على مفتاح الفأرة الأيسر فوق اسم المتغير التابع، ثم نضغط من جديد على مفتاح الفأرة الأيسر فوق السهم الموجود بين قائمة المتغيرات ومكان المتغير التابع.

٤- ندخل المتغيرات المستقلة (x_1 و x_2 و x_3) في المكان المخصص لها أيضا بنفس الأسلوب السابق.

٥- نفتح القائمة المنسدلة والتي تتضمن طرائق الانحدار Method الموجودة في البرنامج ونختار منها Stepwise كما يظهر من الشكل التالي :



الشكل رقم (٣,٤). نافذة طرائق الانحدار الخطي المتعدد.

٦- نفتح تبويب إحصاء Statistics ونضع إشارة √ إلى جانب اختبار دوربون- واتسون.

٧- ثم نختار ok وسنحصل على كل النتائج المتعلقة بهذا النموذج على النحو التالي :

Variables Entered/Removed[a]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	X3	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
2	X1	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
3	X2	.	Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).

a. Dependent Variable: Y

نلاحظ من هذا الجدول أن هناك ثلاثة نماذج انحدار خطي :

- النموذج الأول يتضمن متغير مستقل واحد فقط هو الواردات.

- النموذج الثاني يتضمن متغيرين مستقلين هما الواردات والصادرات.

- النموذج الثالث يتضمن ثلاثة متغيرات مستقلة هي الواردات والصادرات وعدد السكان.

Model Summary[d]

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.910[a]	.828	.821	72.2028	
2	.956[b]	.914	.907	52.1463	
3	.988[c]	.977	.974	27.6599	1.548

a. Predictors: (Constant), X3

b. Predictors: (Constant), X3, X1

c. Predictors: (Constant), X3, X1, X2

d. Dependent Variable: Y

يتضمن هذا الجدول معامل الارتباط ومعامل التحديد ومعامل التحديد المعدل والخطأ المعياري للتقدير لكل نموذج من النماذج الثلاث الموجودة في الجدول السابق بالإضافة إلى اختبار دوربون- واتسون المتعلق بالارتباط الذاتي للمتغير العشوائي والذي يساوي ١,٥٤٨ . وبالرجوع إلى جداول توزيع دوربون- واتسون نجد أن :

$d_l = 0.97$ و $d_u = 1.41$ إذا كان عدد المشاهدات ٢٨ مشاهدة ومستوى الدلالة ١٪.

وبمقارنة قيمة مؤشر الاختبار الفعلي مع الحدين الأعلى والأدنى نلاحظ أن :

$d^* > d_u$ ، لذلك نقبل فرضية العدم ، أي لا يوجد ارتباط ذاتي بين القيم المتتالية للمتغير العشوائي.

Anova[d]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	650578.2	1	650578.2	124.793	.000[a]
	Residual	135544.2	26	5213.239		
	Total	786122.4	27			
2	Regression	718141.5	2	359070.8	132.048	.000[b]
	Residual	7980.883	25	2719.235		
	Total	786122.4	27			
3	Regression	767760.7	3	255920.2	334.506	.000[c]
	Residual	8361.650	24	765.069		
	Total	786122.4	27			

a. Predictors: (Constant), X3

b. Predictors: (Constant), X3, X1

c. Predictors: (Constant), X3, X1, X2

d. Dependent Variable: Y

يتضمن هذا الجدول : مجموع مربعات الانحدار والخطأ والكلي وعدد درجات الحرية الموافق لكل مجموع مربعات لكل نموذج من النماذج الثلاثة السابقة ، بالإضافة إلى متوسط المربعات وقيمة اختبار فيشر الفعلية ومؤشر اختبار فيشر الفعلي.

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	62.482	22.825		2.737	.011
	X3	3.262	.292	.910	11.171	.000
2	(Constant)	36.214	17.306		2.093	.047
	X3	2.247	.293	.627	7.662	.000
	X1	.696	.140	.408	4.985	.000
3	(Constant)	-93.493	18.538		-5.043	.000
	X3	.746	.243	.208	3.072	.005
	X1	.957	.081	.560	11.834	.000
	X2	18.095	2.247	.416	8.053	.000

a. Dependent Variable: Y

يتضمن هذا الجدول النتائج المتعلقة بمعاملات الانحدار لكل نموذج من النماذج الثلاث السابقة بالإضافة للاختبارات الإحصائية لهذه المعاملات.

من هذا الجدول يمكن أن نستنتج معادلة انحدار الناتج القومي الإجمالي على الواردات والصادرات وعدد السكان وهي :

$$\hat{y}_t = -93.493 + 0.746x_{3t} + 0.957x_{1t} + 18.095x_{2t}$$

ويمكن استخدام هذه المعادلة في التنبؤ إذا علمنا قيم الواردات والصادرات وعدد السكان في أي عام. كما يمكن استخدام باقي طرق الانحدار الخطي المتعدد بنفس الأسلوب.

أسئلة وتمارين غير محلولة

١- وضح مفهوم الانحدار الخطي المتعدد وبين ما الفرق بينه وبين الانحدار الخطي البسيط.

٢- ما الفرق بين طريقة المربعات الصغرى العادية المستخدمة في الانحدار الخطي المتعدد وتلك المستخدمة في الانحدار الخطي البسيط.

٣- لماذا تسمى معاملات الانحدار b_j حيث $j = 1,2,....,k$ معاملات الانحدار الجزئية؟

٤- اشرح طريقة المحددات أو المعينات المستخدمة في حل جملة المعادلات الطبيعية.

٥- تقول النظرية الكينزية إن زيادة الإنفاق الحكومي يؤدي إلى زيادة الدخل القومي، كما تنص نظرية فريدمان أن زيادة عرض النقود يؤدي إلى زيادة الدخل القومي. اختبر صحة هاتين النظريتين من خلال بيانات الجدول التالي، الذي يتضمن عرض النقود والناتج المحلي الإجمالي والإنفاق الحكومي بالمليون ريال في المملكة العربية السعودية خلال الفترة: ١٩٧٠-١٩٩٧م، باستخدام المعالجة الآلية لنموذج انحدار الناتج المحلي الإجمالي على الإنفاق الحكومي وعرض النقود مع شرح أهم نتائج هذه المعالجة.

الجدول رقم (٣,٥). عرض النقود والناتج المحلي الإجمالي والإنفاق الحكومي (مليون ريال) في المملكة العربية السعودية خلال الفترة: ١٩٧٠-١٩٩٧م.

السنوات	عرض النقود	الناتج المحلي الإجمالي	الإنفاق الحكومي
١٩٧٠	٨٤٣	١٧٣٩٨	٣٤٢١
١٩٧١	٨٥٠	٢٢٩٢١	٣٧٩٨
١٩٧٢	٩٠٩	٢٨٢٥٧	٤٢٨٥
١٩٧٣	١٠٣٤	٤٠٥٥٢	٥٣٣٥
١٩٧٤	١٠٥٥	٩٩٣١٦	٩٨٦٤
١٩٧٥	١١٠٠	١٣٩٦٠١	١٥٩١١
١٩٧٦	١١٩٩	١٦٤٥٢٧	٢٨٨٨٣
١٩٧٧	١٢٩٩	٢٠٥٠٥٦	٤١٠٣٣

تابع الجدول رقم (٣,٥).

السنوات	عرض النقود	الناتج المحلي الإجمالي	الإنفاق الحكومي
١٩٧٨	١٤٤٩	٢٢٥٤٠٢	٤٧٠٣٤
١٩٧٩	١٦٣٤	٢٤٩٥٤١	٧١٩٠٤
١٩٨٠	١٨٧٣	٣٨٥٨٠٧	٧٧٥٦٣
١٩٨١	٢١٤١	٥٢٠٥٨٩	٨١٩١٥
١٩٨٢	٢٤٠٥	٥٢٤٧١٩	١٢٨٥٢٦
١٩٨٣	٢٦٣٨	٤١٥٢٣١	١٢٦٨٥٤
١٩٨٤	٢٨٢٢	٣٧٢٠٢٣	١٢١٣٢٥
١٩٨٥	٣١٧٥	٣٥١٣٩٥	١٢١٠٥٥
١٩٨٦	٣٩٩٨	٣١٣٩٤١	١١٤٣٨٨
١٩٨٧	٥٥٦١	٢٧١٠٩١	١٠٦٣٦٧
١٩٨٨	٧٤٨٣	٢٧٥٤٥٢	١٠٧٧٠٧
١٩٨٩	١٢٢٢٣	٢٨٥١٤٦	٩٧٤١٧
١٩٩٠	٢١١٤٢	٣١٠٨٢٢	٩٦٥٦٤
١٩٩١	٣٣٠٢٧	٣٩١٩٩٣	١٢٠١٢٦
١٩٩٢	٤٨٣٥٧	٤٤٢٠٣٧	١٦٥٠٠٠
١٩٩٣	٥٤٦٥١	٤٦١٣٩٨	١٤٨٩٦٥
١٩٩٤	٦٧٢٧٧	٤٤٣٨٤٢	١٢٧٧٧٩
١٩٩٥	٨٣٤٠٣	٤٥٠٠٢٥	١١٩٥٦١
١٩٩٦	١٠٢٩٥٥	٤٧٨٦٥٢	١٢٢٨٤٩
١٩٩٧	١١٦٠٩٣	٥٢٩٢٥٠	١٤٠٢٧٥

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة– وزارة التخطيط.

٦– ليكن لدينا الجدول التالي ، الذي يمثل الكمية المطلوبة من إحدى السلع y (كغ) وسعر السلعة x_1 (ريال) ودخل المستهلك x_2 (ريال) وسعر السلعة البديلة x_3 (ريال) خلال الفترة ١٩٨٠–١٩٩٤م.

الجدول رقم (٣,٦). يوضح الكمية المطلوبة من إحدى السلع وسعرها ودخل المستهلك وسعر السلعة البديلة خلال الفترة ١٩٨٠-١٩٩٤م.

السنوات	الكمية المطلوبة	سعر السلعة	دخل المستهلك	سعر السلعة البديلة
١٩٨٠	٣٠	١٤	٢٥٠٠	١٥
١٩٨١	٣٥	١٣	٣٠٠٠	١٩
١٩٨٢	٤٠	١٤	٣٥٠٠	١٧
١٩٨٣	٤٥	١٣	٤٠٠٠	١٨
١٩٨٤	٥٠	١٢	٤٥٠٠	١٦
١٩٨٥	٦٠	١١	٥٠٠٠	٢٠
١٩٨٦	٥٥	١١	٥٥٠٠	٢١
١٩٨٧	٥٥	١٣	٦٠٠٠	٢٢
١٩٨٨	٦٥	١٠	٦٥٠٠	٢٧
١٩٨٩	٦٥	١٠	٧٠٠٠	٢٤
١٩٩٠	٧٠	١٠	٧٥٠٠	٢٥
١٩٩١	٩٠	٨	٨٠٠٠	٢٨
١٩٩٢	٨٠	٩	٨٥٠٠	٢٣
١٩٩٣	٨٥	٨	٩٠٠٠	٢٩
١٩٩٤	٧٥	٩	٩٥٠٠	٢٦

المصدر: فرضي.

والمطلوب

إيجاد معادلة انحدار الكمية المطلوبة على سعر السلعة ودخل المستهلك وسعر السلعة البديلة باستخدام المعالجة الآلية لنموذج الانحدار الخطي المتعدد مع تفسير نتائج هذه المعالجة. ثم استخدم معادلة الانحدار في تقدير الكمية المطلوبة في عام ٢٠٠٠م إذا كان سعر السلعة ١٠ ريال ودخل المستهلك ١٠٠٠٠ ريال وسعر السلعة البديلة ٣٠ ريال.

٧- ليكن لدينا الجدول التالي، الذي يمثل الناتج القومي الإجمالي والإنفاق الخاص والحكومي والاستثمار (مليون ريال) في المملكة العربية السعودية خلال الفترة: ١٩٧٠-١٩٩٧م.

الجدول رقم (٣,٧). الناتج المحلي الإجمالي والإنفاق الخاص والحكومي والاستثمار (مليون ريال) في المملكة العربية السعودية خلال الفترة: ١٩٧٠-١٩٩٧م.

السنوات	الناتج المحلي الإجمالي	الإنفاق الخاص	الإنفاق الحكومي	الاستثمار
١٩٧٠	١٧٣٩٨	٥٨٥٩	٣٤٢١	٢٥٩٧
١٩٧١	٢٢٩٢١	٦٤١٢	٣٧٩٨	٢٩٣٢
١٩٧٢	٢٨٢٥٧	٦٩١٥	٤٢٨٥	٣٤٠٣
١٩٧٣	٤٠٥٥٢	٧٨٩٦	٥٣٣٥	٥٦٩٤
١٩٧٤	٩٩٣١٦	٩٨٢٨	٩٨٦٤	٨٤٠٠
١٩٧٥	١٣٩٦٠١	١٨٠٣٩	١٥٩١١	١٧٦٩٩
١٩٧٦	١٦٤٥٢٧	٢٣٩٠٣	٢٨٨٨٣	٣٣٥٤٠
١٩٧٧	٢٠٥٠٥٦	٣٤٣٧٢	٤١٠٣٣	٥١١٩١
١٩٧٨	٢٢٥٤٠٢	٥٤٦٠٦	٤٧٠٣٤	٦٦٨٩١
١٩٧٩	٢٤٩٥٤١	٦٨٦٠٨	٧١٩٠٤	٧٦٦٥٤
١٩٨٠	٣٨٥٨٠٧	١٠٢٣٨٥	٧٧٥٦٣	٩٧٠٦٨
١٩٨١	٥٢٠٥٨٩	١١٤٩٠٥	٨١٩١٥	١٠٦٣٧٦
١٩٨٢	٥٢٤٧١٩	١٢٦٥١٤	١٢٨٥٢٦	١٢٢٣١٤
١٩٨٣	٤١٥٢٣١	١٥١٢٩٤	١٢٦٨٥٤	١١٥٤٥٤
١٩٨٤	٣٧٢٠٢٣	١٥٧٣٧٣	١٢١٣٢٥	١٠٣٢٢٨
١٩٨٥	٣٥١٣٩٥	١٥٩٣٥٤	١٢١٠٥٥	٩٦٤٩٣
١٩٨٦	٣١٣٩٤١	١٥٨٥٩٢	١١٤٣٨٨	٧٦٣١٤
١٩٨٧	٢٧١٠٩١	١٤٠١٤٨	١٠٦٣٦٧	٦٦١٤٤
١٩٨٨	٢٧٥٤٥٢	١٣٥٥٣٩	١٠٧٧٠٧	٦٥٢٠٢
١٩٨٩	٢٨٥١٤٦	١٣٩٣٩٨	٩٧٤١٧	٥٦٩١٨

تابع الجدول رقم (٣,٧).

السنوات	الناتج المحلي الإجمالي	الإنفاق الخاص	الإنفاق الحكومي	الاستثمار
١٩٩٠	٣١٠٨٢٢	١٤٥٠٣٣	٩٦٥٦٤	٦٠٤٠٩
١٩٩١	٣٩١٩٩٣	١٥٥٨٧٤	١٢٠١٢٦	٧٣٨٠٣
١٩٩٢	٤٤٢٠٣٧	١٦٨٧٥١	١٦٥٠٠٠	٨٦٥١٠
١٩٩٣	٤٦١٣٩٨	١٨٣٩١٩	١٤٨٩٦٥	٩٣٩٧٥
١٩٩٤	٤٤٣٨٤٢	١٩٣٩٠٩	١٢٧٧٧٩	٩٨٤٥٠
١٩٩٥	٤٥٠٠٢٥	١٨٥٨٣٢	١١٩٥٦١	٨٤٢٠٧
١٩٩٦	٤٧٨٦٥٢	١٩٣٥٢٢	١٢٢٨٤٩	٩٣٥٥٥
١٩٩٧	٥٢٩٢٥٠	٢٠٦٣٣٦	١٤٠٢٧٥	٩٠٧٤٧

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة– وزارة التخطيط.

والمطلوب

أ) استخدام المعالجة الآلية لإيجاد معادلة انحدار الناتج المحلي الإجمالي على الإنفاق الخاص والحكومي والاستثمار باستخدام طريقة الانحدار المتدرج أو الخطوة خطوة Stepwise.

ب) اشرح نتائج المعالجة الآلية.

جـ) أوجد مصفوفة معاملات الارتباط ثم اختبر معنوية أو جوهرية هذه المعاملات.

د) اختبر وجود ارتباط ذاتي بين القيم المتتالية للمتغير العشوائي.

هـ) قدر الناتج المحلي الإجمالي في عام ٢٠٠٠م إذا كان الإنفاق الحكومي ٥٠٠ مليار ريال والخاص ٢٥٠ مليار ريال والاستثمار ١٠٠ مليار ريال في ذلك العام.

الفصل الرابع

استخدام نماذج المعادلات الآنية في التنبؤ الإداري

(٤,١) مقدمــة*

لقد تم في نماذج الانحدار معالجة كل نموذج بمفرده، حيث أن كل نموذج يتكون من معادلة واحدة تحوي متغيرا تابعا واحدا، ومتغيرا مستقلا واحدا أو عدة متغيرات مستقلة بحيث لا يزيد عددها على عدد المشاهدات المستخدمة في تقدير النموذج (عادة لا تزيد على ثلاثة). وقد اعتبرنا أن العلاقات المتبادلة Reciprocal causation بين متغيرات النموذج معدومة. فإذا كان المتغير x سببا للمتغير y فلا يمكن للمتغير y أن يكون سببا للمتغير x في نفس الوقت، فهو نموذج أحادي الاتجاه.

إن النماذج أحادية الاتجاه قد لا تتوافق دائما مع التطبيقات العملية، فقد يتأثر المتغير التابع بالمتغير المستقل وفي نفس الوقت يؤثر به، فلا بد في هذه الحالة من أخذ العلاقات المتبادلة بين متغيرات النموذج بعين الاعتبار. فالمتغير التابع في معادلة ما قد يوجد ضمن مجموعة متغيرات مستقلة في معادلة أخرى من نفس النموذج، فهو يلعب دورا مزدوجا، حيث يكون هو المتأثر في المعادلة الأولى والمؤثر في المعادلة الثانية.

* للمزيد من التفاصيل يمكن الرجوع إلى كتب الاقتصاد القياسي ولاسيما: مقدمة في الاقتصاد القياسي والاقتصاد القياسي التطبيقي.

يطلق على النماذج ذات التأثير الثنائي المشترك نماذج المعادلات الآنية Simultaneous Equations. يتألف نموذج المعادلات الآنية من مجموعة معادلات تتضمن متغيرات ذات تأثير متبادل، تصنف هذه المعادلات إلى معادلات سلوكية Behavioristic equations ومعادلات تعريفية Identity equations. تعرف المعادلات السلوكية بأنها تفسر استجابة ظاهرة اقتصادية معينة للتغيرات التي تطرأ على ظاهرة أو ظواهر اقتصادية أخرى حسب التركيب الاقتصادي الذي يصفه النموذج. وكأمثلة على المعادلات السلوكية دوال الاستهلاك والطلب والاستثمار... إلخ. أما المعادلات التعريفية فهي التي تصف كيفية حساب بعض متغيرات النموذج بدلالة المتغيرات الأخرى. وكمثال على ذلك المعادلة التي تعرف الدخل بأنه يساوي مجموع الاستهلاك والاستثمار*.

كذلك يتضمن نموذج المعادلات الآنية مجموعة من المتغيرات التي تصنف عادة، إلى متغيرات داخلية Endogenous variables ومتغيرات خارجية Exogenous variables. تتحدد المتغيرات الداخلية بوساطة النموذج نفسه ومن خلال التأثيرات المتبادلة المضمنة فيه. أما المتغيرات الخارجية فإنها تتحدد من خارج النموذج وتعتبر من معطيات النموذج. كما يحتوي نموذج المعادلات الآنية بالإضافة إلى ذلك متغيرات عشوائية ومعالم مجهولة يتم تقديرها لحل النموذج.

ويعتبر نموذج تحديد الدخل الكينزي من نماذج المعادلات الآنية، الذي يأخذ الشكل التالي:

$$c_t = \alpha + \beta y_t + \varepsilon_t$$

$$y_t = c_t + I_t \qquad (٤,١)$$

حيث: c_t الإنفاق الاستهلاكي في الفترة t.

y_t الدخل في الفترة t.

I_t الاستثمار في الفترة t.

$\alpha;\beta$ معالم دالة الاستهلاك.

ε_t متغير عشوائي يحقق الشروط التالية :

$$E[\varepsilon_t] = 0$$

$$E[\varepsilon_t^2] = \sigma_\varepsilon^2$$

$$E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-k}] = 0; k \neq 0$$

$$E[I_t \varepsilon_t] = 0$$

يحتوي النموذج السابق على معادلتين، الأولى دالة الاستهلاك وهي معادلة سلوكية تصف سلوك الاستهلاك، إذ توضح طبيعة العلاقة بين الاستهلاك c_t والدخل y_t . أما المعادلة الثانية فهي معادلة تعريفية توضح أن الدخل يساوي مجموع الاستهلاك والاستثمار. ولا تتضمن متغيرات عشوائية أو معالم مجهولة. وفي هذا النموذج فإن c_t و y_t هما متغيران داخليان يتم تحديدهما بواسطة النموذج نفسه وفق القيم التي تأخذها بقية المتغيرات. أما المتغير I_t فهو متغير خارجي يتم تحديده من خارج نظام المعادلتين السابقتين.

وبشكل عام، فإن نموذجا آنيا بمعادلتين يمكن أن يأخذ الشكل التالي :

$$y_{1t} = \alpha_0 + \alpha_1 y_{2t} + \alpha_2 \ x_{1t} + \varepsilon_{1t}$$

$$y_{2t} = \beta_0 + \beta_1 y_{1t} + \beta_2 \ x_{2t} + \varepsilon_{2t} \qquad (٤,٢)$$

حيث : $y_{1t}; y_{2t}$ متغيران داخليان.

$x_{1t}; x_{2t}$ متغيران خارجيان.

$\varepsilon_{1t}; \varepsilon_{2t}$ متغيران عشوائيان.

$\alpha_0; \alpha_1; \alpha_2; \beta_0; \beta_1; \beta_2$ معالم النموذج. ويطلق على معادلات هذا النموذج : المعادلات الهيكلية.

(٤,٢) مشكلة تحديد النموذج

إن مشكلة تحديد النموذج The identification problem هي مشكلة خاصة بالاقتصاد القياسي، ناتجة عن وجود علاقة بين المتغير المستقل وبين المتغير العشوائي في

معادلة الانحدار. وتتلخص هذه المشكلة بعدم القدرة على إيجاد قيم وحيدة Unique values لمعاملات المعادلات الهيكلية Structural equations*.

إذا كان المطلوب مثلا ، دراسة علاقة الإنتاج الزراعي بكل من درجة الحرارة وكمية الأمطار ، فيمكن التعبير عن هذه العلاقة بنموذج انحدار متعدد على الشكل التالي :

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 T_t + \alpha_2 R_t + \varepsilon_t \qquad (٤,٣)$$

حيث : y_t تمثل الإنتاج الزراعي.

T_t درجة الحرارة.

R_t كمية الأمطار.

ε_t متغير عشوائي.

$\alpha_0;\alpha_1;\alpha_2$ معالم النموذج.

في هذا النموذج يمكن افتراض أن المتغير العشوائي مستقل عن المتغيرات المستقلة ، ويعبر عن ذلك رياضيا على النحو التالي :

$$E[T_t \varepsilon_t] = 0$$

$$E[R_t \varepsilon_t] = 0$$

قد يبدو هذا النموذج بسيطا ولا يأخذ بعين الاعتبار متغيرات مستقلة أخرى لا تقل أهمية عن درجة الحرارة وكمية الأمطار ، كالسماد F_t والآلات الزراعية M_t والأيدي العاملة في مجال القطاع الزراعي L_t مثلا ، فلو أدخلت في المعادلة لأصبح النموذج السابق على الشكل التالي :

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 T_t + \alpha_2 R_t + \alpha_3 F_t + \alpha_4 M_t + \alpha_5 L_t + \varepsilon_t \qquad (٤,٤)$$

في هذا النموذج لم يعد باستطاعتنا افتراض أن المتغيرات المستقلة غير مرتبطة بالمتغير العشوائي لأن المتغيرات الجديدة التي أدخلناها في النموذج (السماد والآلات

---

* الاقتصاد القياسي التطبيقي ، مرجع سابق ، ص٣١٧-٣١٨.

الزراعية والأيدي العاملة) تختلف عن المتغيرات السابقة (درجة الحرارة وكمية الأمطار). فهذه المتغيرات ترتبط بتكوين السحب وسرعة الرياح والموقع الجغرافي... إلخ، لذلك يمكن اعتبارها مستقلة عن المتغير العشوائي. بينما المتغيرات الجديدة ترتبط بسعر السوق وكمية العرض والطلب من كل متغير. فهذه المتغيرات تحدد الإنتاج الزراعي وتتحدد به، لذلك لا يمكن اعتبارها مستقلة عن المتغير العشوائي، أي أن:

$$E[F_t \varepsilon_t] \neq 0$$

$$E[M_t \varepsilon_t] \neq 0$$

$$E[L_t \varepsilon_t] \neq 0$$

كذلك لم يعد باستطاعتنا استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية OLS في تقدير معالم النموذج، لذلك يجب توسيع النموذج السابق والمكون من معادلة انحدار واحدة باستخدام نموذج يتكون من عدد من المعادلات الهيكلية واستخدام طرائق مختلفة عن طريقة المربعات الصغرى العادية في تقدير معالم النموذج*.

لنأخذ مثالا آخر يوضح هذه المشكلة. لنفرض أن النموذج التالي يمثل علاقة كل من الكمية المعروضة والكمية المطلوبة بسعر السلعة:

$$Q_s = a_0 + a_1 P$$

$$Q_d = b_0 + b_1 P \qquad (٤,٥)$$

في هذا النموذج اعتبرنا أن العلاقة بين الكمية المعروضة Q_s أو المطلوبة Q_d والسعر P تامة، حيث تم حذف المتغير العشوائي ε من النموذج والذي يقيس أثر المتغيرات الأخرى غير السعر على الكمية المعروضة أو المطلوبة.

---

* المرجع السابق.

نلاحظ من العلاقة (٤,٥) أن الطلب وحده أو العرض وحده لا يمكن أن يحدد سعر السلعة ، وإنما يتحدد السعر بتفاعل كل من العرض والطلب وهو سعر التوازن الذي تتساوى عنده الكمية المعروضة مع الكمية المطلوبة ، أي أن :

$$Q_s = Q_d = Q$$

حيث تمثل Q كمية التوازن. وبذلك يمكن كتابة النموذج (٤,٥) على الشكل التالي :

$$Q = a_0 + a_1 P \qquad (٤,٦)$$

$$Q = b_0 + b_1 P \qquad (٤,٧)$$

تسمى المعادلتان (٤,٦) و(٤,٧) بنموذج المعادلات الهيكلية ويعبر عن العلاقة بين المتغيرين : P وQ باستخدام معادلتي انحدار بدلا من معادلة واحدة ، بينما يسمى المتغيران : P وQ متغيرين داخليين. ويعتبر هذا النموذج كاملا من الناحية الرياضية Mathematically complete ، حيث يتضمن عددا من المعادلات يساوي عدد المعالم.

وبحل المعادلتين (٤,٦) و(٤,٧) يمكن أن نكتب :

$$P = \frac{a_0 - b_0}{b_1 - a_1} \qquad (٤,٨)$$

$$Q = \frac{b_1 a_0 - a_1 b_0}{b_1 - a_1} \qquad (٤,٩)$$

تسمى المعادلتان (٤,٨) و(٤,٩) بالنموذج المصغر ويتضمن المتغيرين : P وQ بالإضافة إلى المعالم : b_1, a_1, b_0, a_0 .

نلاحظ أنه لا يمكن حل معادلتي النموذج المصغر إلا إذا توفرت معلومات أخرى بالإضافة إلى الكمية والسعر ، لأن النموذج يتكون من معادلتين وأربعة معالم.

إن مشكلة تحديد النموذج كما ذكرنا سابقا تتلخص في عدم القدرة على الحصول على قيم وحيدة للمعالم b_1, a_1, b_0, a_0 ، حيث يوجد عدد لانهائي من القيم لهذه المعالم والتي تعتبر حلا للنموذج. وقد نتجت مشكلة عدم التحديد هذه عن وجود

علاقة عكسية بين المتغيرين P وQ، ولحل هذه المشكلة لا بد من الحصول على معلومات أخرى مساعدة لتحديد النموذج.

(٤,٣) تقدير معالم النموذج

وجدنا في الفقرة السابقة أن نموذج المعادلات الآنية لا يمكن حله لأنه غير محدد، ولتحديده نلجأ إلى إضافة متغيرات تسمى بالمتغيرات الخارجية المحذوفة من النموذج كافية لحل النموذج. لكن السؤال الذي يطرح هو كم عدد هذه المتغيرات؟ للإجابة على هذا السؤال يمكن أن نميز الحالات التالية*:

أولا: تعتبر أية معادلة في نموذج المعادلات الآنية محددة تماما Exactly Identified إذا كان عدد المتغيرات الخارجية المحذوفة من هذه المعادلة مساويا تماما إلى عدد المتغيرات الداخلية فيها ناقصا واحد.

ثانيا: تعتبر أية معادلة في نموذج المعادلات الآنية دون مستوى التحديد Under Identified إذا كان عدد المتغيرات الخارجية المحذوفة من هذه المعادلة أقل من عدد المتغيرات الداخلية فيها ناقصا واحد.

ثالثا: تعتبر أية معادلة في نموذج المعادلات الآنية فوق مستوى التحديد Over Identified إذا كان عدد المتغيرات الخارجية المحذوفة من هذه المعادلة أكبر من عدد المتغيرات الداخلية فيها ناقصا واحد.

في هذا الفصل سنهتم فقط بالمعادلات المحددة تماما أو التي فوق مستوى التحديد، وسنهمل المعادلات التي دون مستوى التحديد التي لا يمكن تحديد المعالم فيها. وسنقوم بحل نموذج المعادلات الآنية المكون من هذه المعادلات باستخدام طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين Tow-Stage Least Squares (2SLS) لأنها هي الأسهل والأوسع انتشارا من بين الطرائق المخصصة لتقدير معالم نموذج المعادلات الآنية.

---

* المرجع السابق، ص ٣٣٠.

وتتفوق طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين على المربعات الصغرى غير المباشرة بأنها تعطي الأخطاء المعيارية للمعالم المقدرة مباشرة والتي لا تعطيها طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة. أما طريقة المربعات الصغرى العادية فإنها تعطي مقدرات متحيزة وغير متسقة*.

(٤,٤) طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين

تتكون هذه الطريقة من مرحلتين:

في المرحلة الأولى: نعتبر المتغير الداخلي دالة في المتغيرات الخارجية الموجودة في النموذج، ثم نستخدم نموذج الانحدار المتعدد فنحصل على تقدير للمتغير الداخلي. ويكون ارتباط القيمة المقدرة لهذا المتغير بالمتغير العشوائي أقل من ارتباط المتغير الأصلي**.

في المرحلة الثانية: نعتبر المتغير الداخلي الموجود على يسار المعادلة الهيكلية دالة في المتغير الخارجي المحذوف من المعادلة والقيم المقدرة للمتغير الداخلي الموجود على يمين المعادلة الهيكلية، وباستخدام نموذج الانحدار المتعدد نحصل على تقدير للمتغير الداخلي الموجود على يسار المعادلة الهيكلية. أي أننا نقوم بتنقية المتغير الداخلي (أو المتغيرات الداخلية) من شوائب الارتباط مع المتغير العشوائي وذلك باستخدام القيم المقدرة بدلا من القيم الحقيقية لتلك المتغيرات عند إجراء الانحدار.

لنفرض أن لدينا نموذج المعادلات الآنية الممثل لدالتي العرض والطلب بدلالة السعر:

$$Q_s = a_0 + a_1 P + \varepsilon_1$$

$$Q_d = b_0 + b_1 P + \varepsilon_2$$

---

* مقدمة في الاقتصاد القياسي، مرجع سبق ذكره، ص٣٥٩-٣٦٠.

** مقدمة في الاقتصاد القياسي، مرجع سابق ص٣٦٧.

نلاحظ أن عدد المتغيرات الداخلية في كل معادلة من معادلات النموذج يساوي ٢ (الكمية والسعر)، لذلك نضيف متغيرا خارجيا واحدا إلى كل معادلة لتصبح محددة تماما. فلو أضفنا الزمن T إلى المعادلة الأولى والدخل الفردي المتاح Y إلى المعادلة الثانية نحصل على النموذج التالي:

$$Q_s = a_0 + a_1 P + a_2 T + \varepsilon_1$$

$$Q_d = b_0 + b_1 P + b_2 Y + \varepsilon_2$$

نلاحظ أن معادلات النموذج أصبحت محددة تماما لأن كل معادلة فيها عدد المتغيرات الخارجية يساوي تماما عدد المتغيرات الداخلية ناقصا واحد.

بعد تحديد النموذج نطبق طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين على النحو التالي:

في المرحلة الأولى: نعتبر المتغير الداخلي P دالة في المتغيرات الخارجية Y وT، وباستخدام نموذج الانحدار المتعدد نحصل على المعادلة التالية:

$$\hat{P} = c_0 + c_1 y + c_2 t$$

وفي المرحلة الثانية: نعتبر المتغير الداخلي Q_s دالة في المتغير الخارجي T والقيمة المقدرة للمتغير الداخلي الذي حصلنا عليه في المرحلة الأولى $\hat{P}$، وباستخدام طريقة الانحدار المتعدد مرة أخرى نحصل على دالة العرض المقدرة التالية:

$$\hat{q}_s = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \hat{P} + \hat{a}_2 t$$

وبنفس الأسلوب يتم تحديد دالة الطلب المقدرة، حيث نعتبر أن المتغير الداخلي Q_d دالة في المتغير الخارجي Y وفي القيمة المقدرة للمتغير الداخلي $\hat{P}$، وباستخدام طريقة الانحدار المتعدد من جديد نحصل على دالة الطلب المقدرة التالية:

$$\hat{q}_d = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 \hat{P} + \hat{b}_2 y$$

مثال (١): ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل الرقم القياسي لإنتاج المواد الغذائية Q_t والرقم القياسي لأسعار المواد الغذائية P_t والدخل الفردي المتاح y_t (ألف

ريال) والزمنT في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٧٩-١٩٩٤م، باعتبار سنة الأساس هي عام ١٩٨٨م:

الجدول رقم (٤,١). الرقم القياسي لإنتاج المواد الغذائية وأسعارها والدخل الفردي في السعودية للفترة ١٩٧٩-١٩٩٤م.

السنوات	T	y_t	Q_t	P_t	$\hat{P}_t$
١٩٧٩	١	٢,٤٥	٦٣	٥٩	٥٦,٣٥
١٩٨٠	٢	٢,٦٩	٨١	٦٠	٥٨,٦٨
١٩٨١	٣	٢,٨٦	٥٥	٦١	٦٠,٧٧
١٩٨٢	٤	٤,٠١	٦٦	٧١	٦٦,٠٦
١٩٨٣	٥	١١,٠٥	٩٣	٨٣	٩٠,٥٣
١٩٨٤	٦	١٦,٣٩	١٠٠	١٠٠	١٠٩,٤٦
١٩٨٥	٧	٢٠,٨٦	١٠٥	١٢٣	١٢٥,٥٦
١٩٨٦	٨	٢٥,١٧	١٠٧	١٤٩	١٤١,١٤
١٩٨٧	٩	٢٥,٣٦	١٠٩	١٤٥	١٤٣,٣٠
١٩٨٨	١٠	٢٦,٦٩	١١٠	١٥٠	١٤٩,١٧
١٩٨٩	١١	٢٦,٩٨	٩٩	١٥١	١٥١,٦٦
١٩٩٠	١٢	٢٦,٨٠	١٠٢	١٥٢	١٥٢,٦٢
١٩٩١	١٣	٢٦,٥١	١٠٣	١٥٥	١٥٣,٢٢
١٩٩٢	١٤	٢٦,٩٢	١٠٤	١٥٦	١٥٦,١٠
١٩٩٣	١٥	٢٧,٥٠	١٠٦	١٦٠	١٥٩,٥٣
١٩٩٤	١٦	٢٨,٩٩	١١٠	١٦٥	١٦٥,٩٣

المصدر: التقرير السنوي لمؤسسة النقد العربي السعودي عام ١٩٩٩م.

والمطلوب: تقدير الرقم القياسي للكمية المطلوبة والكمية المعروضة من السلع الغذائية في المملكة العربية السعودية خلال الفترة: ١٩٩٥-٢٠٠٠ م، إذا كان الدخل

الفردي المتاح خلال هذه الفترة هو: ٢٥,٠ ، ٢٥,٥ ، ٢٦,٠ ، ٢٤,٠ ، ٢٥,٠ ، ٣٠,٠ ألف ريال على الترتيب.

لنفرض أن النموذج الممثل لتوازن السوق السعودية للمواد الغذائية على الشكل التالي:

دالة الطلب $Q_t^d = a_0 + a_1P_t + a_2y_t + \varepsilon_{1t}$

دالة العرض $Q_t^s = b_0 + b_1P_t + b_2T_t + \varepsilon_{2t}$

كمية التوازن. $Q_t^d = Q_t^s = Q_t$

نلاحظ أن كلا من دالتي الطلب والعرض محددة تماما، لأن كلا منهما تتضمن متغيرا خارجيا واحدا ومتغيرين داخليين.

لتقدير معالم النموذج نستخدم طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين:

في المرحلة الأولى: نعتبر المتغير الداخليP دالة في المتغيرات الخارجية Y وT، وبتطبيق طريقة الانحدار المتعدد باعتبار أن P هو المتغير التابع وY وT هما متغيران مستقلان، وباستخدام برنامج SPSS بنفس الأسلوب المتبع في نماذج الانحدار المتعدد، نحصل على النتائج التالية:

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	Y, T[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.
b. Department Variable: P

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.995[a]	.990	.988	4.4413

a. Predictors: (Constant), Y, T

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	5196.577	2	2598.289	638.702	.000[a]
	Residual	256.423	13	19.725		
	Total	5453.000	15			

a. Predictors: (Constant), Y, T

b. Dependent Variable: P

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	46.830	2.374		19.724	.000
	T	1.544	.591	.178	2.611	.022
	Y	3.256	.268	.829	12.137	.000

a. Dependent Variable: P

Correlations

		P	Y	T
Pearson Correlation	P	1.000	.992**	.936**
	Y	.992**	1.000	.913**
	T	.936**	.913**	1.000
Sig. (2-tailed)	P	.	.000	.000
	Y	.000	.	.000
	T	.000	.000	.
N	P	16	16	16
	Y	16	16	16
	T	16	16	16

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

من هذه النتائج نلاحظ أن :

١- معامل الارتباط المتعدد بين المتغير التابع P والمتغيرين المستقلين y و T يساوي ٠,٩٩٥ وهو ارتباط موجب وقوي جدا.

٢- معامل التحديد المتعدد يساوي ٠,٩٩ ، أي أن المتغيرين المستقلين قد فسرا ٩٩٪ من تغيرات المتغير التابع وهي نسبة ممتازة.

٣- الخطأ المعياري للتقدير يساوي ٤,٤٤١٣.

٤- مؤشر اختبار F الفعلي يساوي ٠,٠٠ وهو أصغر من مستوى الدلالة ٥٪ ، لذلك نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة ، أي توجد علاقة خطية بين المتغير التابع والمتغيرين المستقلين.

٥- مؤشرات اختبار t الفعلية المتعلقة بمعالم النموذج كلها أصغر من مستوى الدلالة المقترح ، لذلك نرفض فرضيات العدم ونقبل الفرضيات البديلة ، أي أن قيم هذه المعالم جوهرية من الناحية الإحصائية.

٦- معاملات الارتباط البسيط بين المتغيرات كلها قوية جدا وجوهرية من الناحية الإحصائية بمستوى دلالة قدره ١٪.

٧- معادلة انحدار المتغير التابع P على المتغيرين المستقلين : Y و T تكتب على الشكل التالي :

$$\hat{P}_t = 46.83 + 3.256 y_t + 1.544 T_t \qquad (٤,١٠)$$

وبالتعويض عن y_t و T_t بقيمهما في الجدول رقم (٤,١) في هذه المعادلة نحصل على قيم $\hat{P}_t$ الموضحة في العمود الأخير من نفس الجدول.

في المرحلة الثانية

أ) نعتبر المتغير الداخلي Q_t دالة في القيمة المقدرة للمتغير الداخلي $\hat{P}_t$ والمتغير الخارجي y_t ، وباستخدام نموذج الانحدار المتعدد والمعالجة الآلية نحصل على النتائج التالية :

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	P0, Y[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: Q

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.928[a]	.861	.839	7.2473

a. Predictors: (Constant), P0, Y

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	4225.134	2	2112.567	40.221	.000[a]
	Residual	682.803	13	52.523		
	Total	4907.938	15			

a. Predictors: (Constant), P0, Y

b. Dependent Variable: Q

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	113.403	30.179		3.758	.002
	Y	5.514	2.441	3.198	2.259	.042
	P0	-1.012	.625	-2.292	-1.619	.129

a. Dependent Variable: Q

Correlations

		Q	Y	P0
Pearson Correlation	Q	1.000	.913**	.898**
	Y	.913**	1.000	.997**
	P0	.898**	.997**	1.000
Sig. (2-tailed)	Q	.	.000	.000
	Y	.000	.	.000
	P0	.000	.000	.
N	Q	16	16	16
	Y	16	16	16
	P0	16	16	16

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

نلاحظ من هذه النتائج أن معامل الانحدار الجزئي b_2 غير جوهري من الناحية الإحصائية بالرغم من جوهرية Significance معامل التحديد المتعدد. ويعود السبب في ذلك، إلى علاقة الارتباط القوية بين المتغيرات المستقلة Multicollinearity حيث تبلغ قيمة معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين في هذا المثال ٠,٩٩٧. وتعالج هذه المشكلة عادة، بحذف أحد المتغيرين المستقلين من النموذج دون أن يؤثر ذلك على قيمة معامل التحديد. آخذين في الاعتبار أنه إذا كان الهدف من صياغة النموذج هو التنبؤ بقيم الظاهرة، فلا بأس حينئذ من الإبقاء على كل المتغيرات المستقلة في النموذج بالرغم من وجود العلاقة القوية بين متغيرين مستقلين أو أكثر، لأن وجود هذه المشكلة لا يعطي قيما متحيزة Biased لتقديرات المربعات الصغرى. أما إذا كان الهدف هو تفسير الظاهرة، عندها يجب حذف أحد المتغيرين المستقلين المرتبطين بعلاقة قوية من النموذج، لأن هذه المشكلة لا تسمح بتحديد تأثير المتغير المستقل المرتبط بعلاقة قوية مع غيره من المتغيرات المستقلة على المتغير التابع*.

تجدر الإشارة، أننا في هذا المثال لا نستطيع حذف أحد المتغيرين المستقلين وهما: الرقم القياسي لسعر السلعة والدخل الفردي المتاح، لأن النظرية الاقتصادية تقترح إدخال كلا المتغيرين في النموذج، وحذف أحدهما منه يؤدي إلى مشكلة الخطأ في

* الاقتصاد القياسي التطبيقي، مرجع سابق، ص ١٢٩.

تحديد النموذج Specification error ، والذي قد يؤدي إلى إعطاء قيم متحيزة لتقديرات معاملات الانحدار. لذلك يفضل في هذه الحالة زيادة عدد مفردات العينة.

وبما أن الهدف من مثالنا هو التنبؤ بقيم الظاهرة ، لذلك يمكن استخدام النموذج بغض النظر عن مشكلة ارتباط المتغيرات المستقلة.

من هذه النتائج نلاحظ أن دالة الطلب المقدرة تساوي إلى :

$$\hat{q}_t^d = 113.403 + 5.514 y_t - 1.012 \hat{P}_t \quad (٤,١١)$$

ب) نعتبر المتغير الداخلي Q_t دالة في القيمة المقدرة للمتغير الداخلي $\hat{P}_t$ والمتغير الخارجي T_t ، وباستخدام نموذج الانحدار المتعدد والمعالجة الآلية نحصل على النتائج التالية :

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	P0, T[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: Q

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.928[a]	.861	.839	7.2473

a. Predictors: (Constant), P0, T

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	4225.134	2	2112.567	40.221	.000[a]
	Residual	682.803	13	52.523		
	Total	4907.938	15			

a. Predictors: (Constant), P0, T

b. Dependent Variable: Q

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	34.099	8.008		4.258	.001
	T	-2.615	1.157	-.688	-2.259	.042
	P0	.682	.134	1.545	5.072	.000

a. Dependent Variable: Q

Correlations

		Q	T	P0
Pearson Correlation	Q	1.000	.765**	.898**
	T	.765**	1.000	.941**
	P0	.898**	.941**	1.000
Sig. (2-tailed)	Q	.	.001	.000
	T	.001	.	.000
	P0	.000	.000	.
N	Q	16	16	16
	T	16	16	16
	P0	16	16	16

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

نلاحظ أن دالة العرض المقدرة تساوي إلى :

$$\hat{q}_t^s = 34.099 + 0.682\hat{P}_t - 2.615T_t \quad (٤,١٢)$$

التنبؤ: تتألف مرحلة التنبؤ من ثلاث مراحل :

في المرحلة الأولى: نعوض في المعادلة (٤,١٠) عن y_t و T_t بالقيم التالية على الترتيب :

السنوات	١٩٩٥م	١٩٩٦م	١٩٩٧م	١٩٩٨م	١٩٩٩م	٢٠٠٠م
الزمن	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢
الدخل الفردي	٢٥,٠	٢٥,٥	٢٦,٠	٢٤,٠	٢٥,٠	٣٠,٠

فنحصل على القيم المقدرة للرقم القياسي لأسعار المواد الغذائية خلال الفترة ١٩٩٥- ٢٠٠٠م:

السنوات	١٩٩٥م	١٩٩٦م	١٩٩٧م	١٩٩٨م	١٩٩٩م	٢٠٠٠م
$\hat{P}_t$	١٥٤,٤٨	١٥٧,٦٥	١٦٠,٨٢	١٥٥,٨٥	١٦٠,٦٥	١٧٨,٤٨

في المرحلة الثانية: نعوض في المعادلة (٤,١١) عن y_t و$\hat{P}_t$ بالقيم التالية:

السنوات	١٩٩٥م	١٩٩٦م	١٩٩٧م	١٩٩٨م	١٩٩٩م	٢٠٠٠م
الدخل الفردي	٢٥,٠	٢٥,٥	٢٦,٠	٢٤,٠	٢٥,٠	٣٠,٠
$\hat{P}_t$	١٥٤,٤٨	١٥٧,٦٥	١٦٠,٨٢	١٥٥,٨٥	١٦٠,٦٥	١٧٨,٤٨

فنحصل على الرقم القياسي المقدر للطلب على المواد الغذائية خلال الفترة ١٩٩٥- ٢٠٠٠م:

السنوات	١٩٩٥م	١٩٩٦م	١٩٩٧م	١٩٩٨م	١٩٩٩م	٢٠٠٠م
$\hat{q}_t^d$	٩٤,٩٢	٩٤,٤٧	٩٤,٠٢	٨٨,٠١	٨٨,٦٧	٩٨,٢٠

في المرحلة الثالثة: نعوض في المعادلة (٤,١٢) عن T_t و$\hat{P}_t$ بالقيم التالية:

السنوات	١٩٩٥م	١٩٩٦م	١٩٩٧م	١٩٩٨م	١٩٩٩م	٢٠٠٠م
T_t	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢
$\hat{P}_t$	١٥٤,٤٨	١٥٧,٦٥	١٦٠,٨٢	١٥٥,٨٥	١٦٠,٦٥	١٧٨,٤٨

فنحصل على الرقم القياسي المقدر لعرض المواد الغذائية خلال الفترة ١٩٩٥- ٢٠٠٠م:

السنوات	١٩٩٥م	١٩٩٦م	١٩٩٧م	١٩٩٨م	١٩٩٩م	٢٠٠٠م
$\hat{q}_t^s$	٩٥	٩٤,٥٥	٩٤,٠٩	٨٨,٠٩	٨٨,٧٥	٩٨,٢٩

نلاحظ أن الرقم القياسي المقدر لعرض المواد الغذائية يساوي تقريبا الرقم القياسي المقدر للطلب على هذه المواد على الرغم من استخدامنا لنموذجين مختلفين من الانحدار المتعدد.

مثال (٢): ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل الناتج المحلي الإجمالي والاستهلاك الخاص وإجمالي تكوين رأس المال الثابت بملايين الريالات في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٧٠-١٩٩٧م:

جدول (٤,٢). الناتج المحلي الإجمالي والاستهلاك الخاص وإجمالي تكوين رأس المال الثابت بملايين الريالات في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٧٠-١٩٩٧م.

السنوات	الناتج المحلي الإجمالي	الاستهلاك الخاص	إجمالي تكوين رأس المال	$\hat{y}_t$
١٩٧٠	١٧٣٩٨	٥٨٥٩	٢٥٩٧	١٤٩٧٠,٤٦
١٩٧١	٢٢٩٢١	٦٤١٢	٢٩٣٢	٢٢٣٨٠,٨٣
١٩٧٢	٢٨٢٥٧	٦٩١٥	٣٤٠٣	٣٠٢١٨,٢٤
١٩٧٣	٤٠٥٥٢	٧٨٩٦	٥٦٩٤	٤٣٧٧٠,٤٥
١٩٧٤	٩٩٣١٦	٩٨٢٨	٨٤٠٠	٥٨٦٢٥,٧٦
١٩٧٥	١٣٩٦٠١	١٨٠٣٩	١٧٦٩٩	٩٤١٨٣,٠٩
١٩٧٦	١٦٤٥٢٧	٢٣٩٠٣	٣٣٥٤٠	١٥٠٢٨٢,٣٠
١٩٧٧	٢٠٥٠٥٦	٣٤٣٧٢	٥١١٩١	٢١٢٠٦٤,٩٠
١٩٧٨	٢٢٥٤٠٢	٥٤٦٠٦	٦٦٨٩١	٢٦٧٧٢١,٤٠
١٩٧٩	٢٤٩٥٤١	٦٨٦٠٨	٧٦٦٥٤	٣٠٤٧٣٥,٧٠
١٩٨٠	٣٨٥٨٠٧	١٠٢٣٨٥	٩٧٠٦٨	٣٧٥١٩٤,١٠
١٩٨١	٥٢٠٥٨٩	١١٤٩٠٥	١٠٦٣٧٦	٤١٠٧٧٩,٧٠
١٩٨٢	٥٢٤٧١٩	١٢٦٥١٤	١٢٢٣١٤	٤٦٧١٨٣,٥٠
١٩٨٣	٤١٥٢٣١	١٥١٢٩٤	١١٥٤٥٤	٤٥٢٠٠١,٦٠
١٩٨٤	٣٧٢٠٢٣	١٥٧٣٧٣	١٠٣٢٢٨	٤١٩٩٧٠,٤٠
١٩٨٥	٣٥١٣٩٥	١٥٩٣٥٤	٩٦٤٩٣	٤٠٥١٨١,٠٠

تابع الجدول رقم (٤,٢).

السنوات	الناتج المحلي الإجمالي	الاستهلاك الخاص	إجمالي تكوين رأس المال	$\hat{y}_t$
١٩٨٦	٣١٣٩٤١	١٥٨٥٩٢	٧٦٣١٤	٣٤٨١٧٧,٤٠
١٩٨٧	٢٧١٠٩١	١٤٠١٤٨	٦٦١٤٤	٣٢٢٦٠٢,٠٠
١٩٨٨	٢٧٥٤٥٢	١٣٥٥٣٩	٦٥٢٠٢	٣٢٦٠٠٢,٦٠
١٩٨٩	٢٨٥١٤٦	١٣٩٣٩٨	٥٦٩١٨	٣٠٦٣٤٩,٣٠
١٩٩٠	٣١٠٨٢٢	١٤٥٠٣٣	٦٠٤٠٩	٣٢٣٦٦٩,٥٠
١٩٩١	٣٩١٩٩٣	١٥٥٨٧٤	٧٣٨٠٣	٣٧٢٠٨٥,٢٠
١٩٩٢	٤٤٢٠٣٧	١٦٨٧٥١	٨٦٥١٠	٤١٨٣٤٣,٦٠
١٩٩٣	٤٦١٣٩٨	١٨٣٩١٩	٩٣٩٧٥	٤٤٨١٤٢,٢٠
١٩٩٤	٤٤٣٨٤٢	١٩٣٩٠٩	٩٨٤٥٠	٤٦٨٥٥٢,٢٠
١٩٩٥	٤٥٠٠٢٥	١٨٥٨٣٢	٨٤٢٠٧	٤٣٠١٨٧,٦٠
١٩٩٦	٤٧٨٦٥٢	١٩٣٥٢٢	٩٣٥٥٥	٤٦٥٨٩٨,٨٠
١٩٩٧	٥٢٩٢٥٠	٢٠٦٣٣٦	٩٠٧٤٧	٤٦٣٤٤٠,٢٠

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة- وزارة التخطيط.

والمطلوب: تقدير الاستهلاك الخاص للفترة: ١٩٩٨-٢٠٠٢م، إذا كان إجمالي تكوين رأس المال الثابت المخطط لنفس الفترة هو: ٩٥، ١٠٠، ٩٠، ٨٠، ٧٥ مليار ريال على الترتيب (الأرقام افتراضية)، باستخدام نموذج الدخل الكينزي.

من العلاقة (٤,١) يمكن كتابة نموذج الدخل الكينزي في المملكة العربية السعودية خلال الفترة: ١٩٧٠-١٩٩٧م على الشكل التالي:

$$c_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_t + \varepsilon_t \quad (٤,١٣)$$

$$y_t = c_t + I_t \quad (٤,١٤)$$

حيث: c_t الاستهلاك الخاص في الفترة t.

y_t الناتج المحلي الإجمالي في الفترة t.

I_t إجمالي تكوين رأس المال الثابت في الفترة t.

ε_t متغير عشوائي.

$\alpha_0;\alpha_1$ معالم النموذج.

نلاحظ أن المعادلة الأولى التي تمثل دالة الاستهلاك الخاص أقل من مستوى التحديد، حيث يوجد متغيرين داخليين هما الاستهلاك الخاص والناتج المحلي الإجمالي ولا يوجد أي متغير خارجي. إذا أضفنا إلى هذه المعادلة متغيرا خارجيا يمثل الزمن T_t تصبح محددة تماما:

$$c_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_t + \alpha_2 T_t + \varepsilon_t$$

أما المعادلة الثانية فهي محددة تماما، لأنها تتضمن متغيرا خارجيا واحدا هو إجمالي تكوين رأس المال الثابت ومتغيرين داخليين هما الاستهلاك الخاص والناتج المحلي الإجمالي.

لتقدير معالم النموذج نستخدم طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين:

في المرحلة الأولى: نعتبر المتغير الداخلي y دالة في المتغيرات الخارجية I وT، $T = 1,2,.....,28$ وبتطبيق طريقة الانحدار المتعدد باعتبار أن y هو المتغير التابع وI وT هما متغيران مستقلان، وباستخدام برنامج SPSS نحصل على النتائج التالية:

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	T, I[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: Y

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.968[a]	.937	.932	42179.32

a. Predictors: (Constant), T, I

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	6.7E+11	2	3.3E+11	187.382	.000[a]
	Residual	4.4E+10	25	1.8E+09		
	Total	7.1E+11	27			

a. Predictors: (Constant), T, I

b. Dependent Variable: Y

Correlations

		Y	I	T
Pearson Correlation	Y	1.000	.939**	.814**
	I	.939**	1.000	.684**
	T	.814**	.684**	1.000
Sig. (2-tailed)	Y	.	.000	.000
	I	.000	.	.000
	T	.000	.000	.
N	Y	28	28	28
	I	28	28	28
	T	28	28	28

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	457.405	7590.429		.026	.979
	I	3.136	.299	.719	10.484	.000
	T	6358.470	1352.799	.322	4.700	.000

a. Dependent Variable: Y

نلاحظ من هذه النتائج أن مجموع المربعات كبير جدا، فمثلا مجموع مربعات الانحدار = ٦٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠ والسبب في ذلك هو أرقام المثال الكبيرة، حيث كان من المفضل تقريبها إلى مليار بدلا من مليون. كما نلاحظ أن ثابت معادلة الانحدار غير جوهري من الناحية الإحصائية.

اعتمادا على الجدول الأخير من النتائج يمكن أن نكتب معادلة انحدار المتغير التابع y على المتغيرين المستقلين: I و T على الشكل التالي :

$$\hat{y}_t = 457.41 + 3.14I_t + 6358.47T_t \qquad (٤,١٥)$$

وبالتعويض عن I_t و T_t بقيمهما في الجدول رقم (٤,٢) في هذه المعادلة نحصل على قيم $\hat{y}_t$ الموضحة في العمود الأخير من نفس الجدول.

في المرحلة الثانية: نعتبر المتغير الداخلي c_t دالة في القيمة المقدرة للمتغير الداخلي $\hat{y}_t$ والمتغير الخارجي T_t ، وباستخدام نموذج الانحدار المتعدد والمعالجة الآلية نحصل على النتائج التالية :

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	Y1, T[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: C

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.981[a]	.963	.960	13949.36

a. Predictors: (Constant), Y1, T

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1.3E+11	2	6.3E+10	326.254	.000[a]
	Residual	4.9E+09	25	1.9E+08		
	Total	1.3E+11	27			

a. Predictors: (Constant), Y1, T

b. Dependent Variable: C

Cofficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-21481.0	5822.701		-3.689	.001
	T	4893.074	602.434	.576	8.122	.000
	Y1	.198	.032	.446	6.293	.000

a. Dependent Variable: C

Correlations

		C	Y1	T
Pearson Correlation	C	1.000	.930**	.951**
	Y1	.930**	1.000	.841**
	T	.951**	.841**	1.000
Sig. (2-tailed)	C	.	.000	.000
	Y1	.000	.	.000
	T	.000	.000	.
N	C	28	28	28
	Y1	28	28	28
	T	28	28	28

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

من هذه النتائج نلاحظ أن دالة الاستهلاك الخاص المقدرة تساوي إلى:

$$\hat{c}_t = -21481 + 0.2\hat{y}_t + 4893.07T_t \qquad (٤,١٦)$$

التنبؤ: تتألف مرحلة التنبؤ من مرحلتين:

في المرحلة الأولى: نعوض في المعادلة (٤,١٥) عن I_t و T_t بالقيم التالية على الترتيب:

السنوات	١٩٩٨م	١٩٩٩م	٢٠٠٠م	٢٠٠١م	٢٠٠٢م
الزمن	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣
التكوين الرأسمالي	٩٥٠٠٠	١٠٠٠٠٠	٩٠٠٠٠	٨٠٠٠٠	٧٥٠٠٠

فنحصل على القيم المقدرة لإجمالي الناتج المحلي خلال الفترة ١٩٩٨-٢٠٠٢م:

السنوات	١٩٩٨م	١٩٩٩م	٢٠٠٠م	٢٠٠١م	٢٠٠٢م
$\hat{y}_t$	٤٨٣٩٣٦	٥٠٦٠٢٢	٤٨١٠٠٧	٤٥٥٩٩٣	٤٤٦٦٧٨

في المرحلة الثانية: نعوض في المعادلة (٤,١٦) عن $\hat{y}_t$ و T_t بالقيم التالية:

السنوات	١٩٩٨م	١٩٩٩م	٢٠٠٠م	٢٠٠١م	٢٠٠٢م
T_t	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣
$\hat{y}_t$	٤٨٣٩٣٦	٥٠٦٠٢٢	٤٨١٠٠٧	٤٥٥٩٩٣	٤٤٦٦٧٨

فنحصل على الاستهلاك الخاص المقدر خلال الفترة ١٩٩٥-٢٠٠٠م:

السنوات	١٩٩٨م	١٩٩٩م	٢٠٠٠م	٢٠٠١م	٢٠٠٢م
$\hat{c}_t$	٣٢١٦٠٥	٣٣٤٥١٥	٣٣٨٠٠٦	٣٤١٤٩٦	٣٤٨١٢٦

أسئلة ومسائل غير محلولة

١- عرف نموذج المعادلات الآنية ثم اذكر مثالا على هذه النماذج.

٢- ما الفرق بين المعادلات السلوكية والمعادلات التعريفية في نموذج المعادلات الآنية؟

٣- ما الفرق بين المتغيرات الداخلية والمتغيرات الخارجية في نموذج المعادلات الآنية؟

٤- ما المقصود بالمعادلات الهيكلية في نموذج المعادلات الآنية؟

٥- ماذا يعني النموذج المصغر في نموذج المعادلات الآنية؟

٦- بالنسبة إلى نموذج الطلب والعرض التالي:

معادلة الطلب $q_t^d = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 I_t + \alpha_3 G_t + \varepsilon_{1t}$

معادلة العرض $q_t^s = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 F_t + \beta_3 K_t + \varepsilon_{2t}$

$p;q$ متغيران داخليان.

أ) هل معادلة الطلب محددة تماما، أم دون مستوى التحديد، أم فوق مستوى التحديد؟

ب) هل معادلة العرض محددة تماما، أم دون مستوى التحديد، أم فوق مستوى التحديد؟

جـ) بافتراض أن $\alpha_3 = 0$ هل معادلة الطلب محددة تماما، أم دون مستوى التحديد، أم فوق مستوى التحديد؟

٧- ليكن لدينا النموذج التالي:

$$y_1 = \alpha_0 + \alpha_1 y_2 + \varepsilon_1$$

$$y_2 = \beta_1 + \beta_2 y_1 + \beta_3 x_1 + \varepsilon_2$$

إذا كان $y_1;y_2$ متغيران داخليان و x_1 متغير خارجي:

أ) هل المعادلة الأولى محددة تماما، أم دون مستوى التحديد، أم فوق مستوى التحديد؟

ب) هل المعادلة الثانية محددة تماما، أم دون مستوى التحديد، أم فوق مستوى التحديد؟

جـ) كيف تحول المعادلة الأولى إلى معادلة محددة تماما؟

د) اكتب النموذج المصغر للنموذج الحالي.

هـ) وضح كيفية الحصول على مقدرات المربعات الصغرى ذات المرحلتين لمعالم المعادلات الهيكلية لكل معادلة محددة تماما.

٨- ليكن لدينا الجدول التالي، الذي يتضمن عرض النقود والناتج المحلي الإجمالي والإنفاق الحكومي بالمليون ريال في المملكة العربية السعودية خلال الفترة: ١٩٧٠-١٩٩٧م:

الجدول رقم (٤,٣). عرض النقود والناتج المحلي الإجمالي والإنفاق الحكومي (مليون ريال) في المملكة العربية السعودية خلال الفترة: ١٩٧٠-١٩٩٧م.

السنوات	عرض النقود	الناتج المحلي الإجمالي	الإنفاق الحكومي
١٩٧٠	٨٤٣	١٧٣٩٨	٣٤٢١
١٩٧١	٨٥٠	٢٢٩٢١	٣٧٩٨
١٩٧٢	٩٠٩	٢٨٢٥٧	٤٢٨٥
١٩٧٣	١٠٣٤	٤٠٥٥٢	٥٣٣٥
١٩٧٤	١٠٥٥	٩٩٣١٦	٩٨٦٤
١٩٧٥	١١٠٠	١٣٩٦٠١	١٥٩١١
١٩٧٦	١١٩٩	١٦٤٥٢٧	٢٨٨٨٣
١٩٧٧	١٢٩٩	٢٠٥٠٥٦	٤١٠٣٣
١٩٧٨	١٤٤٩	٢٢٥٤٠٢	٤٧٠٣٤
١٩٧٩	١٦٣٤	٢٤٩٥٤١	٧١٩٠٤
١٩٨٠	١٨٧٣	٣٨٥٨٠٧	٧٧٥٦٣
١٩٨١	٢١٤١	٥٢٠٥٨٩	٨١٩١٥

تابع الجدول رقم (٤,٣).

السنوات	عرض النقود	الناتج المحلي الإجمالي	الإنفاق الحكومي
١٩٨٢	٢٤٠٥	٥٢٤٧١٩	١٢٨٥٢٦
١٩٨٣	٢٦٣٨	٤١٥٢٣١	١٢٦٨٥٤
١٩٨٤	٢٨٢٢	٣٧٢٠٢٣	١٢١٣٢٥
١٩٨٥	٣١٧٥	٣٥١٣٩٥	١٢١٠٥٥
١٩٨٦	٣٩٩٨	٣١٣٩٤١	١١٤٣٨٨
١٩٨٧	٥٥٦١	٢٧١٠٩١	١٠٦٣٦٧
١٩٨٨	٧٤٨٣	٢٧٥٤٥٢	١٠٧٧٠٧
١٩٨٩	١٢٢٢٣	٢٨٥١٤٦	٩٧٤١٧
١٩٩٠	٢١١٤٢	٣١٠٨٢٢	٩٦٥٦٤
١٩٩١	٣٣٠٢٧	٣٩١٩٩٣	١٢٠١٢٦
١٩٩٢	٤٨٣٥٧	٤٤٢٠٣٧	١٦٥٠٠٠
١٩٩٣	٥٤٦٥١	٤٦١٣٩٨	١٤٨٩٦٥
١٩٩٤	٦٧٢٧٧	٤٤٣٨٤٢	١٢٧٧٧٩
١٩٩٥	٨٣٤٠٣	٤٥٠٠٢٥	١١٩٥٦١
١٩٩٦	١٠٢٩٥٥	٤٧٨٦٥٢	١٢٢٨٤٩
١٩٩٧	١١٦٠٩٣	٥٢٩٢٥٠	١٤٠٢٧٥

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة- وزارة التخطيط.

إذا كان نموذج تحديد مستوى الدخل القومي يعطى بالمعادلتين التاليتين:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 M_t + \alpha_2 G_t + \varepsilon_{1t}$$

$$M_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + \varepsilon_{2t}$$

حيث: y_t الناتج المحلي الإجمالي.

M_t عرض النقود.

G_t الإنفاق الحكومي.

$\varepsilon_{1t};\varepsilon_{2t}$ متغيران عشوائيان

$\alpha_0;\alpha_1;\alpha_2;\beta_0;\beta_1;\beta_2$ معالم النموذج.

المطلوب: تقدير عرض النقود خلال الفترة: ١٩٩٨-٢٠٠٢م إذا كان الإنفاق الحكومي المخطط للفترة نفسها يساوي: ١٥٠، ١٦٠، ١٧٠، ١٨٠، ٢٠٠ مليار ريال على الترتيب.

٩- ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل الناتج المحلي الإجمالي والاستهلاك الخاص وإجمالي تكوين رأس المال الثابت والإنفاق الحكومي وإيرادات قطاع النفط بملايين الريالات في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٧٠-١٩٩٧م:

الجدول رقم (٤,٤). ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل الناتج المحلي الإجمالي والاستهلاك الخاص، وإجمالي تكوين رأس المال الثابت والإنفاق الحكومي وإيرادات قطاع النفط بملايين الريالات في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٧٠-١٩٩٧م.

السنوات	الناتج المحلي الإجمالي	الاستهلاك الخاص	إجمالي تكوين رأس المال	الإنفاق الحكومي	إيرادات النفط
١٩٧٠	١٧٣٩٨	٥٨٥٩	٢٥٩٧	٣٤٢١	٤٩٣٦
١٩٧١	٢٢٩٢١	٦٤١٢	٢٩٣٢	٣٧٩٨	٦٩٤٤
١٩٧٢	٢٨٢٥٧	٦٩١٥	٣٤٠٣	٤٢٨٥	٩٩٤٥
١٩٧٣	٤٠٥٥٢	٧٨٩٦	٥٦٩٤	٥٣٣٥	١٣٦٦٩
١٩٧٤	٩٩٣١٦	٩٨٢٨	٨٤٠٠	٩٨٦٤	٣٧٤٩٣
١٩٧٥	١٣٩٦٠١	١٨٠٣٩	١٧٦٩٩	١٥٩١١	٨٤٦١٨
١٩٧٦	١٦٤٥٢٧	٢٣٩٠٣	٣٣٥٤٠	٢٨٨٨٣	٩٣٨٧٣
١٩٧٧	٢٠٥٠٥٦	٣٤٣٧٢	٥١١٩١	٤١٠٣٣	١٢١٩٠٢

تابع الجدول رقم (٤,٤).

السنوات	الناتج المحلي الإجمالي	الاستهلاك الخاص	إجمالي تكوين رأس المال	الإنفاق الحكومي	إيرادات النفط
١٩٧٨	٢٢٥٤٠٢	٥٤٦٠٦	٦٦٨٩١	٤٧٠٣٤	١١٥٤١٢
١٩٧٩	٢٤٩٥٤١	٦٨٦٠٨	٧٦٦٥٤	٧١٩٠٤	١١٦٨٧٦
١٩٨٠	٣٨٥٨٠٧	١٠٢٣٨٥	٩٧٠٦٨	٧٧٥٦٣	١٩١١٠٥
١٩٨١	٥٢٠٥٨٩	١١٤٩٠٥	١٠٦٣٧٦	٨١٩١٥	٣١٢٨١٩
١٩٨٢	٥٢٤٧١٩	١٢٦٥١٤	١٢٢٣١٤	١٢٨٥٢٦	٣٢٤٧٩٠
١٩٨٣	٤١٥٢٣١	١٥١٢٩٤	١١٥٤٥٤	١٢٦٨٥٤	١٨١٠٨٦
١٩٨٤	٣٧٢٠٢٣	١٥٧٣٧٣	١٠٣٢٢٨	١٢١٣٢٥	١٢٤٧٥١
١٩٨٥	٣٥١٣٩٥	١٥٩٣٥٤	٩٦٤٩٣	١٢١٠٥٥	١٠١٨٠٧
١٩٨٦	٣١٣٩٤١	١٥٨٥٩٢	٧٦٣١٤	١١٤٣٨٨	٦٧٤٦١
١٩٨٧	٢٧١٠٩١	١٤٠١٤٨	٦٦١٤٤	١٠٦٣٦٧	٧٠٤٤٣
١٩٨٨	٢٧٥٤٥٢	١٣٥٥٣٩	٦٥٢٠٢	١٠٧٧٠٧	٦٩١١٥
١٩٨٩	٢٨٥١٤٦	١٣٩٣٩٨	٥٦٩١٨	٩٧٤١٧	٩٠٧٤٩
١٩٩٠	٣١٠٨٢٢	١٤٥٠٣٣	٦٠٤٠٩	٩٦٥٦٤	١٤٦٤٦٠
١٩٩١	٣٩١٩٩٣	١٥٥٨٧٤	٧٣٨٠٣	١٢٠١٢٦	١٦٧٥٢٥
١٩٩٢	٤٤٢٠٣٧	١٦٨٧٥١	٨٦٥١٠	١٦٥٠٠٠	١٨٦٥٢٤
١٩٩٣	٤٦١٣٩٨	١٨٣٩١٩	٩٣٩٧٥	١٤٨٩٦٥	١٥٨٣٦٤
١٩٩٤	٤٤٣٨٤٢	١٩٣٩٠٩	٩٨٤٥٠	١٢٧٧٧٩	١٥٧٧٢٢
١٩٩٥	٤٥٠٠٢٥	١٨٥٨٣٢	٨٤٢٠٧	١١٩٥٦١	١٦٨٤٨٨
١٩٩٦	٤٧٨٦٥٢	١٩٣٥٢٢	٩٣٥٥٥	١٢٢٨٤٩	١٩٥٤٧٩
١٩٩٧	٥٢٩٢٥٠	٢٠٦٣٣٦	٩٠٧٤٧	١٤٠٢٧٥	٢١٤٧٥٦

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة- وزارة التخطيط.

استخدم الجدول السابق والنموذج التالي لدراسة تحديد الدخل التوازني في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٧٠-١٩٩٧م:

$$c_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_t + \alpha_2 c_{t-1} + \varepsilon_{1t}$$

$$I_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + \beta_2 y_{t-1} + \beta_3 I_{t-1} + \varepsilon_{2t}$$

$$g_t = \gamma_0 + \gamma_1 O_t + \gamma_2 g_{t-1} + \varepsilon_{3t}$$

$$y_t = c_t + I_t + g_t$$

حيث: c_t الاستهلاك الخاص في الفترة t.

y_t الناتج المحلي الإجمالي في الفترة t.

I_t إجمالي تكوين رأس المال الثابت في الفترة t.

g_t الإنفاق الحكومي في الفترة t.

O_t إيرادات النفط في الفترة t.

$\varepsilon_{1t};\varepsilon_{2t};\varepsilon_{3t}$ متغيرات عشوائية.

الفصل الخامس

استخدام طرائق المتوسطات المتحركة في التنبؤ الإداري

(٥,١) مقدمـــة

إن أبسط المتوسطات هو المتوسط الحسابي ويساوي مجموع قيم السلسلة الزمنية مقسوما على عدد القيم. رياضيا يعطى بالعلاقة :

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} \qquad (٥,١)$$

حيث : $\bar{y}$ المتوسط الحسابي.

و y_t قيم السلسلة الزمنية الفعلية أو الحقيقية أو المشاهدة.

و n عدد قيم السلسلة الزمنية.

إلا أن هـذا المتوسـط لا يأخـذ بعـين الاعتبـار الـتغيرات الدوريـة والموسميـة ، وللتغلـب علـى هـذا القصـور فإننـا نلجـأ إلى نـوع آخـر مـن المتوسـطات تسـمى المتوسـطات المتحركـة. وللمتوسـطات المتحركـة عـدة أنـواع هـي : المتوسـطات المتحركـة البسـيطة ، والمتوسطات المتحركة الثنائيـة ، والمتوسـطات المتحركـة المضـاعفة والمتوسـطات المتحركـة المرجحة. وسندرس هذه الأنواع وكيفية استخدامها في عملية التنبؤ الإداري.

(٥,٢) المتوسطات المتحركة البسيطة Simple Moving Averages

إن أبسط نماذج المتوسطات المتحركة هو المتوسط المتحرك البسيط ويساوي مجموع بعض القيم في السلسلة الزمنية مقسوما على عدد القيم التي تدخل في حسابه ونعبر عنه بالعلاقة التالية :

$$MA(k)=\frac{\sum_{j=-m}^{m} y_{t+j}}{k} \qquad (٥,٢)$$

حيث : MA(k) المتوسط المتحرك البسيط.

k = طول فترة المتوسط المتحرك أو درجة المتوسط المتحرك.

y_{t+j} = قيم السلسلة الزمنية الداخلة في حساب المتوسط المتحرك.

y_t مركز المتوسط المتحرك.

m عدد القيم التي تلي مركز المتوسط المتحرك وتساوي إلى عدد القيم التي تسبق مركز المتوسط المتحرك. مثلا : لنفرض أننا استخدمنا متوسط متحرك يتضمن ثلاث قيم ، يسمى هذا المتوسط بمتوسط متحرك طوله ٣ فترات زمنية ويرمز له بـ $ma(3)$ ويحسب وفق العلاقة التالية :

$$ma(3)=\frac{y_{t-1}+y_t+y_{t+1}}{3}$$ ، حيث m=1.

وبنفس الأسلوب يمكن أن نحسب المتوسط المتحرك الذي يتضمن خمس قيم :

$$ma(5)=\frac{y_{t-2}+y_{t-1}+y_t+y_{t+1}+y_{t+2}}{5}$$ ، حيث m=2.

مثال (١): الجدول التالي يمثل واردات القطاع الخاص السعودي من المواد الغذائية الممولة عن طريق المصارف التجارية بملايين الريالات ، والمطلوب : حساب المتوسط المتحرك لهذه الواردات لفترة ثلاث سنوات ثم لخمس سنوات ثم لسبع سنوات (من المفضل أن تكون فترة المتوسط المتحرك فردية).

الجدول رقم (٥,١). واردات القطاع الخاص السعودي من المواد الغذائية الممولة عن طريق المصارف التجارية (مليون ريال) خلال الفترة: ١٩٦٣–١٩٩٨م.

السنة	الواردات	السنة	الواردات	السنة	الواردات
١٩٦٣	٣٥٥	١٩٧٥	٢٥١٠	١٩٨٧	٧٦٥٥
١٩٦٤	٤٥١	١٩٧٦	٢٦٦٥	١٩٨٨	٧٦١١
١٩٦٥	٤٣٥	١٩٧٧	٣٨١٣	١٩٨٩	٧٣٧٩
١٩٦٦	٥٥٨	١٩٧٨	٤٦٥١	١٩٩٠	٧٥٨٠
١٩٦٧	٥٥٦	١٩٧٩	٦٦٣٦	١٩٩١	٨٢٣٢
١٩٦٨	٥٧٣	١٩٨٠	٩٤٠٤	١٩٩٢	٨٧٧٩
١٩٦٩	٥٦٥	١٩٨١	١٠٣٤٤	١٩٩٣	٨١٧١
١٩٧٠	٦٠٨	١٩٨٢	٩٥٠٥	١٩٩٤	٨٠٣١
١٩٧١	٧٠٦	١٩٨٣	٩٩٧٤	١٩٩٥	٨٣٦٩
١٩٧٢	٨٠٤	١٩٨٤	٩٧١٧	١٩٩٦	١٠٢١١
١٩٧٣	١١٨٧	١٩٨٥	٧٦٨١	١٩٩٧	٨٥٣٢
١٩٧٤	٢٣٨١	١٩٨٦	٧٨٣٩	١٩٩٨	٨٧٤٧

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة– وزارة التخطيط.

يحسب المتوسط المتحرك للفترة الأولى والذي طوله ثلاث سنوات من العلاقة (٥,٢) على الشكل التالي:

$$ma_1(3) = \frac{y_{t-1} + y_t + y_{t+1}}{3} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{255 + 451 + 435}{3} = 413.67$$

ويوضع في منتصف المسافة، أي مقابل مركز المتوسط المتحرك الذي يوافق السنة ١٩٦٤م.

وبنفس الأسلوب يحسب المتوسط المتحرك للفترة الثانية الذي يساوي المتوسط الحسابي للقيم الثلاثة التي تلي القيمة الأولى، أي:

$$ma_2(3) = \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3} = \frac{451 + 435 + 558}{3} = 481.33$$

ويوضع في منتصف المسافة، أي مقابل السنة ١٩٦٥م. وبشكل مشابه يمكن حساب باقي قيم المتوسط المتحرك الذي طوله ثلاث سنوات.

وبنفس الأسلوب يحسب المتوسط المتحرك الذي طوله خمس سنوات، حيث تساوي القيمة الأولى المتوسط الحسابي للقيم الخمسة الأولى على الشكل التالي:

$$ma_1(5) = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{5} = \frac{355 + 451 + 435 + 558 + 556}{5} = 471.00$$

وتوضع في منتصف المسافة، أي مقابل عام ١٩٦٥م. أما القيمة الثانية فتساوي المتوسط الحسابي للقيم الخمسة التي تلي القيمة الأولى، أي:

$$ma_2(5) = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6}{5} = \frac{451 + 435 + 558 + 556 + 573}{5} = 514.60$$

وتوضع في منتصف المسافة، أي مقابل عام ١٩٦٦م.

أما القيمة الأولى للمتوسط المتحرك الذي طوله سبع سنوات فتساوي إلى المتوسط الحسابي للقيم السبعة الأولى:

$$ma_1(7) = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7}{7} = \frac{355 + 451 + 558 + 556 + 573 + 565}{7} = 499.00$$

وتوضع قيمته في منتصف المسافة مقابل سنة ١٩٦٦م. وبشكل مشابه يتم حساب القيمة الثانية كما يلي:

$$ma_2(7) = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8}{7} = \frac{451 + 435 + 558 + 556 + 573 + 565 + 608}{7} = 53514$$

وتوضع مقابل سنة ١٩٦٧م.

إذا أكملنا الحسابات المتعلقة بالمتوسطات المتحركة الثلاثة السابقة نحصل على الجدول التالي*:

---

* بالنسبة للمعالجة الآلية لهذا الفصل تتم على برنامج اكسل وباستخدام الأوامر التي درسها الطالب في مقرر ١٥١ كمي.

الجدول رقم (٥,٢). حساب المتوسطات المتحركة للسلسلة الزمنية الممثلة لـواردات القطـاع الخـاص السعودي من المواد الغذائية.

السنوات	القيم الفعلية	المتوسطات المتحركة		
		٣ سنوات	٥ سنوات	٧ سنوات
١٩٦٣	٣٥٥	-	-	-
١٩٦٤	٤٥١	٤٢٣,٦٧	-	-
١٩٦٥	٤٣٥	٤٨١,٣٣	٤٧١,٠٠	-
١٩٦٦	٥٥٨	٥١٦,٣٣	٥١٤,٦٠	٤٩٩,٠٠
١٩٦٧	٥٥٦	٥٦٢,٣٣	٥٣٧,٤٠	٥٣٥,١٤
١٩٦٨	٥٧٣	٥٦٤,٦٧	٥٧٢,٠٠	٥٧١,٥٧
١٩٦٩	٥٦٥	٥٨٢,٠٠	٦٠١,٦٠	٦٢٤,٢٩
١٩٧٠	٦٠٨	٦٢٦,٣٣	٦٥١,٢٠	٧١٤,١٤
١٩٧١	٧٠٦	٧٠٦,٠٠	٧٧٤,٠٠	٩٧٤,٨٦
١٩٧٢	٨٠٤	٨٩٩,٠٠	١١٣٧,٢٠	١٢٥١,٥٧
١٩٧٣	١١٨٧	١٤٥٧,٣٣	١٥١٧,٦٠	١٥٥١,٥٧
١٩٧٤	٢٣٨١	٢٠٢٦,٠٠	١٩٠٩,٤٠	٢٠٠٩,٤٣
١٩٧٥	٢٥١٠	٢٥١٨,٦٧	٢٥١١,٢٠	٢٥٧٣,٠٠
١٩٧٦	٢٦٦٥	٢٩٩٦,٠٠	٣٢٠٤,٠٠	٣٤٠٦,١٤
١٩٧٧	٣٨١٣	٣٧٠٩,٦٧	٤٠٥٥,٠٠	٤٥٨٠,٠٠
١٩٧٨	٤٦٥١	٥٠٣٣,٣٣	٥٤٣٣,٨٠	٥٧١٧,٥٧
١٩٧٩	٦٦٣٦	٦٨٩٧,٠٠	٦٩٦٩,٦٠	٦٧١٦,٨٦
١٩٨٠	٩٤٠٤	٨٧٩٤,٦٧	٨١٠٨,٠٠	٧٧٦١,٠٠
١٩٨١	١٠٣٤٤	٩٧٥١,٠٠	٩١٧٢,٦٠	٦٨٠٤,٤٣
١٩٨٢	٩٥٠٥	٩٩٤١,٠٠	٩٧٨٨,٨٠	٩٠٣٧,٢٩
١٩٨٣	٩٩٧٤	٩٧٣٢,٠٠	٩٤٤٤,٢٠	٩٢٠٩,١٤

تابع الجدول رقم (٢,٥).

السنوات	القيم الفعلية	المتوسطات المتحركة ٣ سنوات	٥ سنوات	٧ سنوات
١٩٨٤	٩٧١٧	٩١٢٤,٠٠	٨٩٤٣,٢٠	٨٩٥٩,٢٩
١٩٨٥	٧٦٨١	٨٤١٢,٣٣	٨٥٧٣,٢٠	٨٥٦٨,٨٦
١٩٨٦	٧٨٣٩	٧٧٢٥,٠٠	٨١٠٠,٦٠	٨٢٦٥,١٤
١٩٨٧	٧٦٥٥	٧٧٠١,٦٧	٧٦٣٣,٠٠	٧٩٢٣,١٤
١٩٨٨	٧٦١١	٧٥٤٨,٣٣	٧٦١٢,٨٠	٧٧١١,٠٠
١٩٨٩	٧٣٧٩	٧٥٢٣,٣٣	٧٦٩١,٤٠	٧٨٦٧,٨٦
١٩٩٠	٧٥٨٠	٧٧٣٠,٣٣	٧٩١٦,٢٠	٧٩١٥,٢٩
١٩٩١	٨٢٣٢	٨١٩٧,٠٠	٨٠٢٨,٢٠	٧٩٦٩,٠٠
١٩٩٢	٨٧٧٩	٨٣٩٤,٠٠	٨١٥٨,٦٠	٨٠٧٧,٢٩
١٩٩٣	٨١٧١	٨٣٢٧,٠٠	٨٣١٦,٤٠	٨٤٨١,٨٦
١٩٩٤	٨٠٣١	٨١٩٠,٣٣	٨٧١٢,٢٠	٨٦١٧,٨٦
١٩٩٥	٨٣٦٩	٨٨٧٠,٣٣	٨٦٦٢,٨٠	٨٦٩١,٤٣
١٩٩٦	١٠٢١١	٩٠٣٧,٣٣	٨٧٧٨,٠٠	-
١٩٩٧	٨٥٣٢	٩١٦٣,٣٣	-	-
١٩٩٨	٨٧٤٧	-	-	-

نلاحظ من هذا الجدول أن سلاسل المتوسطات المتحركة تقل عن سلسلة البيانات الأصلية بمقدار k-1 قيمة، حيث تمثل k طول فترة المتوسط المتحرك، لكن هذه السلاسل أقل تقلبا من السلسلة الأصلية. ويتوقف عدد قيم سلسلة المتوسط المتحرك على طول فترة المتوسط المتحرك. فكلما زادت فترة المتوسط المتحرك كلما قلت التقلبات في خط الاتجاه العام، إلا أن زيادة طول فترة المتوسط المتحرك يؤدي إلى ضياع عدد من قيم السلسلة الأصلية في بداية السلسلة وفي نهايتها مما يقلل من مصداقية هذه الطريقة.

اختيار طول فترة المتوسط المتحرك يعتمد عادة على التغيرات الموسمية في بيانات السلسلة الزمنية (٤ إذا كانت البيانات فصلية و١٢ إذا كانت شهرية). وهذا الاختيار يلغي أثر التغيرات الموسمية من بيانات السلسلة الزمنية.

ويمكن استخدام مقاييس دقة التنبؤ في اختيار طول فترة المتوسط المتحرك إذا كانت البيانات سنوية، فالعدد الذي يجعل أحد مقاييس دقة التنبؤ في حده الأدنى يكون هو طول فترة المتوسط المتحرك المناسبة لبيانات السلسلة المدروسة.

(٥,٣) مقاييس دقة التنبؤ Measuring Forecast Accuracy

في معظم حالات التنبؤ تعتبر الدقة هي المقياس الأساسي في اختيار طريقة التنبؤ المناسبة. ويقصد بالدقة مدى قدرة نموذج التنبؤ في إعادة إنتاج البيانات المتوفرة.

أغلب التنبؤات، مهما كانت طريقة التنبؤ، تميل إلى أن تكون إلى درجة ما، غير صحيحة (خاطئة)، لذلك لا بد من تقييم جودة التنبؤ بمقارنة القيم الحقيقية بالقيم المقدرة. هذه المقارنة تكشف لنا حجم الأخطاء في التنبؤ أو جودة التنبؤ.

تعتمد أغلب مقاييس دقة التنبؤ على الانحرافات بين القيم الفعلية للسلسلة والقيم المقدرة، ومن هذه المقاييس:

(٥,٣,١) متوسط الأخطاء أو الانحرافات Bias

يعرف مقياس متوسط الانحرافات بالعلاقة التالية:

$$bias = \frac{\sum_{t=1}^{n} e_t}{n} \quad (٥,٣)$$

حيث: $e_t = y_t - \hat{y}_t$ الخطأ أو انحراف القيمة المقدرة عن القيمة الحقيقية في الفترة t.

y_t القيمة الحقيقية أو الفعلية أو المشاهدة في الفترة t.

$\hat{y}_t$ القيمة المقدرة أو المتنبأ بها في الفترة t.

n طول السلسلة الزمنية أو عدد قيمها.

لكن هذا المقياس لا يمكن الاعتماد عليه، فقد يعطي قيما صغيرة إذا كانت الأخطاء الموجبة تساوي تقريبا إلى الأخطاء السالبة.

في الحقيقة، إن هذا المقياس لا يعطي سوى محصلة انحرافات القيم المقدرة عن القيم الحقيقية، هل هي موجبة أم سالبة دون أن يحدد مقدار هذه الانحرافات. لذلك نلجأ إلى مقياس آخر هو:

(٥,٣,٢) متوسط الانحرافات المطلقة Mean Absolute Deviation

يعطى هذا المقياس بالعلاقة التالية:

$$mad = \frac{\sum_{t=1}^{n} / e_t /}{n} \qquad (٥,٤)$$

يختلف هذا المقياس عن سابقه بأنه يجعل الانحرافات موجبة لأنه يأخذ القيمة المطلقة للأخطاء ثم يجمعها، وبذلك يشير إلى حجم الأخطاء.

(٥,٣,٣) متوسط مربع الانحرافات Mean Square Deviation

يعطى هذا المقياس بالعلاقة التالية:

$$msd = \frac{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}{n} \qquad (٥,٥)$$

يمتاز هذا المقياس عن سابقه بأنه يعطي أهمية أكثر للأخطاء الكبيرة لأنه يربع هذه الأخطاء. في بعض الحالات نعتمد على مجموع مربع الانحرافات فقط للمقارنة بين نموذجين للتنبؤ، حيث نختار النموذج ذو مجموع المربعات الأقل. كما يمكن أن نأخذ الجذر التربيعي لهذا المقياس فنحصل على مقياس آخر هو:

(٥,٣,٤) الجذر التربيعي لمتوسط مربع الانحرافات أو الخطأ المعياري للتقدير

Root Mean Square Deviation

يعطى هذا المقياس بالعلاقة التالية :

$$rmsd = \sqrt{msd} \qquad (٥,٦)$$

بشكل عام، المقاييس السابقة تعطي قيما مطلقة، لذلك لا يمكن مقارنة دقة التنبؤ بناء على هذه المقاييس إذا كانت لدينا سلاسل زمنية مختلفة، فحجم الأخطاء في سلسلة ذات أرقام صغيرة حتما سيكون أقل من حجم الأخطاء في سلسلة ذات أرقام أكبر. لذلك نلجأ إلى مقاييس دقة التنبؤ النسبية.

(٥,٣,٥) متوسط الانحرافات النسبي Mean Percentage Deviation

يعطى هذا المقياس بالعلاقة التالية :

$$mpd = \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{e_t}{y_t} \times 100}{n} \qquad (٥,٧)$$

(٥,٣,٦) متوسط الانحرافات المطلقة النسبي Mean Absolute Percentage Deviation

يعطى هذا المقياس بالعلاقة التالية :

$$mapd = \frac{\sum_{t=1}^{n} \left| e_t / y_t \right| \times 100}{n} \qquad (٥,٨)$$

مثال (٢): ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل الرقم القياسي لأسعار المواد الغذائية في إحدى الدول خلال السنوات الثمانية الماضية بالإضافة إلى الرقم القياسي المقدر.

والمطلوب: حساب مقاييس دقة التنبؤ السابقة.

الجدول رقم (٥,٣). الرقم القياسي الحقيقي والمقدر لأسعار المواد الغذائية في إحدى الدول.

السنة	الرقم القياسي الحقيقي	الرقم القياسي المقدر
١٩٩٣	١٣٨	١٥٠,٢٥
١٩٩٤	١٣٦	١٣٩,٥٠
١٩٩٥	١٥٢	١٥٧,٢٥
١٩٩٦	١٢٧	١٤٣,٥٠
١٩٩٧	١٥١	١٣٨,٠٠
١٩٩٨	١٣٠	١٢٧,٥٠
١٩٩٩	١١٩	١٣٨,٢٥
٢٠٠٠	١٥٩	١٤١,٥٠

المصدر: فرضي.

لحساب مقاييس دقة التنبؤ السابقة نعد الجدول المساعد التالي:

الجدول رقم (٥,٤). الجدول المساعد لحساب مقاييس دقة التنبؤ للمثال (٢).

السنة	y_t	$\hat{y}_t$	$y_t-\hat{y}_t$	$y_t-\hat{y}_t$	$(y_t-\hat{y}_t)^2$	$\frac{(y_t-\hat{y}_t)}{y_t}\times10$	$\left\|\frac{y_t-\hat{y}_t}{y_t}\right\|\times100$
١٩٩٣	١٣٨	١٥٠,٢٥	١٢,٢٥-	١٢,٢٥	١٥٠,٠٦	٨,٩-	٨,٩
١٩٩٤	١٣٦	١٣٩,٥٠	٣,٥٠-	٣,٥	١٢,٢٥	٢,٦-	٢,٦
١٩٩٥	١٥٢	١٥٧,٢٥	٥,٢٥-	٥,٢٥	٢٧,٥٦	٣,٥-	٣,٥
١٩٩٦	١٢٧	١٤٣,٥٠	١٦,٥٠-	١٦,٥٠	٢٧٢,٢٥	١٣,٠-	١٣,٠
١٩٩٧	١٥١	١٣٨,٠٠	١٣,٠٠	١٣,٠٠	١٦٩,٠٠	٨,٦	٨,٦
١٩٩٨	١٣٠	١٢٧,٥٠	٢,٥٠	٢,٥	٦,٢٥	١,٩	١,٩
١٩٩٩	١١٩	١٣٨,٢٥	١٩,٢٥-	١٩,٢٥	٣٧٠,٥٦	١٦,٢-	١٦,٢
٢٠٠٠	١٥٩	١٤١,٥٠	١١,٥٠	١١,٥٠	١٣٢,٢٥	٧,٥	٧,٥
المجموع	–	–	٢٩,٧٥-	٨٣,٧٥	١١٤٠,٢٠	٢٦,٠-	٦٢,١

من هذا الجدول يمكن أن نحسب مقاييس دقة التنبؤ على الشكل التالي :

$$bias = \frac{-29.75}{8} = -3.72$$

$$mad = \frac{83.75}{8} = 10.47$$

$$msd = \frac{1140.20}{8} = 142.52$$

$$rmsd = \sqrt{142.52} = 11.94$$

$$mpd = \frac{-26.0}{8} = -3.3\%$$

$$mapd = \frac{62.1}{8} = 7.8\%$$

إن المقاييس السابقة تعطي وزنا نوعيا متساويا لجميع الأخطاء ما عدا مقياس متوسط مربعات الأخطاء msd الذي يربع الأخطاء وبالتالي فهو يعطي وزنا أكبر للأخطاء الكبيرة. يوجد مقياس آخر يأخذ بعين الاعتبار الأخطاء الكبيرة هو مقياس ثيل Theil's U-statistic.

(٥,٣,٧) مقياس ثيل Theil's U-statistic

هذا المقياس يسمح بإجراء مقارنة نسبية بين نموذجين على الأقل، أحدهما بسيط والآخر أكثر تعقيدا. يعطى هذا المقياس بالعلاقة التالية[*] :

$$\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1}(f_{t+1} - a_{t+1})^2}{\sum_{t=1}^{n-1}(a_{t+1})^2}}$$

حيث : $f_{t+1} = \frac{\hat{y}_{t+1} - y_t}{y_t}$

و $a_{t+1} = \frac{y_{t+1} - y_t}{y_t}$.

[*] Forecasting، مرجع سابق، ص ٤٨.

وبالتعويض عن قيمة f_{t+1} و a_{t+1} نحصل على العلاقة التالية :

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{\hat{y}_{t+1} - y_{t+1}}{y_t}\right)^2}{\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{y_{t+1} - y_t}{y_t}\right)^2}} \qquad (٥,٩)$$

ويمكن أن نميز الحالات التالية :

- إذا كانت U=1 فهذا يعني أن الطريقة البسيطة تكفي ولا حاجة لاستخدام طريقة متقدمة.

- إذا كانت U<1 فهذا يعني أن الطريقة البسيطة لا تكفي ويجب استخدام طرائق متقدمة ، وكلما كانت القيمة أصغر كلما كان من الأفضل استخدام طرائق أكثر تقدما أو تعقيدا.

- إذا كانت U>1 فهذا يعني أن نتائج الطريقة البسيطة أفضل من الطريقة المتقدمة.

مثال (٣): أحسب مقياس ثيل للمثال السابق. ماذا تستنتج من هذا المقياس؟

الحل: بالعودة إلى المثال السابق يمكن إعداد الجدول التالي :

الجدول رقم (٥,٥). الجدول المساعد لحساب مقياس ثيل.

السنة	y_t	$\hat{y}_t$	$\left(\frac{\hat{y}_{t+1} - y_{t+1}}{y_t}\right)^2$	$\left(\frac{y_{t+1} - y_t}{y_t}\right)^2$
١٩٩٣	١٣٨	١٥٠,٢٥	٠,٠٠٠٦	٠,٠٠٠٢
١٩٩٤	١٣٦	١٣٩,٥٠	٠,٠٠١٥	٠,٠١٣٨
١٩٩٥	١٥٢	١٥٧,٢٥	٠,٠١١٨	٠,٠٢٧١
١٩٩٦	١٢٧	١٤٣,٥٠	٠,٠١٠٥	٠,٠٣٥٧
١٩٩٧	١٥١	١٣٨,٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٠١٩٣
١٩٩٨	١٣٠	١٢٧,٥٠	٠,٠٢١٩	٠,٠٠٧٢
١٩٩٩	١١٩	١٣٨,٢٥	٠,٠٠٩٣	٠,٠٨١٦
٢٠٠٠	١٥٩	١٤١,٥٠	–	–
المجموع	–	–	٠,٠٥٦٠	٠,١٨٤٩

من هذا الجدول يمكن حساب قيمة مقياس ثيل التي تساوي إلى :

$$U = \sqrt{\frac{0.0560}{0.1849}} = 0.55$$

هذه القيمة توحي بأن هناك طريقة أخرى للتنبؤ أفضل من الطريقة المستخدمة.

إن مقاييس دقة التنبؤ السابقة لا تستخدم كلها في كل طرائق التنبؤ وإنما يستخدم بعضها حسب طريقة التنبؤ المستخدمة.

بشكل عام، يستخدم مقياس الخطأ المعياري للتقدير في طرائق الانحدار، بينما يستخدم متوسط أو مجموع مربع الانحرافات في طرائق المتوسطات المتحركة وتحليل السلاسل الزمنية وفي نماذج بوكس- جنكنز لقياس دقة التنبؤ في تلك النماذج. في حين يستخدم في طرائق التمهيد الأسي مقياسين هما: متوسط الانحرافات ومتوسط الانحرافات المطلقة.

لندرس كيفية استخدام مقياس متوسط مربع الانحرافات في تحديد طول فترة المتوسط المتحرك البسيط من خلال المثال التالي:

مثال (٤): لنفرض أن الجدول التالي يمثل تقديرا لسلسلة واردات القطاع الخاص السعودي من المواد الغذائية خلال الفترة ١٩٦٦-١٩٩٥م باستخدام ثلاثة متوسطات متحركة هي: MA(3) وMA(5) وMA(7). استخدم مقياس مجموع مربع الانحرافات لتحديد أفضل فترة يمكن اعتبارها هي طول المتوسط المتحرك البسيط من بين الفترات الثلاث التي تم اختيارها بشكل كيفي في المثال (١).

الجدول رقم (٥,٦). السلسلة الأصلية والسلاسل المقدرة للمثال(١).

السنوات	y_t	$\hat{y}_3$	$\hat{y}_5$	$\hat{y}_7$
١٩٦٦	٥٥٨	٥١٦	٥١٥	٤٩٩
١٩٦٧	٥٥٦	٥٦٢	٥٣٧	٥٣٥
١٩٦٨	٥٧٣	٥٦٥	٥٧٢	٥٧٢
١٩٦٩	٥٦٥	٥٨٢	٦٠٢	٦٢٤
١٩٧٠	٦٠٨	٦٢٦	٦٥١	٧١٤
١٩٧١	٧٠٦	٧٠٦	٧٧٤	٩٧٥
١٩٧٢	٨٠٤	٨٩٩	١١٣٧	١٢٥٢
١٩٧٣	١١٨٧	١٤٥٧	١٥١٨	١٥٥٢
١٩٧٤	٢٣٨١	٢٠٢٦	١٩٠٩	٢٠٠٩
١٩٧٥	٢٥١٠	٢٥١٩	٢٥١١	٢٥٧٣
١٩٧٦	٢٦٦٥	٢٩٩٦	٣٢٠٤	٣٤٠٦
١٩٧٧	٣٨١٣	٣٧١٠	٤٠٥٥	٤٥٨٠
١٩٧٨	٤٦٥١	٥٠٣٣	٥٤٣٤	٥٧١٨
١٩٧٩	٦٦٣٦	٦٨٩٧	٦٩٧٠	٦٧١٧
١٩٨٠	٩٤٠٤	٨٧٩٥	٨١٠٨	٧٧٦١
١٩٨١	١٠٣٤٤	٩٧٥١	٩١٧٣	٨٦٠٤
١٩٨٢	٩٥٠٥	٩٩٤١	٩٧٨٩	٩٠٣٧
١٩٨٣	٩٩٧٤	٩٧٣٢	٩٤٤٤	٩٢٠٩
١٩٨٤	٩٧١٧	٩١٢٤	٨٩٤٣	٨٩٥٩
١٩٨٥	٧٦٨١	٨٤١٢	٨٥٧٣	٨٥٦٩
١٩٨٦	٧٨٣٩	٧٧٢٥	٨١٠١	٨٢٦٥
١٩٨٧	٧٦٥٥	٧٧٠٢	٧٦٣٣	٧٩٢٣
١٩٨٨	٧٦١١	٧٥٤٨	٧٦١٣	٧٧١١
١٩٨٩	٧٣٧٩	٧٥٢٣	٧٦٩١	٧٨٦٨
١٩٩٠	٧٥٨٠	٧٧٣٠	٧٩١٦	٧٩١٥

تابع الجدول رقم (٥,٦).

السنوات	y_t	$\hat{y}_3$	$\hat{y}_5$	$\hat{y}_7$
١٩٩١	٨٢٣٢	٨١٩٧	٨٠٢٨	٧٩٦٩
١٩٩٢	٨٧٧٩	٨٣٩٤	٨١٥٩	٨٠٧٧
١٩٩٣	٨١٧١	٨٣٢٧	٨٣١٦	٨٤٨٢
١٩٩٤	٨٠٣١	٨١٩٠	٨٧١٢	٨٦١٨
١٩٩٥	٨٣٦٩	٨٨٧٠	٨٦٦٣	٨٦٩١

الحل: لحساب مقياس مجموع مربع الانحرافات نعد الجدول التالي :

الجدول رقم (٥,٧). الجدول المساعد لحساب مجموع مربع الانحرافات للمثال (٤).

السنوات	y_t	$\hat{y}_3$	$(y_t - \hat{y}_3)^2$	$\hat{y}_5$	$(y_t - \hat{y}_5)^2$	$\hat{y}_7$	$(y_t - \hat{y}_7)^2$
١٩٦٦	٥٥٨	٥١٦	١٧٦٤	٥١٥	١٨٤٩	٤٩٩	٣٤٨١
١٩٦٧	٥٥٦	٥٦٢	٣٦	٥٣٧	٣٦١	٥٣٥	٤٤١
١٩٦٨	٥٧٣	٥٦٥	٦٤	٥٧٢	١	٥٧٢	١
١٩٦٩	٥٦٥	٥٨٢	٢٨٩	٦٠٢	١٣٦٩	٦٢٤	٣٤٨١
١٩٧٠	٦٠٨	٦٢٦	٦٧٢٤	٦٥١	١٨٤٩	٧١٤	١١٢٣٦
١٩٧١	٧٠٦	٧٠٦	٠	٧٧٤	٤٦٢٤	٩٧٥	٧٢٣٦١
١٩٧٢	٨٠٤	٨٩٩	٩٠٢٥	١١٣٧	١١٠٨٨٩	١٢٥٢	٢٠٠٧٠٤
١٩٧٣	١١٨٧	١٤٥٧	٧٢٩٠٠	١٥١٨	١٠٩٥٦١	١٥٥٢	١٣٣٢٢٥
١٩٧٤	٢٣٨١	٢٠٢٦	١٢٦٠٢٥	١٩٠٩	٢٢٢٧٨٤	٢٠٠٩	١٣٨٣٨٤
١٩٧٥	٢٥١٠	٢٥١٩	٨١	٢٥١١	١	٢٥٧٣	٣٩٦٩
١٩٧٦	٢٦٦٥	٢٩٩٦	١٠٩٥٦١	٣٢٠٤	٢٩٠٥٢١	٣٤٠٦	٥٤٩٠٨١
١٩٧٧	٣٨١٣	٣٧١٠	١٠٦٠٩	٤٠٥٥	٥٨٥٦٤	٤٥٨٠	٥٨٨٢٨٩
١٩٧٨	٤٦٥١	٥٠٣٣	١٤٥٩٢٤	٥٤٣٤	٦١٣٠٨٩	٥٧١٨	١١٣٨٤٨٩
١٩٧٩	٦٦٣٦	٦٨٩٧	٦٨١٢١	٦٩٨٠	١١١٥٥٦	٦٧١٧	٩٤٩٢٥٦١

تابع الجدول رقم (٥,٧).

السنوات	y_t	$\hat{y}_3$	$(y_t - \hat{y}_3)^2$	$\hat{y}_5$	$(y_t - \hat{y}_5)^2$	$\hat{y}_7$	$(y_t - \hat{y}_7)^2$
١٩٨٠	٩٤٠٤	٨٧٩٥	٣٧٠٨٨١	٨١٠٨	١٦٧٩٦١٦	٧٧٦١	٢٦٩٩٤٤٩
١٩٨١	١٠٣٤٤	٩٧٥١	٣٥١٦٤٩	٩١٧٣	١٣٧١٢٤١	٨٦٠٤	٣٠٢٧٦٠٠
١٩٨٢	٩٥٠٥	٩٩٤١	١٩٠٠٩٦	٩٧٨٩	٨٠٦٥٦	٩٠٣٧	٢١٩٠٢٤
١٩٨٣	٩٩٧٤	٩٧٣٢	٥٨٥٦٤	٩٤٤٤	٢٨٠٩٠٠	٩٢٠٩	٥٨٥٢٢٥
١٩٨٤	٩٧١٧	٩١٢٤	٣٥١٦٤٩	٨٩٤٣	٥٩٩٠٧٦	٨٩٥٩	٥٧٤٥٦٤
١٩٨٥	٧٦٨١	٨٤١٢	٥٣٤٣٦١	٨٥٧٣	٧٩٥٦٦٤	٨٥٦٩	٧٨٨٥٤٤
١٩٨٦	٧٨٣٩	٧٧٢٥	١٢٩٩٦	٨١٠١	٦٨٦٤٤	٨٢٦٥	١٨١٤٧٦
١٩٨٧	٧٦٥٥	٧٧٠٢	٢٢٠٩	٧٦٣٣	٤٨٤	٧٩٢٣	٧١٨٢٤
١٩٨٨	٧٦١١	٧٥٤٨	٣٩٦٩	٦٧١٣	٤	٧٧١١	١٠٠٠٠
١٩٨٩	٧٣٧٩	٧٥٢٣	٢٠٧٣٦	٧٦٩١	٩٧٣٤٤	٧٨٦٨	٢٣٩١٢١
١٩٩٠	٧٥٨٠	٧٧٣٠	٢٢٥٠٠	٧٩١٦	١١٢٨٩٦	٧٩١٥	١١٢٢٢٥
١٩٩١	٨٢٣٢	٨١٩٧	١٢٢٥	٨٠٢٨	٤١٦١٦	٧٩٦٩	٦٩١٦٩
١٩٩٢	٨٧٧٩	٨٣٩٤	١٤٨٢٢٥	٨١٥٩	٣٨٤٤٠٠	٨٠٧٧	٤٩٢٨٠٤
١٩٩٣	٨١٧١	٨٣٢٧	٢٤٣٣٦	٨٣١٦	٢١٠٢٥	٨٤٨٢	٩٦٧٢١
١٩٩٤	٨٠٣١	٨١٩٠	٢٥٢٨١	٨٧١٢	٤٦٣٧٦١	٨٦١٨	٣٤٤٥٦٩
١٩٩٥	٨٣٦٩	٨٨٧٠	٢٥١٠٠١	٨٦٦٣	٨٦٤٣٦	٨٦٩١	١٠٣٦٨٤
المجموع	–	–	٢٩٢٠٨٠١	–	٧٦١٠٧٨١	–	٢١٩٥١٧٠٢

من الجدول السابق نلاحظ أن مجموع مربع الانحرافات في حالة المتوسط المتحرك الذي طوله يساوي ثلاث سنوات هو أفضل من باقي المتوسطات الأخرى، لذلك يفضل اختيار هذه الفترة لتكون هي طول أو درجة المتوسط المتحرك البسيط لسلسلة المثال (١).

يعطي المتوسط المتحرك البسيط نفس الأهمية أو الوزن للقيم الداخلة في حسابه، وقد يكون من الأفضل في بعض السلاسل ترجيح قيم معينة على غيرها كترجيح البيانات الأحدث على البيانات الأقدم نظرا لما تلعبه هذه البيانات في عملية التنبؤ التي هي الهدف الأساسي من دراسة السلاسل الزمنية. فمثلا ربما تكون القيمة الأخيرة في السلسلة الزمنية هي أفضل مؤشر للمستقبل لذلك يجب أن تعطى أهمية كبيرة عند حساب المتوسط المتحرك، وخوفا من أثر التغيرات العشوائية التي يمكن أن تحدث فمن الأفضل إدخال القيم الثلاث الأخيرة بدرجة متناقصة من الأهمية. وهكذا فبدلا من إعطاء القيم الأربع الأخيرة في السلسلة نفس المرجح (٠,٢٥) يمكن أن ترجح هذه القيم بـ ٠,٤، ٠,٣، ٠,٢، ٠,١ (مجموع المرجحات يساوي الواحد)، هذا الترجيح يعطي ثالث أقدم قيمة نصف أهمية أحدث قيمة (٠,٤). طبعا يمكن اختيار مرجحات أخرى حسب السلسلة المدروسة.

إن إعطاء أية قيمة من قيم السلسلة الزمنية أهمية تفوق أهمية القيم الأخرى يعرف بالمرجحات أو التثقيلات التي نتج عنها فكرة المتوسطات المرجحة وهي:

(٤,٥) المتوسطات المتحركة الثنائية Centered Moving Averages

يعرف المتوسط المتحرك الثنائي بأنه متوسط متحرك بسيط طوله يساوي ٢ للمتوسط المتحرك البسيط الذي طوله يساوي k. مثلا، إذا كان لدينا متوسط متحرك بسيط طوله ٤، فإن القيمة الأولى لهذا المتوسط تساوي إلى:

$$ma_1(4) = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4}$$

والقيمة الثانية تساوي إلى:

$$ma_2(4) = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{4}$$

وبذلك يصبح المتوسط المتحرك الثنائي للقيمتين السابقتين على الشكل التالي:

$$ma(2\times4)=\frac{1}{2}(\frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{4}+\frac{y_2+y_3+y_4+y_5}{4})$$

وبإصلاح هذه العلاقة تصبح على النحو التالي :

$$ma(2\times4)=\frac{y_1+2y_2+2y_3+2y_4+y_5}{8}$$

نلاحظ من هذه العلاقة أن الحد الأول والحد الأخير مرجحان بـ $\frac{1}{8}=0.125$ بينما باقي الحدود مرجحة بـ $\frac{1}{4}=0.25$. أي أن المتوسط المتحرك الثنائي ما هو إلا متوسط متحرك مرجح طوله ٥.

بشكل عام، إن أي متوسط متحرك ثنائي من الشكل $ma(2\times k)$ يكافئ متوسط متحرك مرجح طوله k+1، ترجح أو تثقل كل المشاهدات الداخلة في حسابه بـ $\frac{1}{k}$ ماعدا المشاهدتين الأولى والأخيرة حيث ترجحان بـ $\frac{1}{2k}$. مثلا :

$$ma(2\times12)=\frac{1}{12}(0.5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,0.5$$

غالبا، يستخدم المتوسط المتحرك الثنائي من الشكل $ma(2\times4)$ مع البيانات الفصلية، بينما يستخدم المتوسط المتحرك الثنائي $ma(2\times12)$ مع البيانات الشهرية لإزالة أثر التغيرات الموسمية من البيانات، وسنبين كيفية استخدام هذا المتوسط في الفصلين القادمين.

(٥,٥) المتوسطات المتحركة المضاعفة Double Moving Averages

بتعميم حالة المتوسط المتحرك الثنائي على أي متوسط متحرك بسيط نحصل على متوسط متحرك مضاعف. مثلا، يمكن اعتبار أن $ma(3\times3)$ هو متوسط متحرك مضاعف للمتوسط المتحرك البسيط ma(3) وهكذا....

(٥,٦) المتوسطات المتحركة المرجحة Weighted Moving Averages

بشكل عام، يمكن تعريف المتوسط المتحرك المرجح الذي طوله يساوي k بالعلاقة التالية :

$$maw_t = \sum_{j=-m}^{m} a_j y_{t+j} \quad (٥,١٠)$$

حيث : $m = \frac{k-1}{2}$

و a_j مقدار الترجيحات أو التثقيلات.

بعد أن تعرفنا على أنواع المتوسطات المتحركة لندرس كيفية استخدامها في عملية التنبؤ الإداري.

(٥,٧) استخدام المتوسطات المتحركة في التنبؤ

تستخدم طريقة المتوسطات المتحركة في التنبؤ، خاصة إذا كانت البيانات المتوفرة عن الظاهرة المدروسة قليلة وغير كافية لاستخدام الطرائق الأخرى، حيث يؤخذ المتوسط المتحرك لأحدث القيم فقط في السلسلة المدروسة وتصبح العلاقة (٥,٢) على الشكل التالي :

$$\hat{y}_{t+1} = ma(k) = \frac{\sum_{t-n+1}^{n} y_t}{k} \quad (٥,١١)$$

ونعتبر أن قيمة المتوسط المتحرك تساوي القيمة المقدرة للسلسلة في الفترة $t+1$ ثم ندخل هذه القيمة في حساب القيمة المقدرة في الفترة t+2 وهكذا. وبشكل عام، تستخدم طرائق المتوسطات المتحركة في التنبؤ في المدى القصير.

مثال (٥): لنحسب القيمة المقدرة لواردات القطاع الخاص السعودي في المثال (١) خلال الفترة ١٩٦٣-١٩٩٨م باستخدام متوسط متحرك بسيط ثم مرجح طول فترته أربع سنوات.

أولا: باستخدام المتوسط المتحرك البسيط : نعتبر أن المتوسط الحسابي للقيم الأربع الأولى هو القيمة المقدرة أو المتنبأ بها للسنة الخامسة، أي :

$$\hat{y}_{1967} = ma_1(4) = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4} = \frac{355 + 451 + 435 + 558}{4} = 499.75$$

والمتوسط الحسابي للقيم الأربع التي تلي القيمة الأولى هي القيمة المقدرة للسنة السادسة :

$$\hat{y}_{1968} = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{4} = \frac{451 + 435 + 558 + 556}{4} = 500.00$$

ثانيا: باستخدام متوسط متحرك مرجح بالتثقيلات (الأوزان) ٠,٤ ، ٠,٣ ، ٠,٢ ، ٠,١ على الترتيب لأحدث أربع قيم في السلسلة الزمنية :

$$\hat{y}_{1967} = \frac{(355 \times 0.1) + (451 \times 0.2) + (435 \times 0.3) + (558 \times 0.4)}{1} = 479.40$$

ويشكل مشابه يمكن تقدير الورادات في بقية السنوات كما هو واضح من الجدول التالي :

الجدول رقم (٥,٨). السلسلة الأصلية والسلسلتين المقدرتين للمثال (١).

السنوات	القيم الفعلية	$ma_t(4)$	$maw_t(4)$	$(y_t - ma_t)^2$	$(y_t - maw_t)^2$
١٩٦٣	٣٥٥	–	–	–	–
١٩٦٤	٤٥١	–	–	–	–
١٩٦٥	٤٣٥	–	–	–	–
١٩٦٦	٥٥٨	–	–	–	–
١٩٦٧	٥٥٦	٤٤٩,٧٥	٤٧٩,٤٠	١١٢٨٩,٠٦	٥٨٦٧,٥٦
١٩٦٨	٥٧٣	٥٠٠,٠٠	٥٢١,٩٠	٥٣٢٩,٠٠	٢٦١١,٢١
١٩٦٩	٥٦٥	٥٣٠,٥٠	٥٥١,١٠	١١٩٠,٢٥	١٩٣,٢١
١٩٧٠	٦٠٨	٥٦٣,٠٠	٥٩٤,٩٠	٢٠٢٥,٠٠	١٨٥٧,٦١
١٩٧١	٧٠٦	٥٧٥,٥٠	٥٨٢,٩٠	١٧٠٣٠,٢٥	١٥١٥٣,٦١
١٩٧٢	٨٠٤	٦١٣,٠٠	٦٣٥,١٠	٣٦٤٨١,٠٠	٢٨٥٢٧,٢١
١٩٧٣	١١٨٧	٦٧٠,٧٥	٧١١,٥٠	٢٦٦٥١٤,٠٦	٢٢٦١٠٠,٢٥
١٩٧٤	٢٣٨١	٨٢٦,٢٥	٩١٨,٠٠	٢٤١٧٢٤٧,٥٦	٢١٤٠٣٦٩,٠٠
١٩٧٥	٢٥١٠	١٢٦٩,٥٠	١٥٣٩,٩٠	١٥٣٨٨٤٠,٢٥	٩٤١٠٩٤,٠١
١٩٧٦	٢٦٦٥	١٧٢٠,٥٠	٢٠٣٦,١٠	٨٩٢٠٨٠,٢٥	٣٩٥٥١٥,٢١

تابع الجدول رقم (٥,٨).

السنوات	القيم الفعلية	$ma_t(4)$	$maw_t(4)$	$(y_t - mq)^2$	$(y_t - maw_t)^2$
١٩٧٧	٣٨١٣	٢١٨٥,٧٥	٢٤١٣,٩٠	٢٦٤٧٩٤٢,٥٦	١٩٥٧٤٨٠,٨١
١٩٧٨	٤٦٥١	٢٨٤٢,٢٥	٣٠٦٤,٨٠	٣٢٧١٥٧٦,٥٦	٢٥١٦٠٣٠,٤٤
١٩٧٩	٦٦٣٦	٣٤٠٩,٧٥	٣٧٨٨,٣٠	١٠٤٠٨٦٨٩,٠٦	٨١٠٩٣٩٥,٢٩
١٩٨٠	٩٤٠٤	٤٤٤١,٢٥	٥٠٧٨,٨٠	٢٤٦٢٨٨٨٧,٥٦	١٨٧٠٧٣٥٥,٠٤
١٩٨١	١٠٣٤٤	٦١٢٦,٠٠	٧٠٦٣,٩٠	١٧٧٩١٥٢٤,٠٠	١٠٧٥٩٠٥٦,٠١
١٩٨٢	٩٥٠٥	٧٧٥٨,٧٥	٨٧٥١,١٠	٣٠٤٩٣٨٩,٠٦	٥٦٨٣٦٥,٢١
١٩٨٣	٩٩٧٤	٨٩٧٢,٢٥	٩٤٤٩,٦٠	١٠٠٣٥٠٣,٠٦	٢٧٤٩٩٥,٣٦
١٩٨٤	٩٧١٧	٩٨٠٦,٧٥	٩٨٥٠,٣٠	٨٠٥٥,٠٦	١٧٧٦٨,٨٩
١٩٨٥	٧٦٨١	٩٨٨٥,٠٠	٩٨١٤,٤٠	٤٨٥٧٦١٦,٠٠	٤٥٥١٣٩٥,٥٦
١٩٨٦	٧٨٣٩	٩٢١٩,٢٥	٨٩٣٢,٨٠	١٩٠٥٠٩٠,٠٦	١١٩٦٣٩٨,٤٤
١٩٨٧	٧٦٥٥	٨٨٠٢,٧٥	٨٣٨٠,٧٠	١٣١٧٣٣٠,٠٦	٥٢٦٦٤٠,٤٩
١٩٨٨	٧٦١١	٨٢٢٣,٠٠	٧٩٢١,٦٠	٣٧٤٥٤٤,٠٠	٩٦٤٧٢,٣٦
١٩٨٩	٧٣٧٩	٧٦٩٦,٥٠	٧٦٧٦,٨٠	١٠٠٨٠٦,٢٥	٨٨٦٨٤,٨٤
١٩٩٠	٧٥٨٠	٧٦٢١,٠٠	٧٥٤٩,٨٠	١٦٨١,٠٠	٩١٢,٠٤
١٩٩١	٨٢٣٢	٧٥٥٦,٢٥	٧٥٣٣,٤٠	٤٥٦٦٣٨,٠٦	٤٨٨٠٤١,٩٦
١٩٩٢	٨٧٧٩	٧٧٠٠,٥٠	٧٨٠٣,٧٠	١١٦٣١٦٢,٢٥	٩٥١٢١٠,٠٩
١٩٩٣	٨١٧١	٧٩٩٢,٥٠	٨٢٣٥,١٠	٣١٨٦٢,٢٥	٤١٠٨,٨١
١٩٩٤	٨٠٣١	٨١٩٠,٥٠	٨٣٠٦,٥٠	٢٥٤٤٠,٢٥	٧٥٩٠٠,٢٥
١٩٩٥	٨٣٦٩	٨٣٠٣,٢٥	٨٢٤٢,٧٠	٤٣٢٣,٠٦	١٥٩٥١,٦٩
١٩٩٦	١٠٢١١	٨٣٣٧,٥٠	٨٢٦٩,٠٠	٣٥١٠٠٠٢,٢٥	٣٧٧١٣٦٤,٠٠
١٩٩٧	٨٥٣٢	٨٦٩٥,٥٠	٩٠١٨,٤٠	٢٦٧٣٢,٢٥	٢٣٦٥٨٤,٩٦
١٩٩٨	٨٧٤٧	٨٧٨٥,٧٥	٨٩٥٣,٠٠	١٥٠١,٥٦	٤٢٤٣٦,٠٠
المجموع	–	–	–	٨١٧٧٤٣٢٢,٩٤	٥٨٧١٣٨٣٧,٤٢

نلاحظ من هذا الجدول أن مجموع مربع الانحرافات في حالة المتوسط المتحرك المرجح أقل بكثير من مجموع مربع الانحرافات في حالة المتوسط المتحرك البسيط ، لذلك يفضل غالبا استخدام المتوسطات المتحركة المرجحة في التنبؤ.

أما إذا كانت البيانات شهرية فإن طول فترة المتوسط المتحرك تساوي إلى ١٢ ، ويعتبر متوسط السنة الأخيرة هو القيمة المقدرة للشهر الأول من السنة التي تليها كما يظهر من المثال التالي :

مثال (٦): الجدول التالي يوضح الكمية المستهلكة من الكهرباء (ميغاواط) في المنطقة الوسطى خلال عام ١٩٩٩م، والمطلوب : تقدير استهلاك المنطقة الوسطى خلال الأشهر الثلاثة الأولى من عام ٢٠٠٠م باستخدام متوسط متحرك بسيط طوله ١٢ شهرا.

الجدول رقم (٥,٩). كمية الكهرباء المستهلكة (ميغاواط) في المنطقة الوسطى خلال عام ١٩٩٩م.

الشهر	١	٢	٣	٤	٥	٦
الكمية المستهلكة	٥٤٨٠	٦٣٧٩	٥٥٦٢	٥٩٥٠	٦٠٤٧	٥٥٠٧
الشهر	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
الكمية المستهلكة	٣٣١٦	٣٢٣٠	٣٢٧٤	٣٥٨٥	٣٣٩٨	٤٣٥٤

المصدر : وزارة الصناعة والكهرباء.

يمكن تقدير استهلاك المنطقة الوسطى من الكهرباء في الشهر الأول من عام ٢٠٠٠م من العلاقة التالية :

$$\hat{y}_{2000-1} = \frac{\sum_{t=1}^{12} y_t}{12} = \frac{5480 + 6379 + ... + 4354}{12} = 4673.5$$

وبحذف استهلاك الشهر الأول من عام ١٩٩٩م وإدخال القيمة المقدرة لاستهلاك الشهر الأول من عام ٢٠٠٠م بدلا عنه في العلاقة السابقة يتم حساب القيمة المقدرة لاستهلاك الشهر الثاني من عام ٢٠٠٠م على الشكل التالي :

$$\hat{y}_{2000-2} = \frac{\sum_{t=1}^{12} y_t}{12} = \frac{6379 + 5562 + ... + 4673.5}{12} = 4606.292$$

وبشكل مشابه يتم تقدير استهلاك الشهر الثالث من عام ٢٠٠٠م بالعلاقة التالية:

$$\hat{y}_{2000-3} = \frac{\sum_{t=1}^{12} y_t}{12} = \frac{5562 + 5950 + ... + 4606.292}{12} = 4458.566$$

أما إذا كانت البيانات فصلية عندها تكون طول فترة المتوسط المتحرك مساوية إلى ٤، ونعتبر أن متوسط السنة الأخيرة هو تقدير للفصل الأول من العام الذي يليه كما يوضحه المثال التالي.

مثال (٧): الجدول التالي يوضح عدد المرضى الذين راجعوا العيادات المتخصصة في مستشفى الملك خالد الجامعي خلال العام ٢٠٠٠م:

الجدول رقم (٥,١٠). عدد المرضى الذين راجعوا العيادات في مستشفى الملك خالد الجامعي خلال عام ٢٠٠٠م.

الفصل	الأول	الثاني	الثالث	الرابع
عدد المرضى	١٣٥٦	١٢٥١	١٤٠٨	١٤٧٩

المصدر: فرضي.

والمطلوب: تقدير عدد المرضى الذين يتوقع أن يراجعوا مستشفى الملك خالد الجامعي خلال الفصلين الأولين من عام ٢٠٠١م.

بشكل مشابه للمثال السابق يمكن أن نقدر عدد المرضى في الفصل الأول من عام ٢٠٠١م بالعلاقة التالية:

$$\hat{y}_{2001-1} = \frac{\sum_{t=1}^{4} y_t}{4} = \frac{1356 + 1251 + 1408 + 1479}{4} = 1374$$

وعدد المرضى المقدر في الفصل الثاني من عام ٢٠٠١م يساوي:

$$\hat{y}_{2001-2} = \frac{\sum_{t=1}^{4} y_t}{4} = \frac{1251 + 1408 + 1479 + 1374}{4} = 1379$$

أسئلة ومسائل غير محلولة

١- عرف المتوسط التحرك البسيط.

٢- ما الفرق بين المتوسط المتحرك البسيط والمتوسط الحسابي؟

٣- عرف مقاييس دقة التنبؤ.

٤- لماذا نستخدم مقاييس دقة التنبؤ؟

٥- عدد واشرح أهم مقاييس دقة التنبؤ.

٦- عرف مقياس ثيل وبين مجال استخدامه.

٧- اذكر مقياس دقة التنبؤ المستخدم مع النماذج التالية:

أ) نماذج الانحدار البسيط.

ب) نماذج الانحدار المتعدد.

جـ) نماذج المعادلات الآنية.

د) نماذج المتوسطات المتحركة.

هـ) نماذج تحليل السلاسل الزمنية.

و) نماذج التمهيد الأسي.

ز) نماذج بوكس جنكنز.

٨- ما الفرق بين متوسط الانحرافات ومتوسط الانحرافات المطلقة؟

٩- عرف المتوسط المتحرك الثنائي، ثم وضح الفرق بينه وبين المتوسط المتحرك البسيط.

١٠- عرف المتوسط المتحرك المضاعف، ثم وضح الفرق بينه وبين المتوسط المتحرك الثنائي.

١١- عرف المتوسط المتحرك المرجح.

١٢- لماذا نفضل غالبا، استخدام المتوسط المتحرك المرجح في التنبؤ؟

١٣- ليكن لدينا الجدول التالي والذي يمثل صادرات المملكة العربية السعودية من الزيت الخام والقيمة المقدرة لهذه الصادرات خلال الفترة: ١٩٦٣-١٩٩٩م:

الجدول رقم (٥,١١). الصادرات السعودية الفعلية والمقدرة من الزيت الخام (مليون طن) خلال الفترة: ١٩٦٣-١٩٩٩م.

السنوات	القيم الفعلية	القيمة المقدرة
١٩٦٣	٥٤٥	٥٧١
١٩٦٤	٥٨٧	٦٠١
١٩٦٥	٦٧٩	٦٣٣
١٩٦٦	٨٢٩	٦٨٧
١٩٦٧	٨٨٩	٧٨٢
١٩٦٨	٩٦٨	٨٧٧
١٩٦٩	١٠٢٠	٩٧٥
١٩٧٠	١١٧٤	١٠٦٣
١٩٧١	١٥٢٨	١١٨١
١٩٧٢	١٩٩٣	١٤٠١
١٩٧٣	٢٥٦٠	١٧٤٨
١٩٧٤	٢٨٩٢	٢٢٣٤
١٩٧٥	٢٤٠٩	٢٧٣٣
١٩٧٦	٢٩٤٠	٢٩٠٨
١٩٧٧	٣١٤٢	٣١٩٣
١٩٧٨	٢٨١٣	٣٤٤٨
١٩٧٩	٣٢١٨	٣٤٧١
١٩٨٠	٣٣٧٦	٣٥٨٦
١٩٨١	٣٢٩٢	٣٦٩٥
١٩٨٢	٢٠٥٨	٣٧٠٩
١٩٨٣	١٤٣١	٣٢٠١
١٩٨٤	١١٦٨	٢٤٩٨

تابع الجدول رقم (٥,١١).

السنوات	القيم الفعلية	القيمة المقدرة
١٩٨٥	٧٨١	١٨٠٧
١٩٨٦	١١٩٠	١١١٥
١٩٨٧	٩٧٣	٧٦٠
١٩٨٨	١٢٤٥	١١٦٥
١٩٨٩	١٢١٨	١٢١١
١٩٩٠	١٦٤٢	١٤٣٧
١٩٩١	٢٣٨٢	١٦٩١
١٩٩٢	٢٤٠٩	٢٢٤٣
١٩٩٣	٢٢٩٧	٢٠٤٣
١٩٩٤	٢٢٧٥	٢١٠٩
١٩٩٥	٢٢٩٦	٢٢٧٣
١٩٩٦	٢٢٣٦	٢١٥٨
١٩٩٧	٢٢٥٧	٢١٤٠
١٩٩٨	٢٣٣٢	٢١٦٩
١٩٩٩	٢٠٨٨	١٧٤٣

المصدر: مؤسسة النقد العربي السعودي، التقرير السنوي لعام ١٩٩٩م.

والمطلوب

أ) حساب مقاييس دقة التنبؤ التالية :

- متوسط الانحرافات.
- متوسط الانحرافات المطلقة.
- مجموع مربع الانحرافات.
- متوسط مربع الانحرافات.

• الخطأ المعياري للتقدير.
• متوسط الانحرافات النسبي.
• متوسط الانحرافات المطلقة النسبي.
• مقياس ثيل.

ب) ماذا تستنتج من قيمة مقياس ثيل؟

جـ) حساب المتوسطات المتحركة البسيطة للصادرات السعودية الفعلية إذا كان طول المتوسط المتحرك ٣، ٥، ٧ سنوات على التوالي.

د) التنبؤ بكمية الصادرات السعودية من الزيت الخام في عامي ٢٠٠٠م و٢٠٠١م باستخدام متوسط متحرك بسيط طوله ثلاث سنوات، ثم باستخدام متوسط متحرك مرجح بالقيم: ٠,٥، ٠,٣، ٠,٢ على الترتيب.

١٤- ليكن لدينا الجدول التالي والذي يمثل النقد المتداول خارج المصارف السعودية خلال الفترة ١٩٩٧-٢٠٠٠ م:

الجدول رقم (٥,١٢). يوضح النقد المتداول (مليون ريال) خارج المصارف السعودية خلال الفترة ١٩٩٧-٢٠٠٠م.

السنوات	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
١٩٩٧م	٥٢	٤٧	٤٤	٦٠
١٩٩٨م	٤٦	٤٥	٥٥	٥١
١٩٩٩م	٤٧	٤٤	٤٢	٥٥
٢٠٠٠م	٤٨	٤٨	٤٦	٥١

المصدر: مؤسسة النقد العربي السعودي، التقرير السنوي لعام ٢٠٠٠ م.

والمطلوب

أ) تقدير النقد المتداول خلال الفترة ١٩٩٧-٢٠٠٠م باستخدام متوسط متحرك بسيط طوله أربع فصول.

ب) تقدير النقد المتداول خلال الفترة ١٩٩٧-٢٠٠٠م باستخدام متوسط متحرك مرجح بالتقيلات: ٠,٤ ، ٠,٣ ، ٠,٢ ، ٠,١ على الترتيب.

جـ) تقدير النقد المتداول لفصول عام ٢٠٠١م باستخدام متوسط متحرك بسيط طوله أربع فصول.

د) تقدير النقد المتداول لفصول عام ٢٠٠١م باستخدام متوسط متحرك مرجح بالتقيلات: ٠,٤ ، ٠,٣ ، ٠,٢ ، ٠,١ على الترتيب.

١٥- ليكن لدينا الجدول التالي والذي يمثل عدد مرضى السكر الذين راجعوا مستشفى الملك عبد العزيز الجامعي خلال أشهر العام الماضي:

الجدول رقم (٥,١٣). عدد مرضى السكر الشهري الذين راجعوا مستشفى الملك عبد العزيز الجامعي خلال عام ٢٠٠٠م.

الشهر	١	٢	٣	٤	٥	٦
عدد المرضى	٨٤٨	١٠٠٢	٨١٦	٦١٨	٦٨٢	٧٧٢
الشهر	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
عدد المرضى	٧٨٠	١١٣٠	٤٦١	٤١٢	٥٦٠	٥٥٩

المصدر: مستشفى الملك عبد العزيز الجامعي.

والمطلوب

أ) ما طول المتوسط المتحرك البسيط الذي يفضل استخدامه مع البيانات الشهرية.

ب) استخدام المتوسط المتحرك البسيط الذي حددته في الطلب السابق لتقدير عدد مرضى السكر المتوقع مراجعتهم للمستشفى خلال أشهر عام ٢٠٠١م.

جـ) قدر عدد مرضى السكر المتوقع مراجعتهم للمستشفى خلال أشهر عام ٢٠٠١م باستخدام متوسط متحرك مرجح بالتثقيلات المناسبة.

الفصل السادس

استخدام طرائق تحليل السلاسل الزمنية في التنبؤ الإداري

(٦,١) مقدمــة

يعتبر تحليل السلاسل الزمنية Times series من أهم أساليب التنبؤ الإداري حول مستقبل ظاهرة ما بناء على مسارها في الماضي دون ارتكاب أخطاء فادحة.

من المؤكد أن تحليل السلاسل الزمنية لا يؤدي إلى تنبؤ تام، ولكنه [illegible]م الأسس التي من خلالها نستطيع تكوين صورة عن تطور تلك الظاهرة في المستقبل، وبالتالي تخفيض الشك أو عدم اليقين.

هناك تعاريف كثيرة للسلسلة الزمنية وجميعها تلتقي حول تغير الظاهرة عبر الزمن. ومن أبسط هذه التعاريف: أن السلسلة الزمنية هي مجموعة من المشاهدات المأخوذة عن متغير واحد أو أكثر مرتبة وفقا لزمن حدوثها في فترات زمنية متتابعة ومتساوية.

وتعتبر السلاسل الزمنية الخاصة بالمؤشرات الاقتصادية مثل الدخل القومي والعمالة والبطالة والأرقام القياسية للإنتاج الصناعي من السلاسل الزمنية الهامة. ومن الأمثلة الأخرى على السلاسل الزمنية: المبيعات السنوية للشركات التجارية والصناعية خلال فترة زمنية معينة وصافي دخل هذه الشركات.

وتحليل السلاسل الزمنية لا يقتصر على المجالات الاقتصادية فقط، بل يمتد أيضا ليشمل مجالات أخرى مثل: تطور عدد السكان في بلد ما خلال فترة زمنية محددة،

وعدد السياح في منطقة جغرافية خلال أشهر معينة من السنة، وكمية الأمطار في منطقة معينة، وأعداد الطلاب في الجامعات... إلخ.

تنقسم السلاسل الزمنية من حيث دورية المشاهدات الإحصائية إلى:

- سلاسل زمنية عقدية تحدث كل عشر سنوات مثل التعدادات السكانية.
- سلاسل زمنية سنوية مثل المؤشرات الاقتصادية المختلفة (الدخل القومي، العمالة، البطالة، الصادرات، الواردات ... إلخ).
- سلاسل زمنية فصلية أو ربع سنوية مثل استهلاك الكهرباء والمحروقات ومبيعات بعض أنواع الأغذية... إلخ.
- سلاسل زمنية شهرية مثل حركة السياح ومبيعات السيارات وغيرها.
- سلاسل زمنية أسبوعية مثل إحصاءات مكتب العمل.
- سلاسل زمنية يومية كحركة الأسهم ومؤشرات الأسواق المالية.
- سلاسل زمنية ساعية مثل قياس درجات الحرارة.

يعتبر الزمن عند تحليل السلاسل الزمنية t محصلة للقوى المؤثرة في الظاهرة المدروسة، أي أنه يمثل المتغير المستقل، بينما يمثل قيم الظاهرة المدروسة المتغير التابع ونرمز له بـ Y. ويمكن تمثيل السلسلة الزمنية بيانيا بوضع الزمن على المحور الأفقي وقيم الظاهرة المدروسة على المحور الرأسي.

يعتمد تحليل السلاسل الزمنية على معرفة القوى المؤثرة فيها، فالسلاسل الزمنية تخضع لمتغيرات دورية وشبه منتظمة تعكس تأثير عوامل مختلفة كالأعياد والمناسبات والعادات والتقاليد... إلخ. وقد تخفي هذه التغيرات التطور الأساسي للظاهرة المدروسة، ولإزالة أثر هذه التغيرات لا بد من تحليل السلسلة الزمنية إلى مكوناتها الأساسية.

(٦,٢) مكونات السلسلة الزمنية

تتكون السلسلة الزمنية عادة من أربعة عناصر أو قوى مؤثرة هي: الاتجاه العام، التغيرات الدورية، التغيرات الموسمية، والتغيرات غير المنتظمة أو العشوائية.

ويمكن تحليل السلسلة المشاهدة ككل، أو تحليل جزء من مكوناتها. لكن قبل تحليل السلسلة من المفضل توضيح هذه المكونات:

أ) **الاتجاه العام Trend**: إن الاتجاه العام للسلسلة الزمنية هو عبارة عن تغيرات أساسية طويلة الأمد لا يظهر أثرها إلا بعد مرور فترة طويلة من الزمن، وبالتالي تأخذ شكلها بصورة تدريجية، ويكون تطورها بطيئا وصغيرا ما بين سنة وأخرى. وإن أهم ما يميزها أنها تستمر في اتجاه واحد صعودا أو هبوطا مدة طويلة من الزمن، وإذا حدث وغيرت اتجاهها فإنها تثابر على هذا الاتجاه الجديد فترة أخرى طويلة من الزمن.

وعلى الرغم من عدم معرفة فترة الاتجاه العام الفعلية، فإن هذه الفترة في السلاسل الزمنية الاقتصادية والتجارية تكون كبيرة بدرجة تكفي لاحتواء دورتين اقتصاديتين على الأقل حتى يمكن الحصول على معلومات كافية. ويتم تمثيل الاتجاه العام بيانيا، عادة، بخط مستقيم أو منحنى ممهد.

ب) **التغيرات الدورية Cyclical variations**: هي تقلبات تتكرر على نفس الوتيرة وتستعيد سيرتها كل عدة سنوات. وتختلف هذه التقلبات من دورة إلى أخرى سواء من حيث طول الفترة الزمنية للدورة، أو من حيث اتساع التقلبات. وتظهر هذه التقلبات أعلى أو أسفل خط الاتجاه العام. وهي ناتجة عن الدورات الاقتصادية التي تمتد عادة لسنتين أو أكثر.

تتضح هذه التغيرات في السلاسل الزمنية التي تغطي عدة سنوات، ويمكن تعريف الدورة بأنها ذبذبة طويلة المدى أو تقلبات للبيانات حول خط الاتجاه العام تشمل على الأقل فترة تعادل ثلاثة مواسم كاملة.

وترجع التغيرات الدورية إلى عوامل كثيرة، منها التغير في عرض السلع والخدمات وفي الطلب عليها والسياسات الحكومية والعلاقات الدولية... إلخ.

وتمر الدورة الاقتصادية عادة، بأربعة مراحل هي: مرحلة النمو أو الازدهار، تتلوها مرحلة الانكماش، ثم مرحلة الركود، وأخيرا مرحلة الكساد أو الأزمة. ويقاس طول الدورة بالفترة التي تفصل بين مرحلتي ازدهار متتاليتين أو بين مرحلتي ركود متتاليتين.

غالبا، يعتبر قياس أو توقع هذه الدورات صعبا، ويتطلب تحليل سلسلة طويلة نسبيا من البيانات.

جـ) التغيرات الموسمية Seasonal Variations: هي تقلبات تحدث للظاهرة في مواعيد وأزمنة محددة تتكرر في نفس المواعيد على مدار الفترة الزمنية، وتكون مدة الدورة أقل من سنة ولها أمثلة كثيرة منها: استهلاك الكهرباء والمياه والغاز والمحروقات، مبيعات بعض الأغذية والملابس في المناسبات والأعياد... إلخ. وتعد التغيرات الموسمية الفصلية من أكثر هذه التغيرات تعرضا للدراسة.

ويمكن للتغيرات الموسمية أن تكون يومية أو أسبوعية أو شهرية أو فصلية، أو أية فترة زمنية مدتها أقل من سنة.

وترجع التغيرات الموسمية إلى عدد من العوامل منها الطبيعي كالتغير في الجو ومنها ما يرتبط بالسلوك الإنساني كالعادات والتقاليد والأعياد والمواسم... إلخ.

وتعتبر التغيرات الجوية من أهم العوامل التي تؤدي إلى حدوث تغيرات موسمية في الإنتاج الزراعي وفي أعمال البناء وفي حركة النشاط السياحي وفي الطلب على الألبسة الثقيلة في فصل الشتاء في البلاد الباردة وعلى المشروبات الغازية في فصل الصيف. وتجدر الإشارة إلى أن الطلب على المواد الموسمية يتقدم أو يتأخر عن الموسم نفسه فالطلب على ألبسة أو هدايا العيد يسبق العيد عادة.

د) التغيرات العرضية والعشوائية Irregular Variations: هي تقلبات لا تتبع نموذجا محددا في تغيراتها وليس لها شكل محدد أو مسببات واضحة، وتشير إلى تحركات السلسلة الزمنية للأعلى أو الأسفل بعد استبعاد أثر التغيرات السابقة، لذلك تسمى بالتغيرات الباقية Residual Variations.

ترجع التغيرات العشوائية إلى عوامل لا يمكن التحكم فيها، مثل الكوارث الطبيعية كالزلازل والبراكين والفيضانات والأحداث السياسية والحروب.

وتتميز التغيرات العشوائية بعدم إمكانية التنبؤ بها، بسبب عدم انتظامها وطبيعتها العرضية غير المتوقعة وقصر الفترة الزمنية التي تحدث فيها.

(٦,٣) تجزئة السلسلة الزمنية

تهدف عملية تجزئة السلسلة أو تفكيكها إلى قياس أثر كل عامل من العوامل المؤثرة في السلسلة.

يعرف نموذج السلسة الزمنية Time Series Model بأنه تحديد لعلاقة السلسلة بمكوناتها الرئيسية.

ويستخدم عادة كل من نموذج حاصل الجمع ونموذج حاصل الضرب كتقريب للعلاقة الحقيقية بين عناصر ومكونات السلسلة التي تظهرها البيانات.

ويعتبر نموذج حاصل الضرب Multiplicative Model من النماذج الواسعة الانتشار. فإذا فرضنا أن:

y_t = القيمة الأصلية للسلسلة.

t_t = قيمة الاتجاه العام.

s_t = قيمة التغيرات الموسمية.

c_t = قيمة التغيرات الدورية.

i_t = قيمة التغيرات العرضية والعشوائية.

فإن نموذج حاصل الضرب يعطى بالعلاقة:

$$y_t = t_t \times s_t \times c_t \times i_t \qquad (٦,١)$$

يستخدم هذا النموذج عندما يكون مدى التغيرات متغير من سنة إلى أخرى.

أما نموذج حاصل الجمع Additive Model فيعطى بالعلاقة:

$$y_t = t_t + s_t + c_t + i_t \qquad (٦,٢)$$

يستخدم هذا النموذج عندما يكون مدى التغيرات الموسمية ثابت من سنة إلى أخرى ومستقل عن قيم الاتجاه العام. وفي هذه الحالة فإن التشتت حول الاتجاه العام يكون ثابتا تقريبا. ويؤخذ الانحراف المعياري السنوي كمقياس للتشتت حول الاتجاه العام الذي يعطى بالعلاقة:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}{n}}$$

حيث تمثل n عدد المشاهدات في السنة، فهي ٤ في السلسلة الفصلية و١٢ في السلسلة الشهرية.

و y_t القيم الفعلية.

و $\bar{y}$ الوسط الحسابي للقيم الفعلية في السنة.

فلو كان لدينا سلسلة زمنية شهرية مؤلفة من أربع سنوات، فسوف يكون لدينا أربعة أوساط حسابية وأربعة انحرافات معيارية. فإذا كان التشتت ثابتا تقريبا مهما تكن قيمة الوسط الحسابي السنوي، فإننا نستنتج أن القيمة الفعلية للسلسلة الزمنية هي نموذج الجمع. أما في حالة الشك فنلجأ إلى حساب معادلة انحدار σ على t :

$$\sigma = b_0 + b_1 t$$

ودراسة ميل المستقيم (قيمة b_1):

فإذا كانت قيمة $b_1 < 0.05$ فإننا نختار نموذج الجمع

وإذا كانت قيمة $b_1 > 0.10$ فإننا نختار نموذج الضرب

أما إذا كانت قيمة $0.05 < b_1 < 0.10$ فإننا نأخذ النموذجين ونختار من بينهما النموذج ذا التشتت الأقل*.

في نموذج الجمع يتم التعبير عن كل عنصر من عناصر العلاقة (٦,٢) كقيمة عددية وليس كنسبة مئوية.

ولتوضيح الفرق بين النموذجين باستخدام المتغيرات الموسمية لنأخذ المثال التالي:

مثال (١): لنفرض أن مبيعات إحدى الشركات في شهر نيسان (إبريل) من عام ١٩٩٩م كانت مليون ريال سعودي، وأن مبيعات هذه الشركة في الشهر الذي يليه من

---

* الإحصاء الاقتصادي، د. أحمد رفيق قاسم ود. عمر حلاق، ص ٣٩.

نفس العام وهو شهر أيار (مايو) كانت ٧٥٠ ألف ريال سعودي. لنفرض أيضا أن مبيعات هذه الشركة في شهر نيسان من عام ٢٠٠٠ م كانت ١٢٠٠ ألف ريال سعودي، أي بزيادة ٢٠٠ ألف ريال أو ٢٠٪ عن مبيعات نفس الشهر من العام السابق. فما هي المبيعات المتوقعة في شهر أيار من عام ٢٠٠٠م؟

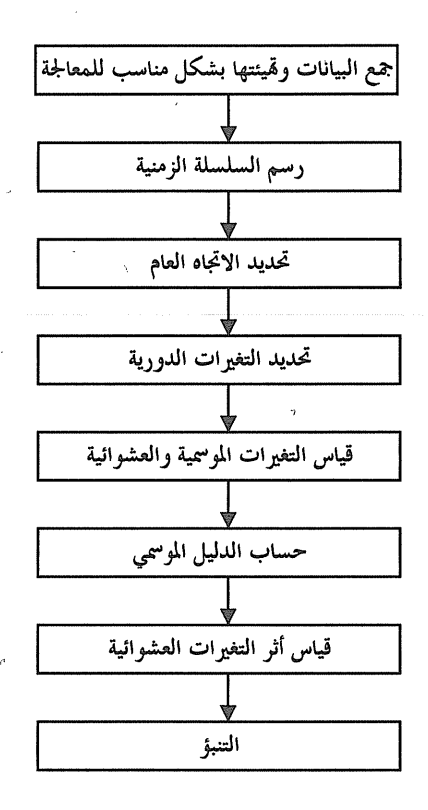
الحالة الأولى: إذا استخدمنا نموذج الجمع فإننا سنضيف ٢٠٠ ألف ريال إلى مبيعات شهر أيار من عام ١٩٩٩م لنحصل على تقدير لمبيعات شهر أيار من عام ٢٠٠٠ م، أي ٧٥٠ + ٢٠٠ = ٩٥٠ ألف ريال.

الحالة الثانية: إذا استخدمنا نموذج الضرب فيجب ضرب مبيعات شهر أيار من عام ١٩٩٩م بـ ١,٢ لأن المبيعات زادت بمقدار ٢٠٪ (٢٠٪ + ١٠٠٪) لنحصل على تقدير لمبيعات شهر أيار من عام ٢٠٠٠م، أي ٧٥٠×١,٢ = ٩٠٠ ألف ريال.

من هذا المثال نلاحظ أن التغير النسبي في المبيعات يعتبر أكثر واقعية من التغير المطلق، لذلك يفضل استخدام نموذج الضرب في تحليل السلاسل الزمنية.

عند تجزئة السلسلة الزمنية إلى مكوناتها الرئيسة نفترض أن هذه المكونات مستقلة عن بعضها البعض. وقد لا يكون هذا الافتراض صحيحا في بعض الأحيان، فالتغير العرضي الناشئ عن الحروب أو الكوارث الطبيعية قد يؤثر بدرجة كبيرة على بعض أو كل عناصر السلسلة الزمنية. كما أن حدوث تغير موسمي غير عادي قد يؤدي إلى التأثير في التغيرات الدورية. وبالمثل قد تؤدي التغيرات الدورية إلى التأثير في الاتجاه العام. وعلى الرغم من هذه الاعتراضات فإن افتراض استقلالية مكونات السلسلة الزمنية عن بعضها البعض يعتبر مفيدا من الناحية التطبيقية لأنه يمدنا بتقريب مبدئي يمكن استخدامه في أغراض التنبؤ.

وباعتماد نموذج الضرب في تحليل السلسلة الزمنية المدروسة، وبفرض أن مكونات السلسلة مستقلة عن بعضها البعض فإننا نلجأ إلى مجموعة من الخطوات لتجزئة السلسلة وتقدير كل مكون من مكوناتها يمكن أن نوضحها بالشكل التالي:

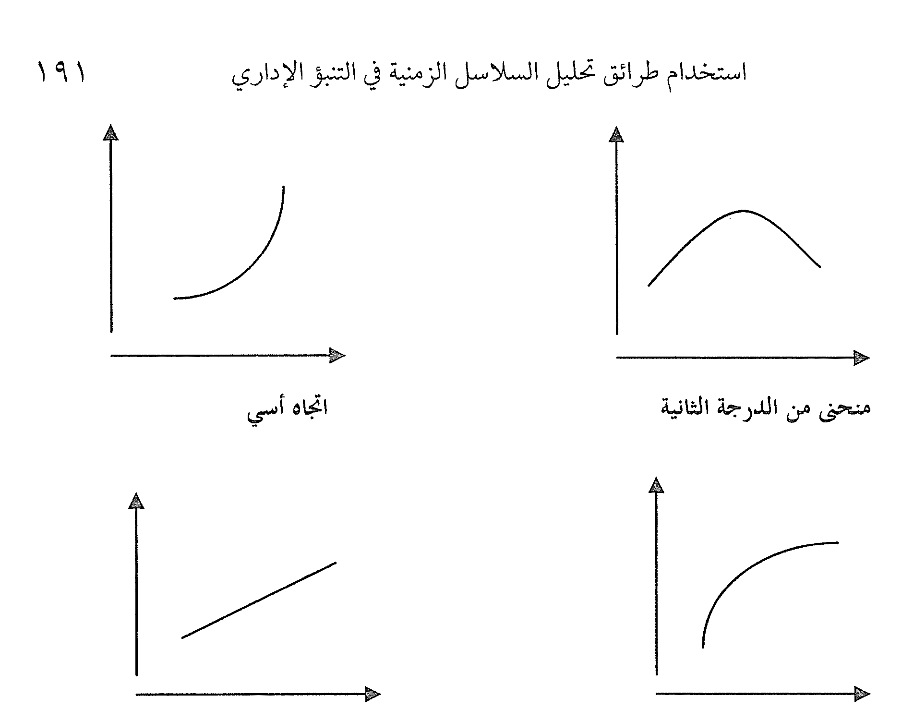


الشكل رقم (٦,١). خطوات تحليل السلسلة الزمنية.

لندرس هذه الخطوات بالتفصيل.

(٦,٤) تحليل الاتجاه العام

يعتبر الاتجاه العام من أكثر مكونات السلسلة الزمنية استخداما في التنبؤ. ويعتمد تحليل الاتجاه العام على إيجاد خط مستقيم أو منحنى يصف حركة السلسلة الزمنية في فترة زمنية طويلة نسبيا. الشكل رقم (٦,٢) يوضح الاتجاهات المألوفة أو المتكررة:



الشكل رقم (٦,٢). الأشكال المألوفة للاتجاه العام.

سنهتم في هذا المقرر بالاتجاه العام الخطي لأنه الأكثر استخداما في مجال التنبؤ الإداري. وسنوضحه من خلال مثال تطبيقي.

إن الخط المستقيم يصف اتجاها عاما يتغير بمعدل ثابت، فالسلسلة التي تتزايد بمعدل ثابت مع الزمن يمكن تمثيلها بخط مستقيم ميله موجب، أما السلسلة التي تتناقص بمعدل ثابت مع الزمن فيمكن تمثيلها بخط مستقيم ميله سالب.

(٦,٤,١) جمع البيانات وتبويبها

يتم جمع البيانات الإحصائية بطرائق مختلفة حسب الهدف من الدراسة وأسلوب التحليل المتبع. ثم يجري تبويب هذه البيانات لتصبح قابلة للدراسة. ويمكن اعتبار البيانات المنشورة في أغلب النشرات الإحصائية الصادرة عن الوزارات أو المؤسسات الحكومية والخاصة والدولية سلاسل زمنية، مثلا يمكن اعتبار الجدول رقم

(٦,١)، الذي يمثل الرقم القياسي لتكاليف الدعاية الطبية في المملكة العربية السعودية خلال الفترة من ١٩٧٠-١٩٩٧م، سلسلة زمنية.

(٦,٤,٢) التمثيل البياني للسلسلة الزمنية

تعتبر هذه الخطوة مهمة جدا في تحليل السلاسل الزمنية لأن الرسم البياني للسلسلة يعطي فكرة سريعة وأولية عن طبيعة الاتجاه العام ومدى ارتباطه بالزمن وعن وجود التغيرات الموسمية والدورية والعرضية.

مثال (٢): ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل الرقم القياسي لتكاليف الدعاية الطبية في المملكة العربية السعودية خلال الفترة من ١٩٧٠-١٩٩٧م:

الجدول رقم (٦,١). الرقم القياسي لتكاليف الدعاية الطبية في المملكة العربية السعودية من عام ١٩٧٠م حتى عام ١٩٩٧م (سنة الأساس هي عام ١٩٨٨م).

السنة	الرقم القياسي للدعاية الطبية	السنة	الرقم القياسي للدعاية الطبية
١٩٧٠	٣٣	١٩٨٤	٩٨
١٩٧١	٣١	١٩٨٥	٩٨
١٩٧٢	٣٢	١٩٨٦	٩٦
١٩٧٣	٣٤	١٩٨٧	٩٧
١٩٧٤	٣٦	١٩٨٨	١٠٠
١٩٧٥	٤٦	١٩٨٩	١٠٣
١٩٧٦	٤٢	١٩٩٠	١٠١
١٩٧٧	٤٢	١٩٩١	١٠١
١٩٧٨	٦١	١٩٩٢	١٠٣
١٩٧٩	٧٩	١٩٩٣	١٠٣
١٩٨٠	٧٩	١٩٩٤	١٠٢
١٩٨١	٨٠	١٩٩٥	١٠٣
١٩٨٢	٩١	١٩٩٦	١٠٢
١٩٨٣	٩٨	١٩٩٧	١٠٣

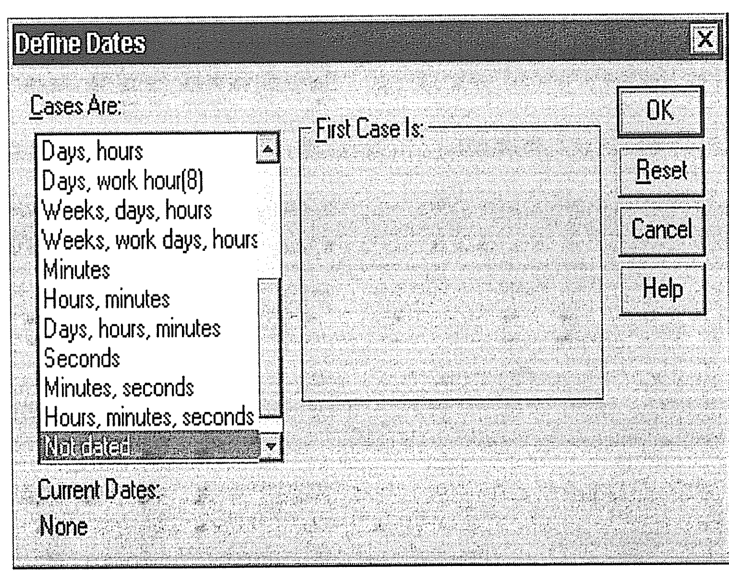
المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة، وزارة التخطيط، ١٩٩٨م.

والمطلوب: تمثيل بيانات هذا الجدول.

لرسم بيانات الجدول السابق، سنمثل الزمن على المحور الأفقي والرقم القياسي على المحور الرأسي. ثم نرسم نقاط الانتشار ونصل فيما بينها فنحصل على المنحنى البياني الممثل لهذه السلسلة. ويمكن استخدام برنامج SPSS في رسم منحنى السلسلة باتباع الخطوات التالية:

١- نعرف متغيرا يمثل قيم السلسلة الزمنية ثم ندخِل قيم السلسلة الزمنية في عمود المتغير.

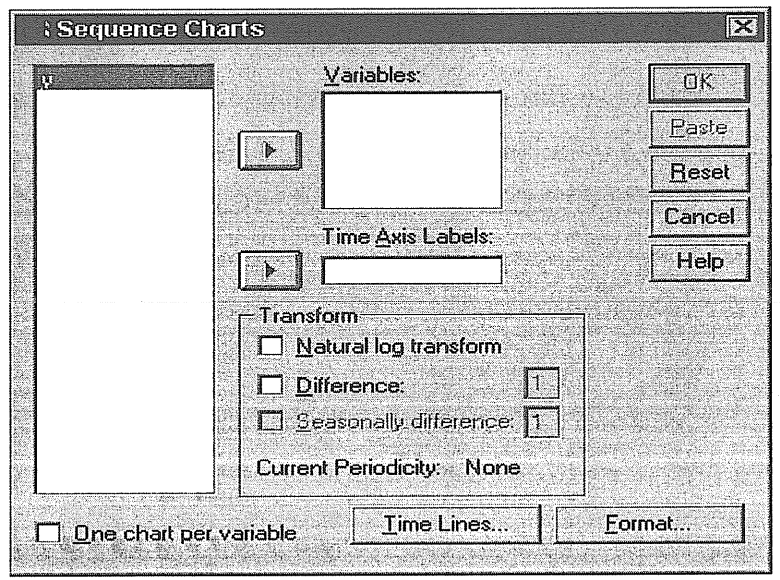
٢- نفتح قائمة بيانات Data ونختار منها تعريف تاريخ Define date، فتظهر نافذة الحوار التالية:



الشكل رقم (٦,٣). نافذة الحوار الخاصة بتحديد التاريخ المناسب للسلسلة الزمنية.

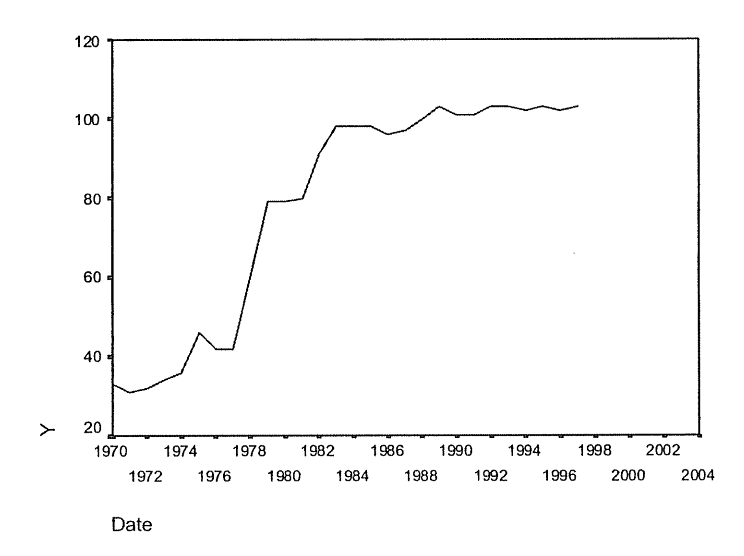
٣- نختار من هذه النافذة سنوات Years، ثم نكتب في نافذة السنوات ١٩٧٠م، ثم ok فتظهر السنوات إلى جانب قيم السلسلة.

٤- نفتح قائمة الرسم Graphs ثم نختار منها متتابعة أو متوالية Sequence فتظهر نافذة الحوار التالية:



الشكل رقم (٦,٤). نافذة الحوار الخاصة برسم منحنى بياني.

٥- ننقل المتغير y من القائمة اليسرى إلى القائمة اليمنى تحت متغيرات Variables ، ثم نضغط على مفتاح الإدخال فنحصل على الشكل التالي :



الشكل رقم (٦,٥). المنحنى البياني للرقم القياسي للدعاية الطبية.

نلاحظ من الشكل أعلاه أن الرقم القياسي للدعاية الطبية قد تزايد خلال الفترة المدروسة. وهذا لا يعني أنه قد ازداد في كل سنة وإنما يعني أن هناك اتجاه عام متزايد، حيث هناك سنوات يزداد فيها زيادة كبيرة وسنوات أخرى يتناقص وهكذا.

(٦,٤,٣) تحديد خط الاتجاه العام

يتم تحديد خط الاتجاه العام بإحدى الطرائق التالية :

أ) **طريقة الرسم اليدوي**: تتلخص هذه الطريقة برسم خط يمر من (أو بالقرب من) معظم نقاط شكل الانتشار.

إن هذه الطريقة بسيطة وسهلة ولكنها غير دقيقة وتختلف من شخص إلى أخر ولا يمكن تطبيقها إلا إذا كان الهدف هو الحصول على قيم تقريبية. أما إذا كان الهدف هو الحصول على معلومات دقيقة فيفضل استخدام إحدى الطرائق الأخرى.

ب) **طريقة المتوسطات المتحركة Moving Averages**: لقد استخدمنا في الفصل السابق المتوسطات المتحركة في التنبؤ بقيم السلسلة الزمنية اعتمادا على البيانات المتوفرة عن الظاهرة المدروسة. وسنقوم في هذا الفصل باستخدام المتوسطات المتحركة في تمهيد السلسلة الزمنية لتقدير الاتجاه العام.

الفكرة الأساسية من المتوسطات المتحركة هي أن المشاهدات المتجاورة في الزمن تكون قريبة من بعضها البعض، وبالتالي فإن حساب المتوسط المتحرك للنقاط المتجاورة يمكن اعتباره مقدرا جيدا للاتجاه العام والتغيرات الدورية لأن المتوسط المتحرك يلغي أثر التغيرات الموسمية والعشوائية من البيانات ويبقي على التغيرات الدورية والاتجاه العام.

لنأخذ المثال السابق المتعلق بالرقم القياسي للدعاية الطبية في المملكة العربية السعودية ولنحسب المتوسط المتحرك لفترة ثلاث سنوات ثم لخمس سنوات ثم لسبع سنوات. الجدول التالي يوضح عملية حساب هذه المتوسطات :

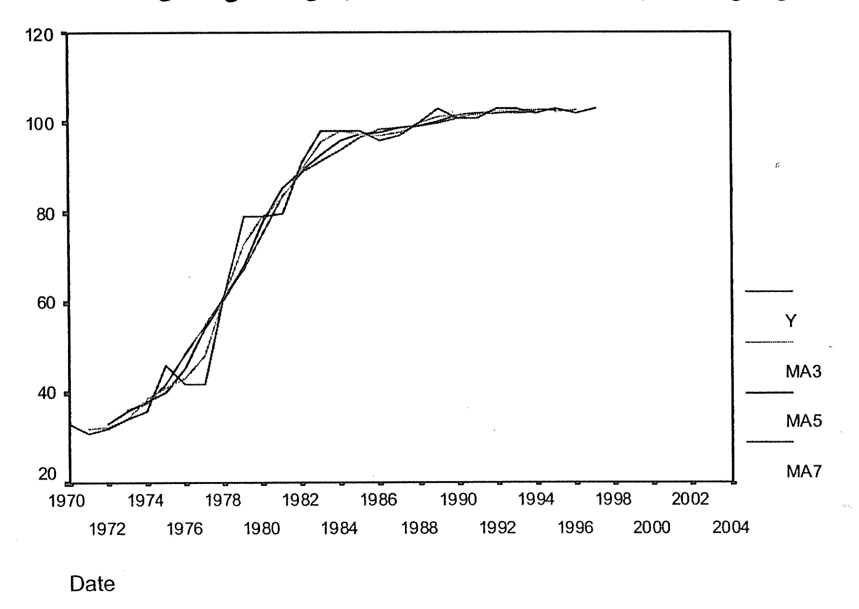
الجدول رقم (٦,٢). حساب المتوسطات المتحركة للسلسلة الزمنية المتعلقة بالرقم القياسي للدعاية الطبية.

السنوات	القيم الفعلية	المتوسطات المتحركة		
		٣ سنوات	٥ سنوات	٧ سنوات
١٩٧٠	٣٣	–	–	–
١٩٧١	٣١	٣٢,٠	–	–
١٩٧٢	٣٢	٣٢,٣	٣٢,٢	–
١٩٧٣	٣٤	٣٤,٠	٣٥,٨	٣٦,٣
١٩٧٤	٣٦	٣٨,٧	٣٨,٠	٣٧,٦
١٩٧٥	٤٦	٤١,٣	٤٠,٠	٤١,٩
١٩٧٦	٤٢	٤٣,٣	٤٥,٤	٤٨,٦
١٩٧٧	٤٢	٤٨,٣	٥٤,٠	٥٥,٠
١٩٧٨	٦١	٦٠,٧	٦٠,٦	٦١,٣
١٩٧٩	٧٩	٧٣,٠	٦٨,٢	٦٧,٧
١٩٨٠	٧٩	٧٩,٣	٧٨,٠	٧٥,٧
١٩٨١	٨٠	٨٣,٣	٨٥,٤	٨٣,٧
١٩٨٢	٩١	٨٩,٧	٨٩,٢	٨٩,٠
١٩٨٣	٩٨	٩٥,٧	٩٣,٠	٩١,٤
١٩٨٤	٩٨	٩٨,٠	٩٦,٢	٩٤,٠
١٩٨٥	٩٨	٩٧,٣	٩٧,٤	٩٦,٩
١٩٨٦	٩٦	٩٧,٠	٩٧,٨	٩٨,٦
١٩٨٧	٩٧	٩٧,٧	٩٨,٨	٩٩,٠
١٩٨٨	١٠٠	١٠٠,٠	٩٩,٤	٩٩,٤
١٩٨٩	١٠٢	١٠١,٣	١٠٠,٤	١٠٠,١
١٩٩٠	١٠١	١٠١,٧	١٠١,٦	١٠١,١
١٩٩١	١٠١	١٠١,٧	١٠٢,٢	١٠١,٩

تابع الجدول رقم (٦,٢)..

السنوات	القيم الفعلية	المتوسطات المتحركة		
		٣ سنوات	٥ سنوات	٧ سنوات
١٩٩٢	١٠٣	١٠٢,٣	١٠٢,٠	١٠٢,٣
١٩٩٣	١٠٣	١٠٢,٧	١٠٢,٤	١٠٢,١
١٩٩٤	١٠٢	١٠٢,٧	١٠٢,٦	١٠٢,٤
١٩٩٥	١٠٣	١٠٢,٣	١٠٢,٦	–
١٩٩٦	١٠٢	١٠٢,٧	–	–
١٩٩٧	١٠٣	–	–	–

نلاحظ من هذا الجدول أن سلاسل المتوسطات المتحركة تقل عن سلسلة البيانات الأصلية بمقدار k-1 قيمة ، حيث تمثل k طول فترة المتوسط المتحرك ، لكن هذه السلاسل أقل تقلبا من السلسلة الأصلية كما يظهر من الشكل التالى :



الشكل رقم (٦,٦). المنحنى البياني لسلاسل الجدول رقم (٦,٣).

جـ) **طريقة المتوسطات النصفية**: في هذه الطريقة يتم تقسيم السلسلة الزمنية إلى قسمين متساويين أو شبه متساويين حسبما تكون السلسلة زوجية أو فردية، ثم يحسب المتوسط الحسابي لكل قسم ويوضع في منتصف المسافة التي حسب من أجلها، ثم يتم رسم المتوسطين بيانيا والخط الواصل بينهما يعتبر الاتجاه العام للسلسلة الزمنية المدروسة.

إن طرائق المتوسطات بشكل عام هي طرائق تقريبية، لذلك يفضل استخدام الطريقة الرياضية في إيجاد الاتجاه العام إذا كانت بيانات السلسلة المدروسة تسمح بتطبيق هذه الطريقة.

د) **الطريقة الرياضية**: لا يمكن تحديد معادلة الاتجاه العام، ما لم نختر فترة زمنية محددة نعتبرها بدء الزمن، قد تكون في بداية السلسلة أو في أية نقطة داخل السلسلة أو خارجها، تدعى فترة الأساس وتلحق بمعادلة الاتجاه العام.

إذا اعتبرنا أن العلاقة بين الزمن t والاتجاه العام T هي علاقة خطية فيمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى المستخدمة في الانحدار الخطي لتقدير معادلة انحدار الاتجاه العام الخطي على الزمن. لكن توجد فروق كثيرة بين مفهوم المربعات الصغرى في تحليل الانحدار ومفهومها في السلاسل الزمنية. ففي تحليل الانحدار تمثل النقاط التي تقع على خط الانحدار المتوسطات الشرطية للمتغير التابع Y بافتراض قيمة معينة للمتغير المستقل X. كذلك فإن انحرافات القيم المشاهدة للمتغير Y عن المتوسطات الشرطية الموجودة على خط الانحدار تمثل تغيرات عشوائية. وفي تحليل السلاسل الزمنية، إذا تكونت السلسلة الزمنية من بيانات سنوية فإن انحرافات قيم السلسلة عن خط الاتجاه العام لا تمثل التغيرات العشوائية فقط بل تمثل التغيرات الدورية أيضا*.

لنفرض أن العلاقة بين الاتجاه العام الخطي والزمن هي من الشكل:

$$y_t = b_0 + b_1 t \qquad (٦,٣)$$

حيث y_t تمثل الاتجاه العام و $t = 1,2,....,n$ تمثل الزمن و b_0 و b_1 معالم معادلة الانحدار.

---

* الإحصاء في الإدارة، مرجع سابق، ص ٨٨٢.

لتقدير معالم معادلة الانحدار نلجأ إلى استخدام طريقة المربعات الصغرى (انظر الفقرة (٢,٥).

ووفق هذه الطريقة يمكن حساب معالم معادلة الانحدار بعدة صيغ منها:

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{t} \tag{٦,٤}$$

حيث:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t}{n} \tag{٦,٥}$$

و

$$\bar{t} = \frac{\sum_{t=1}^{n} t_t}{n} \tag{٦,٦}$$

و t_t تمثل الزمن و y_t تمثل قيم السلسلة المشاهدة.

كما يتم حساب b بعدة صيغ منها: $b_1 = \dfrac{\sum_{t=1}^{n} t_t y_t - \bar{y}\sum_{t=1}^{n} t_t}{\sum_{t=1}^{n} t_t^2 - \bar{t}\sum_{t=1}^{n} t_t}$.

وضمن مفهوم ضرورة اختيار فترة أساس في أية نقطة من الزمن، يمكننا أن نختار النقطة التي تسهل العمليات الحسابية. نفترض في هذه الطريقة أن مركز الإحداثيات بالنسبة للزمن t هو $\bar{t}$ وبذلك تصبح المعادلتان الطبيعيتان هما:

$$\sum_{t=1}^{n} y_t = nb_0 + b_1\sum_{t=1}^{n}(t_t - \bar{t}) \tag{٦,٧}$$

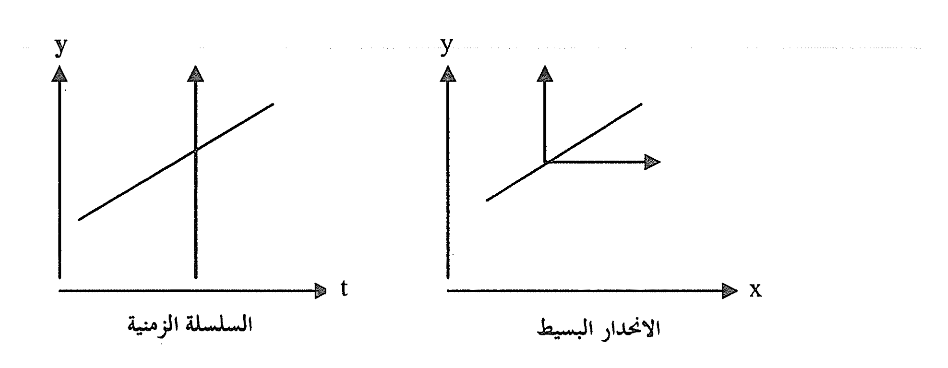
$$\sum_{t=1}^{n} y_t(t_t - \bar{t}) = b_0\sum_{t=1}^{n}(t_t - \bar{t}) + b_1\sum_{t=1}^{n}(t_t - \bar{t})^2 \tag{٦,٨}$$

وبما أن $\sum(t_t - \bar{t}) = 0$ لذلك تؤول المعادلتين السابقتين إلى:

$$\sum_{t=1}^{n} y_t = nb_0 \Rightarrow b_0 = \bar{y} \tag{٦,٩}$$

$$\sum y_t(t_t - \bar{t}) = b_1\sum(t_t - \bar{t})^2 \Rightarrow b_1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t(t_t - \bar{t})}{\sum_{t=1}^{n}(t_t - \bar{t})^2} \tag{٦,١٠}$$

تجدر الإشارة إلى أن هذه الطريقة في حل المعادلات الطبيعية في حالة السلاسل الزمنية تقتضي نقل المحور الأفقي فقط إلى نقطة الوسط الحسابي للمتغير المستقل، بينما في حالة الانحدار الخطي البسيط يتم نقل المحورين الأفقي والرأسي إلى النقطة التي تمثل الوسطين الحسابين للمتغيرين، التابع والمستقل كما يظهر من الشكل التالي :



الشكل رقم (٦,٧). الفرق بين الانحدار البسيط والسلسلة الزمنية في نقل المحاور.

لنطبق هذه الطريقة على بيانات المثال (٢) ولنعد الجدول المساعد التالي :

الجدول رقم (٦,٣). الجدول المساعد لحساب الاتجاه العام للرقم القياسي للدعاية الطبية في السعودية.

السنوات	t_t	y_t	$t_t - \bar{t}$	$y_t t_t$	$y_t(t_t - \bar{t})$	$(t_t - \bar{t})^2$	t_t^2	الاتجاه العام $\hat{y}_t = 3273+3.15\times t_t = T_t$	النسب الدورية $\frac{y_t}{\hat{y}_t} x100$
١٩٧٠	١	٣٣	١٣,٥-	٣٣	٤٤٥,٥-	١٨٢,٢٥	١	٣٥,٨٨	٩١,٩٧
١٩٧١	٢	٣١	١٢,٥-	٦٢	٣٨٧,٥-	١٥٦,٢٥	٤	٣٩,٠٣	٧٩,٤٣
١٩٧٢	٣	٣٢	١١,٥-	٩٦	٣٨٦,٠-	١٣٢,٢٥	٩	٤٢,١٨	٧٥,٨٧
١٩٧٣	٤	٣٤	١٠,٥-	١٣٦	٣٥٧,٠-	١١٠,٢٥	١٦	٤٥,٣٣	٧٥,٠١
١٩٧٤	٥	٣٦	٩,٥-	١٨٠	٣٤٢,٠-	٩٠,٢٥	٢٥	٤٨,٤٨	٧٤,٢٦
١٩٧٥	٦	٤٦	٨,٥-	٢٧٦	٣٩١,٠-	٧٢,٢٥	٣٦	٥١,٦٣	٨٩,١٠

تابع الجدول رقم (٦,٣).

السنوات	t_t	y_t	$t_t-\bar{t}$	$y_t t_t$	$y_t(t_t-\bar{t})$	$(t_t-\bar{t})^2$	t_t^2	الاتجاه العام $\hat{y}_t=3273+3.15\times t_t=T_t$	النسب الدورية $\frac{y_t}{\hat{y}_t}x100$
١٩٧٦	٧	٤٢	٧,٥-	٢٩٤	٣١٥,٠-	٥٦,٢٥	٤٩	٥٤,٧٨	٧٦,٦٧
١٩٧٧	٨	٤٢	٦,٥-	٣٣٦	٢٧٣,٠-	٤٢,٢٥	٦٤	٥٧,٩٣	٧٢,٥٠
١٩٧٨	٩	٦١	٥,٥-	٥٤٩	٣٣٥,٥-	٣٠,٢٥	٨١	٦١,٠٨	٩٩,٨٧
١٩٧٩	١٠	٧٩	٤,٥-	٧٩٠	٣٥٥,٥-	٢٠,٢٥	١٠٠	٦٤,٢٣	١٢٣,٠٠
١٩٨٠	١١	٧٩	٣,٥-	٨٦٩	٢٧٦,٥-	١٢,٢٥	١٢١	٦٧,٣٨	١١٧,٢٥
١٩٨١	١٢	٨٠	٢,٥-	٩٦٠	٢٠٠,٠-	٦,٢٥	١٤٤	٧٠,٥٣	١١٣,٤٣
١٩٨٢	١٣	٩١	١,٥-	١١٨٣	١٣٦,٥-	٢,٢٥	١٦٩	٧٣,٦٨	١٢٣,٥١
١٩٨٣	١٤	٩٨	٠,٥-	١٣٧٢	٤٩,٠-	٠,٢٥	١٩٦	٧٦,٨٣	١٢٧,٥٥
١٩٨٤	١٥	٩٨	٠,٥	١٤٧٠	٤٩,٠	٠,٢٥	٢٢٥	٧٩,٩٨	١٢٢,٥٣
١٩٨٥	١٦	٩٨	١,٥	١٥٦٨	١٤٧,٠	٢,٢٥	٢٥٦	٨٣,١٣	١١٧,٨٩
١٩٨٦	١٧	٩٦	٢,٥	١٦٣٢	٢٤٠,٠	٦,٢٥	٢٨٩	٨٦,٢٨	١١١,٢٧
١٩٨٧	١٨	٩٧	٣,٥	١٧٤٦	٣٣٩,٥	١٢,٢٥	٣٢٤	٨٩,٤٣	١٠٨,٤٦
١٩٨٨	١٩	١٠٠	٤,٥	١٩٠٠	٤٥٠,٠	٢٠,٢٥	٣٦١	٩٢,٥٨	١٠٨,٠١
١٩٨٩	٢٠	١٠٣	٥,٥	٢٠٦٠	٥٦٦,٥	٣٠,٢٥	٤٠٠	٩٥,٧٣	١٠٧,٥٩
١٩٩٠	٢١	١٠١	٦,٥	٢١٢١	٦٥٦,٥	٤٢,٢٥	٤٤١	٩٨,٨٨	١٠٢,١٤
١٩٩١	٢٢	١٠١	٧,٥	٢٢٢٢	٧٥٧,٥	٥٦,٢٥	٤٨٤	١٠٢,٠٣	٩٨,٩٩
١٩٩٢	٢٣	١٠٣	٨,٥	٢٣٦٩	٨٧٥,٥	٧٢,٢٥	٥٢٩	١٠٥,١٨	٩٧,٩٣
١٩٩٣	٢٤	١٠٣	٩,٥	٢٤٧٢	٩٧٨,٥	٩٠,٢٥	٥٧٦	١٠٨,٣٣	٩٥,٠٨
١٩٩٤	٢٥	١٠٢	١٠,٥	٢٥٥٠	١٠٧١,٠	١١٠,٢٥	٦٢٥	١١١,٤٨	٩١,٥٠
١٩٩٥	٢٦	١٠٣	١١,٥	٢٦٧٨	١١٨٤,٥	١٣٢,٢٥	٦٧٦	١١٤,٦٣	٨٩,٨٥
١٩٩٦	٢٧	١٠٢	١٢,٥	٢٧٥٤	١٢٧٥,٠	١٥٦,٢٥	٧٢٩	١١٧,٧٨	٨٦,٦٠
١٩٩٧	٢٨	١٠٣	١٣,٥	٢٨٨٤	١٣٩٠,٥	١٨٢,٢٥	٧٨٤	١٢٠,٩٣	٨٥,١٧
المجموع	٤٠٦	٢١٩٤	٠,٠	٣٧٥٦٢	٥٧٤٩,٠	١٨٢٧,٠	٧٧١٤	–	–

ويمكن حساب معالم نموذج الانحدار وفق الصيغتين السابقتين:

أولا: بالصيغة المباشرة

$$\bar{y} = \frac{\sum y_t}{n} = \frac{2194}{28} = 78.36$$

$$\bar{t} = \frac{\sum t_t}{n} = \frac{406}{28} = 14.5$$

$$b_1 = \frac{\sum t_t y_t - \bar{y}\sum t_t}{\sum t_t^2 - \bar{t}\sum t_t} = \frac{37562 - 78.36(406)}{7714 - 14.5(406)} = 3.15$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{t} = 78.36 - 3.15\,(14.5) = 32.68$$

وبذلك تصبح معادلة الاتجاه العام أو الانحدار أو التنبؤ: $y_t = 32.68 + 3.15 t_t$ حيث إن سنة الأساس هي ١٩٧٠م.

ثانيا: بالصيغة المختصرة

$$b_0 = \bar{y} = 78.36$$

$$b_1 = \frac{\sum y_t (t_t - \bar{t})}{\sum (t_t - \bar{t})^2} = \frac{5749}{1827} = 3.15$$

وبذلك نحصل على معادلة الاتجاه العام: $\hat{y}_t = 78.36 + 3.15 t_t$ باعتبار سنة الأساس هي عام ١٩٨٤م. أما إذا اعتبرنا سنة الأساس هي ١٩٧٠م، عندها يجب إعادة محور الزمن إلى نقطة الصفر على الشكل التالي:

$$\hat{y}_t = 78.36 + 3.15(t_t - \bar{t})$$
$$\hat{y}_t = 78.36 + 3.15 t_t - 3.15\,(14.5)$$
$$\hat{y}_t = 78.36 + 3.15 t_t - 45.68$$
$$\hat{y}_t = 32.68 + 3.15 t_t$$

وباستخدام برنامج SPSS وطريقة الانحدار الخطي البسيط باعتبار أن المتغير المستقل هو الزمن t، وبتحويل السنوات المتتالية إلى سلسلة أو متوالية عددية حدها الأول ١ وحدها الأخير ٢٨ ($t = 1,2,\ldots,28$) نحصل على النتائج التالية:

Variables Entered/Removed[b]

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	T[a]	.	Enter

a. All requested variables entered.

b. Dependent Variable: Y

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.910[a]	.829	.822	11.9938

a. Predictors: (Constant), T

ANOVA[b]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	18090.313	1	18090.313	125.758	.000[a]
	Residual	3740.116	26	143.851		
	Total	21830.429	27			

a. Predictors: (Constant), T

b. Dependent Variable: Y

Coefficientsa[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	32.730	4.657		7.027	.000
	T	3.147	.281	.910	11.214	.000

a. Dependent Variable: Y

أي أن معادلة الاتجاه العام هي :

$$\hat{y}_t = 32.73 + 3.15t_t$$

وهي نفس المعادلة التي حصلنا عليها بالطريقة اليدوية مع ملاحظة تقريب الأرقام.

(٦,٥) تحديد التغيرات الدورية

إذا كانت بيانات السلسلة الزمنية سنوية فإن تأثير التغيرات الموسمية لا يظهر في السلسلة، بينما يظهر تأثير كل من الاتجاه العام والتغيرات الدورية والعشوائية. وبذلك يصبح نموذج الضرب:

$$y_t = T_t \times c_t \times i_t$$

وبتقسيم طرفي هذه المعادلة على T_t نحصل على:

$$\frac{y_t}{T_t} = c_t \times i_t$$

وكما هو واضح من هذه المعادلة أنها تضم فقط التغيرات الدورية والعشوائية .عادة يتم ضرب المعادلة السابقة بـ ١٠٠ ليتم التعبير عن القيم الفعلية كنسبة مئوية من قيمة الاتجاه العام المناظرة، أي:

$$\text{النسب الدورية} = \frac{y_t}{T_t} \times 100 = (c_t \times i_t) \times 100 \qquad (٦,١١)$$

وبتطبيق هذه المعادلة على المثال السابق وباعتبار أن $T_t = \hat{y}_t$ نحصل على النسب الدورية وهي قيم العمود الأخير من الجدول رقم (٦,٣).

وبما أن التغيرات العشوائية تتميز بعدم انتظامها وقصر فترتها الزمنية لذلك يمكن تجاهلها واعتبار المقدار $c_t \times i_t$ يمثل التغيرات الدورية للسلاسل الزمنية السنوية.

إذا لم توجد تغيرات دورية فإن قيم العمود الأخير ينبغي أن تساوي ١٠٠، وإلا فإن التغيرات الدورية أثرت في قيم السلسلة الزمنية وجعلتها تنحرف عن المائة بالزيادة أو بالنقصان.

(٦,٦) قياس أثر التغيرات الموسمية

يستخدم تحليل الاتجاه العام في اتخاذ القرارات والتخطيط طويل الأجل (خمس سنوات أو أكثر). بينما تدرس التغيرات الدورية عند التخطيط للأجل المتوسط (من سنة

إلى خمس سنوات). أما في التخطيط قصير الأجل (أقل من سنة) فإن التغيرات الموسمية خلال السنة تلعب دورا كبيرا وتعتبر أساسية وهامة ويجب قياس أثرها.

يمكن قياس أثر التغيرات الموسمية في أية سلسلة زمنية عندما تتضمن بيانات السلسلة دورة مدتها أقل من سنة، وعليه فقد نستعملها لقياس أثر دورة موسمية شهرية أو فصلية أو أسبوعية في الشهر الواحد أو دورة يومية في الأسبوع أو حتى دورة ساعية في اليوم.

ولحساب التغيرات الموسمية يجب حساب الأدلة الموسمية. فإذا كانت البيانات شهرية، يكون لدينا ١٢ دليلا موسميا. وإذا كانت البيانات فصلية أو ربع سنوية، يكون لدينا أربعة أدلة موسمية. ومتوسط الأدلة الموسمية للسنة يجب أن يساوي ١٠٠. فإذا كان الدليل الموسمي للفصل الأول يساوي ٩٥ فإن ذلك يعني أن الفصل الأول أقل في المتوسط بمقدار ٥٪ عن متوسط السنة. وإذا كان الدليل الموسمي للفصل الثاني يساوي ١١٠ فإن ذلك يعني أن الفصل الثاني أكبر في المتوسط بمقدار ١٠٪ عن متوسط السنة.

تستخدم الأدلة الموسمية لقياس أثر التغيرات الموسمية، أو بعبارة أخرى لتخليص بيانات السلسلة الزمنية من أثر هذه التغيرات.

هناك عدة طرق لحساب الأدلة الموسمية، منها طريقة المتوسط الحسابي للبيانات في كل فصل، وطريقة المتوسط الحسابي المعدل الذي يحسب للقيم الباقية في كل فصل بعد حذف أعلى وأقل قيمة. وإذا كانت البيانات مبعثرة بشكل كبير فيمكن حذف أقل قيمتين أو أعلى قيمتين. ويستخدم المتوسط الحسابي المعدل عادة لإزالة أثر التأثيرات غير العادية.

لكن الطريقة الأكثر استخداما في قياس أثر التغيرات الموسمية هي طريقة النسبة إلى المتوسط المتحرك Ratio-to Moving Average Method.

ولحساب التغيرات الموسمية يجب تخليص البيانات الفعلية من أثر التغيرات غير الموسمية (الاتجاه العام والتغيرات الدورية والتغيرات العشوائية).

عمليا لا يمكن استبعاد تأثير التغيرات غير الموسمية، لكن تستخدم بعض الطرق التقريبية لجعل تأثير هذه التغيرات في حدها الأدنى.

وتتلخص إحدى الطرق العملية في إيجاد سلسلة من المتوسطات المتحركة تحتوي على الاتجاه العام والتغيرات الدورية فقط. وبقسمة البيانات الأصلية على المتوسطات المتحركة، نحصل على سلسلة من البيانات تحتوي على التغيرات الموسمية والعشوائية فقط، أي:

$$\frac{y_t}{ma(k)} = \frac{t_t \times c_t \times s_t \times i_t}{t_t \times c_t} = s_t \times i_t \qquad (٦,١٢)$$

حيث: $ma(k)$ المتوسط المتحرك البسيط للفترة k.

ولاستبعاد أثر التغيرات العشوائية، يؤخذ المتوسط الشهري (إذا كانت السلسلة شهرية) أو الفصلي (إذا كانت السلسلة فصلية) للبيانات التي نحصل عليها من المعادلة (٦,١٢)، وبذلك يتم عزل أثر التغيرات الموسمية.

(٦,٧) حساب الدليل الموسمي

يمكن تلخيص طريقة حساب الدليل الموسمي في الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: حساب المتوسط المتحرك الشهري (أو الفصلي) البسيط $ma(12)$: وفيها يتم حساب المتوسط الحسابي للقيم الـ ١٢ الأولى وتوضع النتيجة في منتصف المسافة بين الشهر السادس والسابع، ثم حساب المتوسط الحسابي للقيم الـ ١٢ التي تلي القيمة الأولى وهكذا....

الخطوة الثانية: حساب المتوسط المتحرك الشهري الثنائي $ma(2\times12)$: وفيها يتم حساب المتوسط الحسابي للمتوسطين المتحركين الأول والثاني المحسوبين في الخطوة الأولى ووضع الناتج في منتصف المسافة بين المتوسطين، ثم حساب المتوسط الحسابي للمتوسطين المتحركين الثاني والثالث ووضع النتيجة في المنتصف وهكذا.... والهدف من هذه الخطوة هو تخليص بيانات السلسلة من أثر التغيرات الموسمية.

الخطوة الثالثة: حساب نسبة التغيرات الموسمية والعشوائية: وفيها يتم قسمة القيم الفعلية للسلسلة الزمنية على المتوسط المتحرك الشهري الثنائي ثم ضرب الناتج بـ ١٠٠:

$$\frac{y_t}{ma(12\times 2)}\times 100=\frac{t_t\times c_t\times s_t\times i_t}{t_t\times c_t}\times 100=(s\quad \times i_t)\times 100$$

الخطوة الرابعة: حساب المتوسط الحسابي للمتوسطات المتحركة الناتجة عن الخطوة الثالثة : للتخلص من أثر التغيرات العشوائية ويتم حسابه لكل شهر من أشهر السنة (أو الفصول) حيث نحصل على متوسط حسابي لكل شهر (أو فصل) يتكرر خلال كل سنوات السلسلة الزمنية.

الخطوة الخامسة: حساب الدليل الموسمي : باعتبار أن مجموع المتوسطات الحسابية في كل سنة يجب أن يساوي ١٢٠٠ (٤٠٠ إذا كانت البيانات فصلية)، لذلك يجب تعديل مجموع هذه المتوسطات بضرب كل متوسط حسابي بـ ١٢٠٠ ثم قسمة الناتج على مجموع المتوسطات الفعلي فنحصل على الدليل الموسمي المعدل.

لنوضح طريقة حساب الدليل الموسمي من خلال المثال التالي :

مثال (٣): ليكن لدينا الجدول التالي ، الذي يمثل إنتاج شركة الجبس الأهلية بآلاف الأطنان للفترة ١٩٩٣-١٩٩٥م، والمطلوب حساب الأدلة الموسمية الشهرية وتخليص بيانات السلسلة من أثر التغيرات الموسمية.

الجدول رقم (٦،٤). إنتاج شركة الجبس الأهلية بآلاف الأطنان خلال الفترة من ١٩٩٣-١٩٩٥م.

السنة	الشهر	الإنتاج	السنة	الشهر	الإنتاج	السنة	الشهر	الإنتاج
١٩٩٣	١	٢٥	١٩٩٤	١٣	٢٩	١٩٩٥	٢٥	٢٨
	٢	٢٤		١٤	٢٨		٢٦	٢٧
	٣	٢٢		١٥	٢٧		٢٧	٢٤
	٤	٢٦		١٦	٢٨		٢٨	٢٢
	٥	٢٦		١٧	٢٨		٢٩	٣١
	٦	٢٥		١٨	٢٧		٣٠	٢٨
	٧	٢٨		١٩	٢٨		٣١	٢٩
	٨	٣٠		٢٠	٣٠		٣٢	٣١

تابع الجدول رقم (٦,٤).

السنة	الشهر	الإنتاج	السنة	الشهر	الإنتاج	السنة	الشهر	الإنتاج
١٩٩٣	٩	٢٩	١٩٩٤	٢١	٢٩	١٩٩٥	٣٣	٢٩
	١٠	٢٨		٢٢	٢٦		٣٤	٢٨
	١١	٢٧		٢٣	٢٦		٣٥	٢٦
	١٢	٢٨		٢٤	٢٩		٣٦	٣١

المصدر : مصلحة الإحصاءات العامة.

وبتطبيق الخطوات السابقة ، وبملاحظة أن مجموع المتوسطات الحالي يساوي إلى ١٢٠٤,١ نحصل على الجدول التالي :

الجدول رقم (٦,٥). الجدول المساعد لحساب الدليل الموسمي لإنتاج شركة الجبس الأهلية.

السنة (١)	الشهر (٢)	الإنتاج (٣)	MA (12) (٤)	MA (12x2) (٥)	(3/5) x 100 (٦)	المتوسط الحسابي للأشهر (٧)	الدليل الموسمي المعدل (٨)
١٩٩٣	١	٢٥	-	-	-	١٠٢,٨	١٠٢,٤
	٢	٢٤	-	-	-	٩٩,٠	٩٨,٧
	٣	٢٢	-	-	-	٩١,٧	٩١,٤
	٤	٢٦	-	-	-	٨٩,٩	٨٩,٦
	٥	٢٦	-	-	-	١٠٦,٢	١٠٥,٩
	٦	٢٥	-	-	-	٩٩,٠	٩٨,٧
	٧	٢٨	٢٦,٥	٢٦,٧	١٠٤,٩	١٠٢,٧	١٠٢,٣
	٨	٣٠	٢٦,٨	٢٧	١١١,١	١٠٩,٥	١٠٩,١
	٩	٢٩	٢٧,٢	٢٧,٤	١٠٥,٩	١٠٥,٥	١٠٥,١
	١٠	٢٨	٢٧,٦	٢٧,٧	١٠١,٢	٩٨,٣	٩٨,٠
	١١	٢٧	٢٧,٨	٢٧,٨	٩٧,٠	٩٦,٤	٩٦,١
	١٢	٢٨	٢٧,٩	٢٨	١٠٠,٠	١٠٣,١	١٠٢,٨

تابع الجدول رقم (٦,٥).

السنة (١)	الشهر (٢)	الإنتاج (٣)	MA (12) (٤)	MA (12x2) (٥)	(3/5) x 100 (٦)	المتوسط الحسابي للأشهر (٧)	الدليل الموسمي المعدل (٨)
١٩٩٤	١	٢٩	٢٨,١	٢٨,١	١٠٣,٣	١٠٢,٨	١٠٢,٤
	٢	٢٨	٢٨,١	٢٨,١	٩٩,٧	٩٩,٠	٩٨,٧
	٣	٢٧	٢٨,١	٢٨,١	٩٦,١	٩١,٧	٩١,٤
	٤	٢٨	٢٨,١	٢٨	١٠٠,٠	٨٩,٩	٨٩,٦
	٥	٢٨	٢٧,٩	٢٧,٩	١٠٠,٤	١٠٦,٢	١٠٥,٩
	٦	٢٧	٢٧,٨	٢٧,٩	٩٦,٩	٩٩,٠	٩٨,٧
	٧	٢٨	٢٧,٩	٢٧,٩	١٠٠,٤	١٠٢,٧	١٠٢,٣
	٨	٣٠	٢٧,٨	٢٧,٨	١٠٧,٩	١٠٩,٥	١٠٩,١
	٩	٢٩	٢٧,٨	٢٧,٦	١٠٥,٠	١٠٥,٥	١٠٥,١
	١٠	٢٦	٢٧,٥	٢٧,٣	٩٥,٤	٩٨,٣	٩٨,٠
	١١	٢٦	٢٧	٢٧,١	٩٥,٩	٩٦,٤	٩٦,١
	١٢	٢٩	٢٧,٣	٢٧,٣	١٠٦,٣	١٠٣,١	١٠٢,٨
١٩٩٥	١	٢٨	٢٧,٣	٢٧,٤	١٠٢,٣	١٠٢,٨	١٠٢,٤
	٢	٢٧	٢٧,٤	٢٧,٥	٩٨,٣	٩٩,٠	٩٨,٧
	٣	٢٤	٢٧,٥	٢٧,٥	٨٧,٣	٩١,٧	٩١,٤
	٤	٢٢	٢٧,٥	٢٧,٦	٧٩,٨	٨٩,٩	٨٩,٦
	٥	٣١	٢٧,٧	٢٧,٧	١١٢,٠	١٠٦,٢	١٠٥,٩
	٦	٢٨	٢٧,٧	٢٧,٧	١٠١,٢	٩٩,٠	٩٨,٧
	٧	٢٩	٢٧,٧	-	-	١٠٢,٧	١٠٢,٣
	٨	٣١	-	-	-	١٠٩,٥	١٠٩,١
	٩	٢٩	-	-	-	١٠٥,٥	١٠٥,١
	١٠	٢٨	-	-	-	٩٨,٣	٩٨,٠
	١١	٢٦	-	-	-	٩٦,٤	٩٦,١
	١٢	٣١	-	-	-	١٠٣,١	١٠٢,٨

نلاحظ من الدليل الموسمي المعدل أن إنتاج الجبس في الأشهر: الأول والخامس والسابع والثامن والتاسع والأخير أعلى من المتوسط السنوي بسبب التغيرات الموسمية التي تؤدي إلى زيادة الطلب على هذا المنتج. بينما في باقي الأشهر تنخفض عن المتوسط السنوي.

(٦,٨) قياس أثر التغيرات العرضية والعشوائية

في الفقرة السابقة حسبنا $s_t \times i_t$ ، ولقياس أثر التغيرات العرضية والعشوائية يكفي أن نقسم هذا المقدار على الدليل الموسمي s_t الموضح بالعمود الأخير من الجدول رقم (٦,٥).

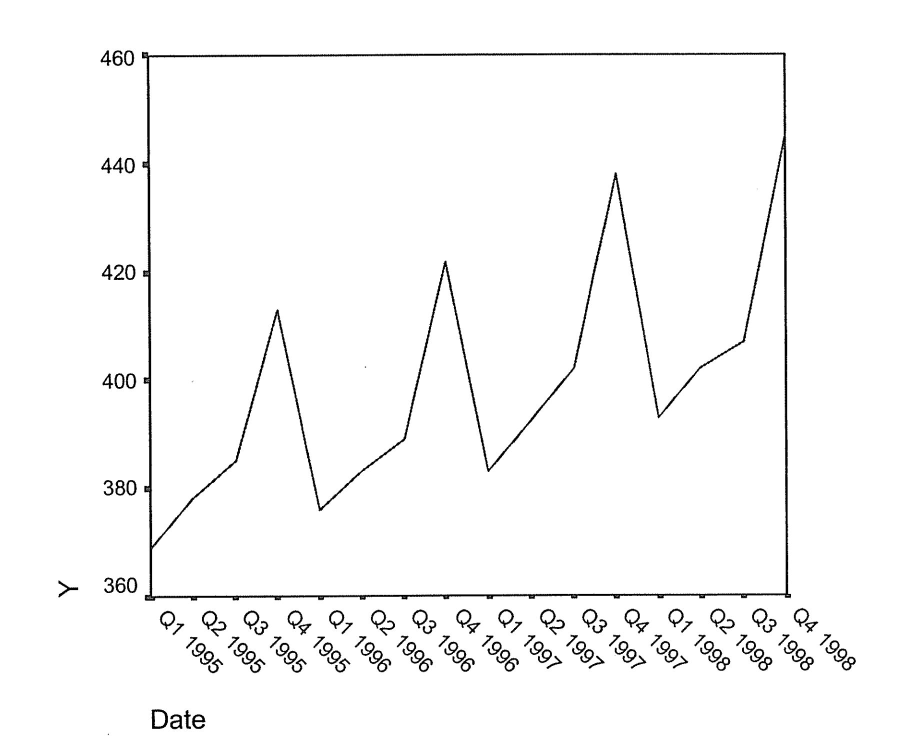
مثال (٤): لنفرض أن الجدول التالي يمثل المبيعات الفصلية لأحد محلات بيع الألبسة الجاهزة في مدينة الرياض بآلاف الريالات، والمطلوب حساب الأدلة الموسمية الفصلية لهذه المبيعات وتخليصها من أثر التغيرات الموسمية.

الجدول رقم (٦,٦). المبيعات الفصلية بآلاف الريالات لمحلات زيد للألبسة الجاهزة.

السنوات	الفصول	المبيعات	السنوات	الفصول	المبيعات
١٩٩٥	١	٣٦٩	١٩٩٧	١	٣٨٣
	٢	٣٧٨		٢	٣٩٢
	٣	٣٨٥		٣	٤٠٢
	٤	٤١٣		٤	٤٣٨
١٩٩٦	١	٣٧٦	١٩٩٨	١	٣٩٣
	٢	٣٨٣		٢	٤٠٢
	٣	٣٨٩		٣	٤٠٧
	٤	٤٢٢		٤	٤٤٥

المصدر: فرضي.

نلاحظ أن هناك زيادة واضحة في مبيعات الفصل الرابع من كل سنة كما يظهر من الشكل البياني لهذه السلسلة.



الشكل رقم (٦,٨). السلسلة الزمنية لمبيعات محلات زيد للألبسة الجاهزة.

وبتطبيق نفس خطوات المثال السابق نحصل على الجدول التالي :

الجدول رقم (٦,٧). الأدلة الموسمية الفصلية لمحلات زيد للألبسة الجاهزة.

السنوات	الفصول	المبيعات	المتوسط المتحرك البسيط	المتوسط المتحرك الثنائي	التغيرات الموسمية والعشوائية	المتوسط الحسابي للفصول	الدليل الموسمي المعدل	البيانات المستبعد منها أثر s_t
١٩٩٥	١	٣٦٩	–	–	–	٩٦,٣	٩٦,٢	٣٨٣
	٢	٣٧٨	–	–	–	٩٧,٨	٩٧,٧	٣٨٧
	٣	٣٨٥	٣٨٦,٣	٣٨٧,١	٩٩,٥	٩٩,١	٩٩,١	٣٨٩
	٤	٤١٣	٣٨٨,٠	٣٨٨,٦	١٠٦,٣	١٠٦,٩	١٠٦,٨	٣٨٧

تابع الجدول رقم (٦,٧).

السنوات	الفصول	المبيعات	المتوسط المتحرك البسيط	المتوسط المتحرك الثنائي	التغيرات الموسمية والعشوائية	المتوسط الحسابي للفصول	الدليل الموسمي المعدل	البيانات المستبعد منها أثر s_t
١٩٩٦	١	٣٧٦	٣٨٩,٣	٣٨٩,٥	٩٦,٥	٩٦,٣	٩٦,٢	٣٩١
	٢	٣٨٣	٣٨٩,٨	٣٩٠,٩	٩٨,٠	٩٧,٨	٩٧,٧	٣٩٢
	٣	٣٨٧	٣٩٢,٠	٣٩٢,٩	٩٨,٥	٩٩,١	٩٩,١	٣٩١
	٤	٤٢٢	٣٩٣,٨	٣٩٤,٩	١٠٦,٩	١٠٦,٩	١٠٦,٨	٣٩٥
١٩٩٧	١	٣٨٣	٣٩٦,٠	٣٩٧,٩	٩٦,٣	٩٦,٣	٩٦,٢	٣٩٨
	٢	٣٩٢	٣٩٩,٨	٤٠١,٨	٩٧,٦	٩٧,٨	٩٧,٧	٤٠١
	٣	٤٠٢	٤٠٣,٨	٤٠٥,٠	٩٩,٣	٩٩,١	٩٩,١	٤٠٦
	٤	٤٣٨	٤٠٦,٣	٤٠٧,٥	١٠٧,٥	١٠٦,٩	١٠٦,٨	٤١٠
١٩٩٨	١	٣٩٣	٤٠٨,٨	٤٠٩,٤	٩٦,٠	٩٦,٣	٩٦,٢	٤٠٨
	٢	٤٠٢	٤١٠,٠	٤١٠,٩	٩٧,٨	٩٧,٨	٩٧,٧	٤١١
	٣	٤٠٧	٤١١,٨	-	-	٩٩,١	٩٩,١	٤١١
	٤	٤٤٥	-	-	-	١٠٦,٩	١٠٦,٨	٤٢٦

نلاحظ من عمود الدليل الموسمي المعدل أن مبيعات الفصول الثلاثة الأولى من السنة تقل عن المتوسط السنوي بينما تزيد مبيعات الفصل الرابع عن المتوسط السنوي.

(٦,٩) التنبؤ

إن الهدف الأساسي من تحليل السلاسل الزمنية هو التنبؤ بالقيم المستقبلية للظاهرة المدروسة، والجدير بالذكر أن التنبؤ هو عملية إسقاط للبيانات الماضية على

المستقبل، لذلك لو تغيرت المؤثرات على السلسلة الزمنية المدروسة فإن القيم المستقبلية قد لا تعكس سلوك المتغير الذي دلت عليه البيانات السابقة.

لندرس هذه الخطوة من خلال المثال التالي:

مثال (٥): لنفرض أن لدينا الجدول التالي والذي يمثل المبيعات الفصلية لأحد المحلات التجارية بآلاف الريالات خلال الفترة ١٩٩٠-١٩٩٧م، والمطلوب تقدير مبيعات هذا المحل لكل فصل من فصول عام ١٩٩٨م.

الجدول رقم (٦,٨). المبيعات الفصلية لأحد المحلات التجارية في الفترة ١٩٩٠-١٩٩٧م بآلاف الريالات السعودية.

السنة	الفصل	المبيعات	السنة	الفصل	المبيعات
١٩٩٠	١	٤٨,٦	١٩٩٤	١	٥٨,٧
	٢	٥٤,٢		٢	٦٧,١
	٣	٥٩,٨		٣	٧٤,٢
	٤	٧٩,٨		٤	١٠٢,٨
١٩٩١	١	٤٩,٥	١٩٩٥	١	٦٥,٣
	٢	٥٦		٢	٧٢,٣
	٣	٦٣,٥		٣	٧٨,٣
	٤	٨٥,٥		٤	١١١,٢
١٩٩٢	١	٥٤,٧	١٩٩٦	١	٧٢,١
	٢	٥٩,٩		٢	٨٢
	٣	٦٥		٣	٩١,٦
	٤	٨٩		٤	١٢٧,٥

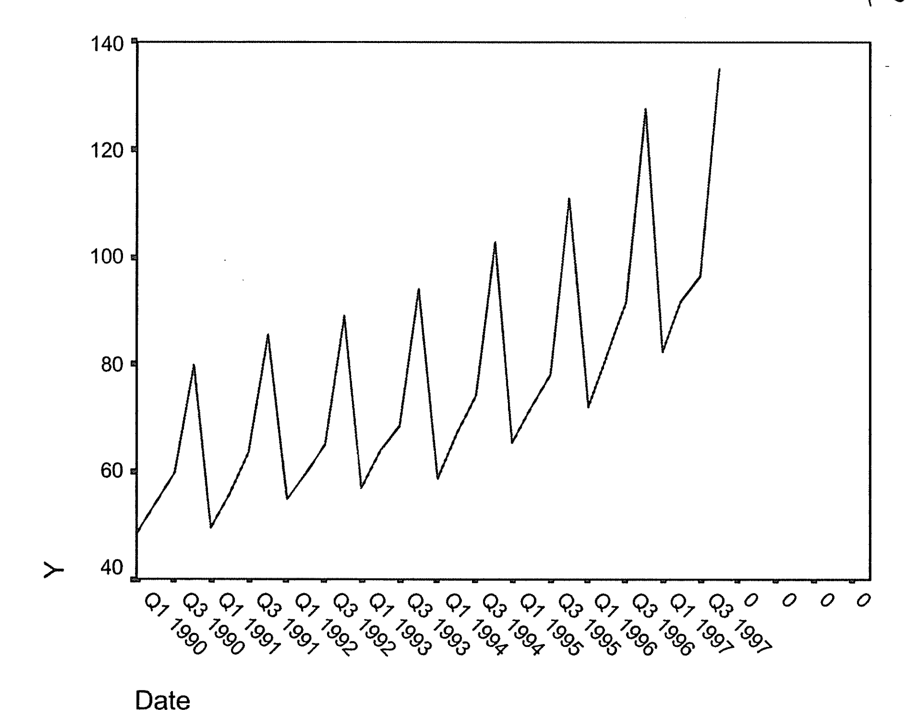
تابع الجدول رقم (٦,٨).

السنة	الفصل	المبيعات	السنة	الفصل	المبيعات
١٩٩٣	١	٥٧	١٩٩٧	١	٨٢,٣
	٢	٦٣,٩		٢	٩٢
	٣	٦٨,٦		٣	٩٦,٧
	٤	٩٤,٢		٤	١٣٤,٩

المصدر : فرضي .

لنطبق الخطوات التي درسناها في الفقرات السابقة :

أ) **رسم شكل الانتشار**: الشكل التالي يوضح الخط البياني لبيانات الجدول رقم (٦,٨) :



الشكل رقم (٦,٩). شكل انتشار السلسلة الزمنية للمثال (٥).

نلاحظ من شكل الانتشار أن هناك تغيرات موسمية قوية تؤثر سلبا على المبيعات في الفصل الأول من كل عام، لكن بنفس الوقت يوجد اتجاه عام خطي متزايد.

ب) حساب الاتجاه العام: إذا اعتبرنا أن الفصول تساوي الزمن t وتمثل المتغير المستقل، وأن المبيعات تمثل المتغير التابع واستخدمنا طريقة الانحدار البسيط باستعمال الحاسب الآلي نحصل على معادلة الاتجاه العام التالية:

$$\hat{T}_t = 55.2 + 1.43t_t$$

حيث إن فترة الأساس هي الفصل الأول من عام ١٩٩٠م وأن t تتغير بمقدار فصل واحد، وبالتالي يمكن التنبؤ بقيم المبيعات لفصول عام ١٩٩٨م على الشكل التالي:

$$\hat{t}_{1998-1} = 55.2 + 1.43(33) = 102.39$$

$$\hat{t}_{1998-2} = 55.2 + 1.43(34) = 103.82$$

$$\hat{t}_{1998-3} = 55.2 + 1.43(35) = 105.25$$

$$\hat{t}_{1998-4} = 55.2 + 1.43(36) = 106.68$$

جـ) التعديلات الموسمية: لحساب التعديلات الموسمية على المبيعات المقدرة لا بد من حساب الدليل الموسمي المعدل، لذلك نعد الجدول التالي:

الجدول رقم (٦,٩). الجدول المساعد لحساب الاتجاه العام والدليل الموسمي والتغيرات الدورية للمثال (٥).

السنوات (١)	الفصول (٢)	المبيعات (٣)	المتوسط المتحرك البسيط (٤)	المتوسط المتحرك الثنائي (٥)	التغيرات الموسمية والعشوائية (٦) ١٠٠×(٣/٥)	المتوسط الحسابي للفصول (٧)	الدليل الموسمي المعدل (٨)	القيم المستبعد منها أثر التغيرات الموسمية (٩) ١٠٠×(٣/٨)	الاتجاه العام (١٠)	الدليل الدوري (١١) ١٠٠× (٩/١٠)	الدليل العشوائي (١٢) ١٠٠×(٦/٨)
١٩٩٠	١	٤٨,٦	–	–	–	٨٢,١٢	٨٢,٠٦	٥٩,٢٧	٥٦,٦٣	١٠٤,٦٦	–
	٢	٥٤,٢	–	–	–	٩٠,٠٨	٩٠,٠١	٦٠,٢٢	٥٨,٠٦	١٠٣,٧٢	–
	٣	٥٩,٨	٦٠,٦٠	٦٠,٧١	٩٨,٥٠	٩٧,٠٣	٩٦,٩٦	٦١,٦٥	٥٩,٤٩	١٠٣,٦٣	١٠١,٦
	٤	٧٩,٨	٦٠,٨٢	٦١,٠٥	١٣٠,٧١	١٣١,٠٦	١٣٠,٩٧	٦٠,٩٢	٦٠,٩٢	٩٩,٩٩	٩٩,٨
١٩٩١	١	٤٩,٥	٦١,٢٨	٦١,٧٤	٨٠,١٧	٨٢,١٢	٨٢,٠٦	٦٠,٣٧	٦٢,٣٥	٩٦,٨٢	٩٧,٨
	٢	٥٦	٦٢,٢٠	٦٢,٩١	٨٩,٠٢	٩٠,٠٨	٩٠,٠١	٦٢,٢٢	٦٣,٧٨	٩٧,٥٦	٩٨,٩
	٣	٦٣,٥	٦٣,٦٢	٦٤,٢٧	٩٨,٨٠	٩٧,٠٣	٩٦,٩٦	٦٥,٤٦	٦٥,٢١	١٠٠,٣٩	١٠١,٩
	٤	٨٥,٥	٦٤,٩٢	٦٥,٤١	١٣٠,٧١	١٣١,٠٦	١٣٠,٩٧	٦٥,٢٧	٦٦,٦٤	٩٧,٩٤	٩٩,٨
١٩٩٢	١	٥٤,٧	٦٥,٩٠	٦٦,٠٩	٨٢,٧٦	٨٢,١٢	٨٢,٠٦	٦٦,٧١	٦٨,٠٧	٩٨,٠٠	١٠١,٠
	٢	٥٩,٩	٦٦,٢٨	٦٦,٧٢	٨٩,٧٨	٩٠,٠٨	٩٠,٠١	٦٦,٥٦	٦٩,٥٠	٩٥,٧٦	٩٩,٨
	٣	٦٥	٦٧,١٥	٦٧,٤٤	٩٦,٣٨	٩٧,٠٣	٩٦,٩٦	٦٧,٠١	٧٠,٩٣	٩٤,٤٧	٩٩,٤
	٤	٨٩	٦٧,٧٢	٦٨,٢٢	١٣٠,٤٦	١٣١,٠٦	١٣٠,٩٧	٧٦,٩٤	٧٢,٣٦	٩٣,٨٩	٩٩,٦
١٩٩٣	١	٥٧	٦٨,٧٢	٦٩,١٧	٨٢,٤١	٨٢,١٢	٨٢,٠٦	٦٩,٥١	٧٣,٧٩	٩٤,٢٠	١٠٠,٥
	٢	٦٣,٩	٦٩,٦٢	٧٠,٢٧	٩٠,٩٣	٩٠,٠٨	٩٠,٠١	٧١	٧٥,٢٢	٩٤,٣٩	١٠١,٠
	٣	٦٨,٦	٧٠,٩٢	٧١,١٤	٩٦,٤٣	٩٧,٠٣	٩٦,٩٦	٧٠,٧٢	٧٦,٦٥	٩٢,٢٧	٩٩,٤
	٤	٩٤,٢	٧١,٣٥	٧١,٧٥	١٣١,٢٩	١٣١,٠٦	١٣٠,٩٧	٧١,٩١	٧٨,٠٨	٩٢,١٠	١٠٠,٢

تابع الجدول رقم (٩,٦).

السنوات (١)	الفصول (٢)	المبيعات (٣)	المتوسط المتحرك البسيط (٤)	المتوسط المتحرك الثنائي (٥)	التغيرات الموسمية والعشوائية (٦) ١٠٠×(٣/٥)	المتوسط الحسابي للفصول (٧)	الدليل الموسمي المعدل (٨)	القيم المستبعد منها أثر التغيرات الموسمية (٩) ١٠٠×(٣/٨)	الاتجاه العام (١٠)	الدليل الدوري (١١) ١٠٠×(٩/١٠)	الدليل العشوائي (١٢) ١٠٠×(٦/٨)
١٩٩٤	١	٥٨,٧	٧٢,١٥	٧٢,٨٥	٨٠,٥٨	٨٢,١٢	٨٢,٠٦	٧١,٥٩	٧٩,٥١	٩٠,٠٣	٩٨,٣
	٢	٦٧,١	٧٣,٥٥	٧٤,٦٢	٨٩,٩٢	٩٠,٠٨	٩٠,٠١	٧٤,٥٦	٨٠,٩٤	٩٢,١١	٩٩,١
	٣	٧٤,٢	٧٥,٧٠	٧٦,٥٢	٩٦,٩٧	٩٧,٠٣	٩٦,٩٦	٧٦,٤٩	٨٢,٣٧	٩٢,٨٧	١٠٠,٠
	٤	١٠٢,٨	٧٧,٣٥	٧٨,٠٠	١٣١,٧٩	١٣١,٠٦	١٣٠,٩٧	٧٨,٤٧	٨٣,٨٠	٩٣,٦٤	١٠٠,٦
١٩٩٥	١	٦٥,٣	٧٨,٦٥	٧٩,١٦	٨٢,٤٩	٨٢,١٢	٨٢,٠٦	٧٩,٦٣	٨٥,٢٣	٩٣,٤٣	١٠٠,٦
	٢	٧٢,٣	٧٩,٦٨	٨٠,٧٣	٨٩,٥٦	٩٠,٠٨	٩٠,٠١	٨٠,٣٣	٨٦,٦٦	٩٢,٧٠	٩٩,٥
	٣	٧٨,٣	٨١,٧٨	٨٢,٦٣	٩٤,٧٦	٩٧,٠٣	٩٦,٩٦	٨٠,٧٢	٨٨,٠٩	٩١,٦٤	٩٧,٧
	٤	١١١,٢	٨٣,٤٨	٨٤,٦٩	١٣١,٣٠	١٣١,٠٦	١٣٠,٩٧	٨٤,٨٩	٨٩,٥٢	٩٤,٨٢	١٠٠,٢
١٩٩٦	١	٧٢,١	٨٩,٢٢	٨٧,٥٦	٨٢,٣٤	٨٢,١٢	٨٢,٠٦	٨٧,٩٣	٩٠,٩٥	٩٦,٦٨	١٠٠,٤
	٢	٨٢	٩٣,٣٠	٩١,٢٦	٨٩,٨٥	٩٠,٠٨	٩٠,٠١	٩١,١١	٩٢,٣٨	٩٨,٦٣	٩٩,٨
	٣	٩١,٦	٩٥,٨٥	٩٤,٥٨	٩٦,٨٥	٩٧,٠٣	٩٦,٩٦	٩٤,٤٣	٩٣,٨١	١٠٠,٦٦	٩٩,٨
	٤	١٢٧,٥	٩٨,٣٥	٩٧,١٠	١٣١,٣١	١٣١,٠٦	١٣٠,٩٧	٩٧,٣٣	٩٥,٢٤	١٠٢,١٩	١٠٠,٢
١٩٩٧	١	٨٢,٣	٩٩,٦٢	٩٨,٩٨	٨٣,١٥	٨٢,١٢	٨٢,٠٦	١٠٠,٣٧	٩٦,٦٧	١٠٣,٨٢	١٠١,٤
	٢	٩٢	١٠١,٤٨	١٠٠,٥٥	٩١,٥٠	٩٠,٠٨	٩٠,٠١	١٠٢,٢٢	٩٨,١٠	١٠٤,٢٠	١٠١,٧
	٣	٩٦,٧	-	-	-	٩٧,٠٣	٩٦,٩٦	٩٩,٦٩	٩٩,٥٣	١٠٠,١٦	-
	٤	١٣٤,٩	-	-	-	١٣١,٠٦	١٣٠,٩٧	١٠٢,٩٨	١٠٠,٩٦	١٠٢,٠٠	-

بعد ذلك يمكننا أن نعدل المبيعات المتوقعة في عام ١٩٩٨م بضرب المبيعات المقدرة في كل فصل بالدليل الموسمي المعدل المناظر ثم قسمة الناتج على ١٠٠ على الشكل التالي :

$$\hat{t}_{1998-1} = 102.39 \times 82.06 \div 100 = 83.96$$

$$\hat{t}_{1998-2} = 103.82 \times 90.01 \div 100 = 93.44$$

$$\hat{t}_{1998-3} = 105.25 \times 96.96 \div 100 = 102.09$$

$$\hat{t}_{1998-4} = 106.68 \times 130.97 \div 100 = 139.75$$

د) **تعديل الدورة:** هذه الخطوة هي الأصعب لأن التغيرات الدورية ذات طبيعة غير منتظمة وترتبط ارتباطا وثيقا بالحالة العامة للاقتصاد. وتظهر معظم السلاسل الزمنية اختلافا واضحا بالنسبة لتوقيت واتساع الدورة الاقتصادية.

ويتم اللجوء إلى بعض المؤشرات الاقتصادية Economic indications للتنبؤ بالتغيرات الدورية ، وخاصة مؤشرات الناتج القومي الإجمالي ومؤشرات بعض القطاعات الاقتصادية كتصاريح البناء والتغير في المخزون... إلخ.

وعلى الرغم من أن التغيرات التي تحدث للمؤشرات الاقتصادية المختارة تشبه التغيرات التي تحدث في الدورة الاقتصادية لكنها قد تختلف عنها بالتوقيت والاتساع ، لذلك يجب استخدامها بعناية وحرص.

وهناك طريقة أخرى بسيطة للتنبؤ بالتغيرات الدورية بإضافة أو حذف نسبة معينة من قيمة السلسلة في الفترة السابقة حسب الحالة الاقتصادية فيما إذا كانت رواجا أو كسادا. ففي حالة مثالنا أعلاه يمكن إضافة ٥٪ إلى مبيعات عام ١٩٩٨م إذا كانت مرحلة النشاط الاقتصادي هي مرحلة ازدهار وطرح ٥٪ في الحالة المعاكسة.

لكن الطريقة الأكثر استخداما في التطبيقات العملية هي ضرب القيم المقدرة بمعامل الدورة الذي يحسب من الدليل الدوري مقسوما على ١٠٠ ، حيث يتم حساب

الدليل الدوري بقسمة القيم الفعلية بعد إزالة أثر التغيرات الموسمية منها على قيم الاتجاه العام وضرب الناتج بـ ١٠٠ كما هو واضح في الجدول السابق. وبذلك تصبح قيمة المبيعات المقدرة كما يلي:

$$\hat{t}_{1998-1} = 83.96 \times 103.82 \div 100 = 87.17$$
$$\hat{t}_{1998-2} = 93.44 \times 104.20 \div 100 = 97.36$$
$$\hat{t}_{1998-3} = 102.09 \times 100.16 \div 100 = 102.25$$
$$\hat{t}_{1998-4} = 139.75 \times 102.00 \div 100 = 142.55$$

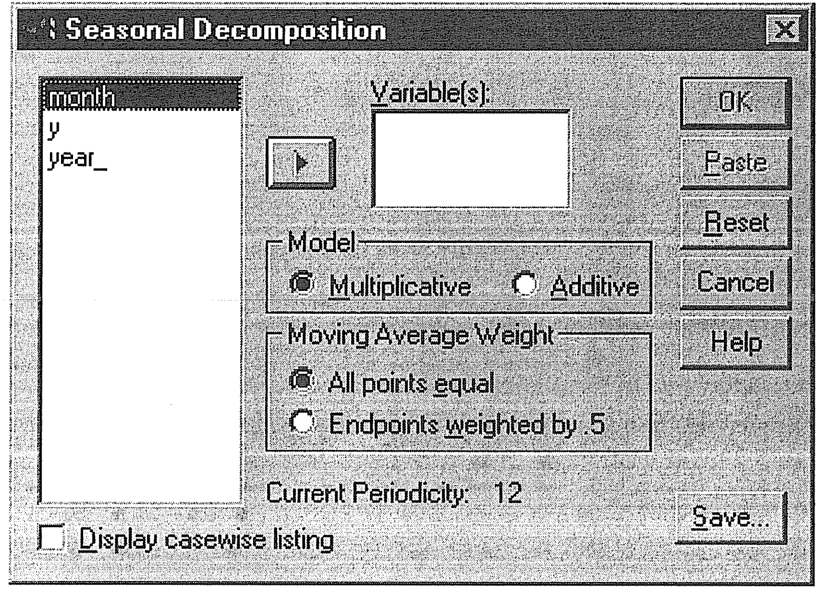
هـ) إدخال التغيرات العشوائية (تحليل المخاطرة): يمكن أن نعدل المبيعات المتوقعة في عام ١٩٩٨م بإدخال أثر التغيرات العشوائية وذلك بضرب القيم المقدرة بالدليل العشوائي للسنة الأخيرة وقسمة الناتج على ١٠٠. كما يمكن أن يستخدم الدليل العشوائي (العمود الأخير من الجدول السابق) في إيجاد التوزيع الاحتمالي لمركبات السلسلة الزمنية T و S و C.

(٦,١٠) المعالجة الآلية للسلاسل الزمنية الموسمية

في المعالجة الآلية يتم حساب الدليل الموسمي المعدل والدليل الدوري والدليل العشوائي بنفس الأسلوب الذي اتبعناه في هذا الفصل، بالإضافة إلى تخليص البيانات من أثر التغيرات الموسمية والدورية.

لنطبق هذه الطريقة أولا على بيانات شهرية ثم على بيانات فصلية.

أولا: إذا كانت السلسلة الزمنية شهرية: يشترط برنامج SPSS ألا تقل البيانات الشهرية عن أربع سنوات كاملة، لذلك ندخل بيانات الجدول رقم (٦,٤) كسلسلة زمنية شهرية ونضيف لها بيانات عام ١٩٩٦م، ثم نفتح قائمة التطبيقات الإحصائية ونختار منها السلاسل الزمنية، ثم نختار من نافذتها الفرعية تحليل التغيرات الموسمية Seasonal Decomposition، فتظهر نافذة الحوار التالية:



الشكل رقم (٦,١٠). نافذة الحوار الخاصة بمعالجة التغيرات الموسمية.

نتقل المتغير الممثل للسلسلة من القائمة اليسرى إلى اليمنى ثم نضغط على مفتاح الإدخال فنحصل على الدليل الموسمي المعدل للأشهر على النحو التالي :

Results of SEASON procedure for variable Y
Multiplicative Model. Equal weighted MA method. Period = 12.

Period	Seasonal index (* 100)
1	102.120
2	98.227
3	87.446
4	80.216
5	111.281
6	100.556
7	103.795
8	110.699
9	104.179
10	99.393
11	95.997
12	106.091

بالإضافة إلى أربعة متغيرات جديدة هي :

١- معامل التغيرات العشوائية الشهري ERR ويساوي إلى الدليل العشوائي مقسوما على ١٠٠.

٢- البيانات المخلصة من أثر التغيرات الموسمية SAS.

٣- معامل التصحيح الموسمي الشهري SAF.

٤- البيانات المخلصة من أثر التغيرات الدورية STC ، كما يظهر من الجدول التالي :

الجدول رقم (٦,١٠). نتائج المعالجة الآلية لسلسلة إنتاج شركة الجبس الأهلية.

5-3 - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Statistics Graphs Utilities Window Help

1:y 25

	y	err_1	sas_1	saf_1	stc_1	var
1	25.00	1.03579	24.48094	1.02120	23.63516	
2	24.00	.98957	24.43317	.98227	24.69080	
3	22.00	.95533	25.15829	.87446	26.33460	
4	26.00	1.19761	32.41245	.80216	27.06419	
5	26.00	.88809	23.36437	1.11281	26.30847	
6	25.00	.95305	24.86185	1.00556	26.08664	
7	28.00	1.02852	26.97627	1.03795	26.22827	
8	30.00	.99977	27.10046	1.10699	27.10667	
9	29.00	1.00552	27.83662	1.04179	27.68389	
10	28.00	1.01444	28.17100	.99393	27.77013	

SPSS Processor is ready

ثانيا: إذا كانت السلسلة الزمنية فصلية: لا تختلف طريقة المعالجة عن الحالة السابقة سوى استبدال الشهر بالفصل. فلو أخذنا السلسلة الزمنية للمثال (٤) وطبقنا عليها نفس خطوات الحالة الأولى ، لحصلنا على النتائج التالية :

Results of SEASON procedure for variable Y
Multiplicative Model. Equal weighted MA method. Period = 4.

Period	Seasonal index (* 100)
1	96.346
2	97.809
3	99.082
4	106.763

الجدول رقم (٦,١١). نتائج المعالجة الآلية لسلسلة مبيعات محلات زيد للألبسة الجاهزة.

5-2 - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Statistics Graphs Utilities Window Help

1:y 369

	y	err_1	sas_1	saf_1	stc_1	var
1	369.00	.99714	382.99268	.96346	384.09271	
2	378.00	1.00119	386.46831	.97809	386.00981	
3	385.00	1.00331	388.56845	.99082	387.28539	
4	413.00	.99580	386.83787	1.06763	388.46838	
5	376.00	1.00101	390.25812	.96346	389.86497	
6	383.00	1.00047	391.58033	.97809	391.39710	
7	389.00	.99835	392.60552	.99082	393.25493	
8	422.00	.99972	395.26776	1.06763	395.38041	
9	383.00	.99852	397.52356	.96346	398.11129	
10	392.00	.99797	400.78195	.97809	401.59633	

SPSS Processor is ready

(٦,١١) طريقة مكتب إحصاء السكان الأمريكي Census II

طورت هذه الطريقة من قبل مكتب إحصاء السكان الأمريكي واستخدمتها كثير من المؤسسات الحكومية الأمريكية وغيرها في مجالات مختلفة.

أدخل على هذه الطريقة منذ تم اكتشافها في عام ١٩٥٥م تعديلات كثيرة، وأطلق على كل تعديل اسم نسخة أو طبعة Version. من أشهر هذه النسخ:

- X-11 في عام ١٩٦٧م.
- X-11 ARIMA في عام ١٩٨٨م.
- X-12 ARIMA في عام ١٩٩٧م وهي امتداد لنسخة X-11 ARIMA*. سنقدم شرحا مختصرا لهذه النسخة من خلال مثال تطبيقي، وسنطلق عليها طريقة بدلا من نسخة.

إن الخطوات الأساسية في هذه الطريقة هي نفس خطوات تحليل السلاسل الزمنية التي درسناها في الفقرات السابقة من هذا الفصل، ولاسيما استخدام المتوسطات المتحركة البسيطة والثنائية.

عادة، تستخدم طريقة X-12 ARIMA متوسطات متحركة مرجحة قصيرة تسمى منقيات أو مصافٍ Filters عند بداية ونهاية السلسلة لتنقية البيانات التي يتم تعديلها والتنبؤ بها باستخدام نموذج ARIMA بدلا من البيانات المفقودة نتيجة حساب المتوسطات المتحركة.

تتألف هذه الطريقة من مرحلتين وعدة خطوات، لنشرح هذه المراحل والخطوات من خلال المثال التالي:

مثال (٦): ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل عدد المسافرين لإحدى شركات النقل الجوي خلال الفترة ١٩٤٩-١٩٥٦م:

الجدول رقم (٦,١٢). عدد المسافرين حسب الأشهر (بالآلاف) على الخطوط الجوية الدولية خلال الفترة ١٩٤٩-١٩٥٦م.

السنوات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٤٩	١١٢	١١٨	١٣٢	١٢٩	١٢١	١٣٥	١٤٨	١٤٨	١٣٦	١١٩	١٠٤	١١٨
١٩٥٠	١١٥	١٢٦	١٤١	١٣٥	١٢٥	١٤٩	١٧٠	١٧٠	١٥٨	١٣٣	١١٤	١٤٠
١٩٥١	١٤٥	١٥٠	١٧٨	١٦٣	١٧٢	١٧٨	١٩٩	١٩٩	١٨٤	١٦٢	١٤٦	١٦٦

* Forecasting، مرجع سابق، ص ١١٣.

تابع الجدول رقم (٦,١٢).

السنوات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٥٢	١٧١	١٨٠	١٩٣	١٨١	١٨٣	٢١٨	٢٣٠	٢٤٢	٢٠٩	١٩١	١٧٢	١٩٤
١٩٥٣	١٩٦	١٩٦	٢٣٦	٢٣٥	٢٢٩	٢٤٣	٢٦٤	٢٧٢	٢٣٧	٢١١	١٨٠	٢٠١
١٩٥٤	٢٠٤	١٨٨	٢٣٥	٢٢٧	٢٣٤	٢٦٤	٣٠٢	٢٩٣	٢٥٩	٢٢٩	٢٠٣	٢٢٩
١٩٥٥	٢٤٢	٢٣٣	٢٦٧	٢٦٩	٢٧٠	٣١٥	٣٦٤	٣٤٧	٣١٢	٢٧٤	٢٣٧	٢٧٨
١٩٥٦	٢٨٤	٢٧٧	٣١٧	٣١٣	٣١٨	٣٧٤	٤١٣	٤٠٥	٣٥٥	٣٠٦	٢٧١	٣٠٦

المصدر: Forecasting، ص ١٠٩.

والمطلوب

فصل المركبات الأساسية لسلسلة المسافرين عن بعضها البعض حسب طريقة Census II.

المرحلة الأولى: تهدف طريقة Census II إلى فصل التغيرات الموسمية عن باقي مركبات السلسلة الزمنية، كما هي الحال في طرائق تحليل السلاسل الزمنية التقليدية. تتألف هذه المرحلة من الخطوات التالية:

- **الخطوة الأولى:** يتم في هذه الخطوة، حساب متوسط متحرك شهري بسيط مدته ١٢ شهرا MA(12)، ثم حساب متوسط متحرك شهري ثنائي MA(2x12) لبيانات السلسلة الأصلية.

- **الخطوة الثانية:** في هذه الخطوة يتم حساب النسبة: $100\times\frac{y_t}{MA(2\times12)}$ حيث تمثل y_t قيم السلسلة الأصلية.

نتائج هذه الخطوة تعتبر تقديرات أولية لمركبتي التغيرات الموسمية والتغيرات العشوائية كما يوضحها الجدول التالي:

الجدول رقم (٦,١٣). التقديرات الأولية للتغيرات الموسمية والعشوائية لسلسلة بيانات المسافرين.

السنوات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٤٩	–	–	–	–	–	–	١١٦,٧	١١٦,٣	١٠٦,٣	٩٢,٥	٨٠,٦	٩٠,٩
١٩٥٠	٨٧,٦	٩٤,٧	١٠٤,٥	٩٩,٠	٩١,٠	١٠٧,٤	١٢٠,٦	١١٨,٧	١٠٨,٤	٨٩,٦	٧٥,٢	٩٠,٥
١٩٥١	٩٢,٣	٩٤,٠	١١٠,٠	٩٩,٣	١٠٣,٢	١٠٥,٣	١١٦,٢	١١٤,٦	١٠٤,٩	٩١,٦	٨٢,٠	٩٢,١
١٩٥٢	٩٣,٤	٩٦,٧	١٠٢,١	٩٤,٦	٩٤,٥	١١١,٣	١١٦,١	١٢١,٢	١٠٣,٤	٩٢,٦	٨١,٧	٩٠,٩
١٩٥٣	٩٠,٨	٨٩,٧	١٠٦,٨	١٠٥,٤	١٠٢,٢	١٠٨,١	١١٧,٢	١٢٠,٧	١٠٥,٤	٩٤,٠	٨٠,٢	٨٩,١
١٩٥٤	٨٩,٥	٨١,٦	١٠١,٢	٩٧,٠	٩٩,٣	١١١,٠	١٢٥,٦	١٢٠,١	١٠٤,٨	٩١,٥	٨٠,١	٨٩,١
١٩٥٥	٩٢,٤	٨٧,٤	٩٨,٥	٩٧,٧	٩٦,٩	١١١,٧	١٢٧,٤	١١٩,٩	١٠٦,٤	٩٢,٢	٧٨,٧	٩١,٠
١٩٥٦	٩١,٦	٨٨,١	٩٩,٥	٩٧,٣	٩٨,٠	١١٤,٣	–	–	–	–	–	–

الخطوة الثالثة: في هذه الخطوة يتم حساب متوسط متحرك مضاعف MA (3×3) للقيم الموجودة في الجدول رقم (٦,١٣) والقيم الناتجة تمثل تقديرا أوليا للمركبة الموسمية.

النسب الموجودة في الجدول رقم (٦,١٣) تتضمن التغيرات الموسمية والعشوائية وبتقسيمها على المتوسط المتحرك المضاعف MA(3×3)، والذي يمثل تقديرا أوليا للتغيرات الموسمية نحصل على تقدير للتغيرات العشوائية على الشكل التالي:

$$\frac{s_t i_t}{s_t} = i_t$$

القيم الكبيرة في سلسلة التغيرات العشوائية i_t تعتبر قيما شاذة أو متطرفة في البيانات الأصلية، لذلك يتم حذفها واستبدالها بقيم تتناسب وباقي قيم السلسلة. كما يتم تقدير القيم المفقودة في بداية ونهاية السلسلة والناتجة عن حساب المتوسطات المتحركة.

الخطوة الرابعة: الهدف من هذه الخطوة هو حذف التغيرات العشوائية بحساب متوسط متحرك مضاعف MA(3×3) لكل شهر من السنة على انفراد. هذا المتوسط المتحرك يشبه المتوسط المتحرك في الخطوة السابقة فيما عدا أننا نستخدم البيانات المعدلة

بما فيها تقديرات البيانات المفقودة. بعد ذلك يتم حساب الدليل الموسمي الشهري المعدل لكل سنة باعتبار أن مجموع أشهر السنة يساوي إلى ١٢٠٠ فنحصل على الجدول التالي :

الجدول رقم (٦,١٤). الدليل الموسمي الشهري المعدل لسلسلة بيانات المسافرين.

السنوات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٤٩	٩١,٩	٩٤,٣	١٠٣,٧	٩٩,١	٩٨,١	١٠٧,١	١١٨,٤	١١٧,١	١٠٧,٠	٩١,٣	٨١,٢	٩١,١
١٩٥٠	٩٢,٠	٩٤,٠	١٠٣,٥	٩٩,٠	٩٨,١	١٠٧,٤	١١٨,١	١١٧,٥	١٠٦,٦	٩١,٤	٨١,٥	٩١,٢
١٩٥١	٩٢,٢	٩٣,٣	١٠٣,٣	٩٩,٠	٩٨,٢	١٠٧,٩	١١٧,٦	١١٨,٢	١٠٥,٩	٩٢,١	٨١,٧	٩١,٣
١٩٥٢	٩٢,١	٩٢,١	١٠٢,٧	٩٨,٥	٩٨,٤	١٠٩,٠	١١٨,٢	١١٩,٦	١٠٥,٣	٩٢,٦	٨١,٦	٩٠,٩
١٩٥٣	٩١,٧	٩٠,٦	١٠١,٩	٩٨,١	٩٨,٥	١٠٩,٨	١٢٠,١	١٢٠,٣	١٠٥,٢	٩٣,١	٨٠,٩	٩٠,٤
١٩٥٤	٩١,٣	٨٩,٣	١٠٠,٨	٩٧,٦	٩٨,٤	١١١,٠	١٢٣,١	١٢٠,٧	١٠٥,٥	٩٢,٥	٨٠,٢	٩٠,٠
١٩٥٥	٩١,٤	٨٨,٥	٩٩,٨	٩٧,٥	٩٨,٠	١١١,٨	١٢٥,٢	١٢٠,٦	١٠٥,٨	٩١,٩	٧٩,٦	٩٠,٠
١٩٥٦	٩١,٥	٨٨,١	٩٩,٢	٩٧,٣	٩٧,٨	١١٢,٧	١٢٦,١	١٢٠,٧	١٠٥,٩	٩١,٤	٧٩,٤	٩٠,٠

الخطوة الخامسة: بقسمة البيانات الأصلية على الدليل الموسمي المعدل نحصل على البيانات المخلصة من أثر التغيرات الموسمية والقيم الناتجة تتضمن الاتجاه العام والتغيرات الدورية والعشوائية كما توضحه العلاقة التالية :

$$\frac{y_t}{s_t} = \frac{t_t c_t s_t i_t}{s_t} = t_t c_t i_t$$

الخطوة السادسة: تهدف هذه الخطوة إلى التخلص من أثر التغيرات العشوائية الموجودة في بيانات الخطوة السابقة ، أي عزل الاتجاه العام والتغيرات الدورية عن التغيرات العشوائية ، لذلك نستخدم متوسطات متحركة مرجحة تسمى متوسطات هندرسون المرجحة Henderson's weighted average.

تمتاز متوسطات هندرسون المرجحة بأن طولها يتناسب طردا مع التغيرات العشوائية الموجودة في السلسلة، فكلما زادت التغيرات العشوائية كلما زادت طول فترة المتوسط المتحرك. بالنسبة للسلاسل الشهرية تكون طول فترة المتوسط ٩ أو ١٣أو ٢٣ حسب التغيرات العشوائية، أما في السلاسل الفصلية فتكون إما ٥ أو ٧ قيم. وبما أن التغيرات العشوائية في المثال المدروس متوسطة فقد تم اختيار طول متوسط هو ١٣ قيمة.

استخدام هذا المتوسط المتحرك يزيل أثر التغيرات العشوائية من البيانات ويظهر الاتجاه العام والتغيرات الدورية فقط كما هو موضح في الجدول التالي:

الجدول رقم (٦,١٥). التقديرات الأولية للاتجاه العام والتغيرات الدورية لسلسلة بيانات المسافرين.

السنوات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٤٩	١٢٤,٨	١٢٥,٥	١٢٦,٠	١٢٦,٣	١٢٦,٢	١٢٦,١	١٢٦,٢	١٢٦,٦	١٢٧,١	١٢٧,٧	١٢٨,٥	١٢٩,٤
١٩٥٠	١٣٠,٣	١٣١,٣	١٣٢,٤	١٣٤,٠	١٣٦,٢	١٣٨,٦	١٤٠,٩	١٤٢,٩	١٤٤,٥	١٤٦,٢	١٤٨,٤	١٥١,٩
١٩٥١	١٥٦,٧	١٦١,٨	١٦٦,٠	١٦٨,٤	١٦٩,٢	١٦٩,٣	١٦٩,٦	١٧٠,٥	١٧٢,٥	١٧٥,٨	١٧٩,٦	١٨٣,٢
١٩٥٢	١٨٥,٧	١٨٧,٣	١٨٨,٤	١٨٩,٦	١٩١,٠	١٩٣,١	١٩٦,١	١٩٩,٥	٢٠٢,٨	٢٠٥,٤	٢٠٨,٤	٢١٢,٦
١٩٥٣	٢١٨,٠	٢٢٣,٢	٢٢٧,٣	٢٢٩,٣	٢٢٩,٤	٢٢٨,٠	٢٢٦,٠	٢٢٤,٥	٢٢٣,٨	٢٢٣,٤	٢٢٢,٦	٢٢١,٧
١٩٥٤	٢١٢,٧	٢٢٣,٤	٢٢٦,٨	٢٣١,٣	٢٣٥,٨	٢٣٩,٥	٢٤٢,٢	٢٤٤,١	٢٤٦,٣	٢٤٩,١	٢٥٢,٥	٢٥٦,٥
١٩٥٥	٢٦٠,٦	٢٢٤,٩	٢٦٩,٢	٢٧٣,٥	٢٧٧,٩	٢٨٢,٣	٢٨٦,٤	٢٩٠,٢	٢٩٣,٩	٢٩٧,٧	٣٠١,٨	٣٠٦,٠
١٩٥٦	٣١٠,٥	٣١٤,٨	٣١٨,٨	٣٢٢,٥	٣٢٥,٨	٣٢٨,٦	٣٣١,١	٣٣٣,٣	٣٣٥,٢	٣٣٧,٠	٣٣٩,٠	٣٤١,٢

الخطوة السابعة: إن بيانات الجدول السابق تتضمن الاتجاه العام والتغيرات الدورية، وبقسمة البيانات الأصلية عليها (الخطوة الثانية) نحصل على التغيرات الموسمية والعشوائية الأخيرة والتي يعبر عنها رياضيا:

$$\frac{y_t}{t_t c_t} = \frac{t_t c_t s_t i_t}{t_t c_t} = s_t i_t$$

الخطوة الثامنة: هي إعادة للخطوة الثالثة لكن باستخدام القيم التي حصلنا عليها في الخطوة السابقة وباستخدام متوسط متحرك مضاعف 5×3 بدلا من 3×3.

الخطوة التاسعة: هي إعادة للخطوة الرابعة ولكن باستخدام متوسط متحرك مضاعف 5×3 بدلا من 3×3 فنحصل على المركبة الموسمية الموضحة في الجدول التالي:

الجدول (٦,١٦). التقديرات الأولية للتغيرات الموسمية في سلسلة بيانات المسافرين.

السنوات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٤٩	٩٠,٤	٩٣,٧	١٠٥,٥	٩٩,٥	٩٦,٨	١٠٦,٧	١١٨,١	١١٨,٠	١٠٦,٩	٩٢,٢	٨١,٢	٩١,٣
١٩٥٠	٩٠,٥	٩٣,٢	١٠٥,٣	٩٩,٤	٩٦,٩	١٠٦,٧	١١٨,٢	١١٨,٤	١٠٦,٧	٩٢,٥	٨١,٣	٩١,٣
١٩٥١	٩٠,٧	٩٢,٣	١٠٤,٩	٩٩,٠	٩٧,٣	١٠٧,٠	١١٨,٨	١١٩,٠	١٠٦,٣	٩٢,٦	٨١,٤	٩١,١
١٩٥٢	٩١,١	٩١,١	١٠٤,٢	٩٨,٥	٩٧,٧	١٠٧,٥	١١٩,٧	١١٩,٤	١٠٦,٠	٩٢,٨	٨١,٣	٩٠,٩
١٩٥٣	٩١,٥	٨٩,٩	١٠٣,٢	٩٨,١	٩٧,٩	١٠٨,٦	١٢٠,٨	١٢٠,١	١٠٥,٧	٩٢,٧	٨١,٢	٩٠,٧
١٩٥٤	٩١,٧	٨٨,٩	١٠١,٩	٩٨,٠	٩٨,١	١٠٩,٨	١٢٢,٠	١٢٠,٤	١٠٥,٦	٩٢,٦	٨٠,٩	٩٠,٤
١٩٥٥	٩١,٧	٨٨,٤	١٠٠,٩	٩٧,٩	٩٨,١	١١١,١	١٢٣,١	١٢٠,٥	١٠٥,٦	٩٢,١	٨٠,٦	٩٠,١
١٩٥٦	٩١,٧	٨٨,٢	١٠٠,٢	٩٧,٨	٩٨,٢	١١٢,٠	١٢٣,٨	١٢٠,٣	١٠٥,٧	٩١,٧	٨٠,٤	٨٩,٩

الخطوة العاشرة: هي نفس الخطوة الخامسة لكن باستخدام المركبة العشوائية التي حصلنا عليها في الخطوة التاسعة.

الخطوة الحادية عشرة: بتقسيم نتائج الخطوة العاشرة على نتائج الخطوة السادسة نحصل على مركبة التغيرات العشوائية أو العرضية.

الخطوة الثانية عشرة: في هذه الخطة يتم استبدال القيم المتطرفة من المركبة العشوائية كما في الخطوة الثالثة فنحصل على بيانات معدلة هي بالضبط البيانات الأصلية ولكن بدون قيم متطرفة. بالنسبة للمثال المدروس فقد تم تعديل ١٠ قيم من القيم الـ ٩٦ التي تتألف منها السلسلة الأصلية.

المراحل التالية: يتم تكرار الخطوات الـ ١٢ السابقة مرتين متتاليتين ابتداء من البيانات المعدلة الناتجة في الخطوة الثانية عشرة من المرحلة الأولى بدلا من البيانات الأصلية.

المكونات الناتجة من المرحلة النهائية موضحة بالجداول التالية :

الجدول رقم (٦,١٧). المركبة الموسمية النهائية لسلسلة بيانات المسافرين.

السنوات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٤٩	٩٠,٧	٩٣,٩	١٠٥,٩	٩٩,٣	٩٧,٠	١٠٦,٦	١١٨,١	١١٧,٧	١٠٦,٤	٩١,٨	٨١,٤	٩١,٣
١٩٥٠	٩٠,٨	٩٣,٤	١٠٥,٨	٩٩,١	٩٧,٢	١٠٦,٧	١١٨,١	١١٨,٢	١٠٦,٢	٩٢,٠	٨١,٤	٩١,٣
١٩٥١	٩١,٠	٩٢,٦	١٠٥,٥	٩٨,٦	٩٧,٧	١٠٧,٠	١١٨,٥	١١٨,٨	١٠٦,٠	٩٢,٣	٨١,٤	٩١,١
١٩٥٢	٩١,٣	٩١,٣	١٠٤,٨	٩٨,٢	٩٨,٢	١٠٧,٧	١١٩,٢	١١٩,٤	١٠٥,٨	٩٢,٥	٨١,٣	٩٠,٨
١٩٥٣	٩١,٦	٩٠,١	١٠٣,٦	٩٧,٨	٩٨,٤	١٠٨,٨	١٢٠,٣	١٢٠,١	١٠٥,٦	٩٢,٦	٨١,١	٩٠,٥
١٩٥٤	٩١,٧	٨٩,١	١٠٢,٣	٩٧,٧	٩٨,٥	١١٠,٠	١٢١,٤	١٢٠,٤	١٠٥,٦	٩٢,٦	٨٠,٩	٩٠,٣
١٩٥٥	٩١,٦	٨٨,٥	١٠١,١	٩٧,٧	٩٨,٣	١١١,٢	١٢٢,٦	١٢٠,٦	١٠٥,٧	٩٢,٢	٨٠,٧	٩٠,٠
١٩٥٦	٩١,٦	٨٨,٢	١٠٠,٢	٩٧,٧	٩٨,٢	١١٢,٠	١٢٣,٤	١٢٠,٥	١٠٥,٩	٩١,٩	٨٠,٥	٨٩,٩

الجدول رقم (٦,١٨). مركبة الاتجاه العام النهائية لسلسلة بيانات المسافرين.

السنوات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٤٩	١٢٤,٩	١٢٥,٤	١٢٥,٨	١٢٦,١	١٢٦,٢	١٢٦,٢	١٢٦,٤	١٢٦,٧	١٢٧,١	١٢٧,٦	١٢٨,٣	١٢١,١
١٩٥٠	١٣٠,٣	١٣١,٨	١٣٣,٧	١٣٦,٠	١٣٨,٣	١٤٠,٥	١٤٢,٤	١٤٤,١	١٤٥,٩	١٤٨,٠	١٥٠,٩	١٥٤,٥
١٩٥١	١٥٨,٤	١٦٢,٢	١٦٤,٩	١٦٦,٤	١٦٧,٠	١٦٧,٤	١٦٨,٢	١٦٩,٩	١٧٢,٦	١٧٦,٠	١٧٩,٣	١٨٢,٠
١٩٥٢	١٨٣,٧	١٨٤,٥	١٨٥,١	١٨٦,١	١٨٧,٩	١٩٠,٦	١٩٤,٢	١٩٨,٢	٢٠٢,١	٢٠٥,٧	٢٠٩,٢	٢١٢,٩
١٩٥٣	٢١٧,٠	٢٢١,٠	٢٢٤,٣	٢٢٦,٣	٢٢٧,٢	٢٢٧,١	٢٢٦,٣	٢٢٥,٣	٢٢٤,٤	٢٢٣,٨	٢٢٣,٤	٢٢٣,٤
١٩٥٤	٢٢٤,٠	٢٢٦,٠	٢٢٩,٢	٢٣٣,١	٢٣٧,٠	٢٤٠,٢	٢٤٢,٦	٢٤٤,٤	٢٤٦,٣	٢٤٨,٦	٢٥١,٦	٢٥٥,٣
١٩٥٥	٢٥٩,٥	٢٦٣,٩	٢٦٨,٢	٢٧٢,٥	٢٧٦,٨	٢٨١,١	٢٨٥,٣	٢٨٩,٥	٢٩٣,٦	٢٩٧,٩	٣٠٢,٢	٢٠٦,١
١٩٥٦	٣٠٠,٩	٣١٣,٦	٣١٧,٦	٣٢٢,٠	٣٢٦.٣	٣٣٠,٢	٣٣٣,٠	٣٣٤,٦	٣٣٥,٥	٣٣٦,٢	٣٣٧,٥	٣٣٩,٤

الجدول رقم (٦,١٩). المركبة العشوائية النهائية لسلسلة بيانات المسافرين.

السنوات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٤٩	٩٨,٩	١٠٠,٢	٩٩,١	١٠٣,١	٩٨,٩	١٠٠,٣	٩٩,٢	٩٩,٢	١٠٠,٥	١٠١,٦	٩٩,٦	١٠٠,١
١٩٥٠	٩٧,٢	١٠٢,٣	٩٩,٧	١٠٠,٢	٩٢,٩	٩٩,٤	١٠١,١	٩٩,٨	١٠٢,٠	٩٧,٦	٩٢,٨	٩٩,٣
١٩٥١	١٠٠,٦	٩٩,٩	١٠٢,٤	٩٩,٣	١٠٥,٤	٩٩,٣	٩٩,٨	٩٨,٦	١٠٠,٦	٩٩,٧	١٠٠,٠	١٠٠,٢
١٩٥٢	١٠٢,٠	١٠٦,٨	٩٩,٥	٩٩,٠	٩٩,٢	١٠٦,٣	٩٩,٤	١٠٢,٣	٩٧,٨	١٠٠,٣	١٠١,١	١٠٠,٣
١٩٥٣	٩٨,٦	٩٨,٤	١٠١,٥	١٠٦,١	١٠٢,٤	٩٨,٤	٩٧,٠	١٠٠,٦	١٠٠,٠	١٠١,٨	٩٩,٣	٩٩,٤
١٩٥٤	٩٩,٣	٩٣,٤	١٠٠,٢	٩٩,٧	١٠٠,٣	٩٩,٩	١٠٢,٥	٩٩,٥	٩٩,٦	٩٩,٥	٩٩,٨	٩٩,٣
١٩٥٥	١٠١,٨	٩٩,٨	٩٨,٥	١٠١,١	٩٩,٢	١٠٠,٨	١٠٤,١	٩٩,٤	١٠٠,٥	٩٩,٧	٩٧,٢	١٠٠,٨
١٩٥٦	١٠٠,١	١٠٠,١	٩٩,٦	٩٩,٥	٩٩,٣	١٠١,١	١٠٠,٥	١٠٠,٤	٩٩,٩	٩٩,٠	٩٩,٧	١٠٠,٣

بعد تقدير المركبات الأساسية للسلسلة الزمنية يتم تطبيق سلسلة من الاختبارات التشخيصية لتحديد فيما إذا كانت عملية تحليل السلسلة ناجحة أم لا. هذه الاختبارات ليست إحصائية من الناحية الرياضية البحتة ولكنها مبنية على الاستدلال المنطقي*.

قد يبدو أن هذه الطريقة طويلة ومعقدة بسبب عدد الخطوات الكثيرة، لكن الفكرة الأساسية بسيطة وهي فصل المركبات الأساسية للسلسلة الزمنية (التغيرات الموسمية- الاتجاه العام والتغيرات الدورية- التغيرات العشوائية) واحدة تلو الأخرى، والخطوات والمراحل المتعددة مصممة لتمهيد وتحسين تقديرات كل مركبة من مركبات السلسلة الزمنية. ولعَل الخاصة الأساسية لهذه الطريقة أن إزالة أثر التغيرات الموسمية والعشوائية لا يتم في نفس الوقت كما هو الحال في طرائق تحليل السلاسل الزمنية التقليدية مما يعطي نتائج بشكل عام أكثر دقة.

* Forecasting، مرجع سابق، ص ١١٩.

(٦,١٢) طريقة STL

اقترحت هذه الطريقة من قبل كليفيلاند وشركاؤه Cleveland et al في عام ١٩٩٠م كبديلٍ لطريقة Census II. وSTL هي اختصار لـ Seasonal-Trend decomposition procedure based on Loess.

تعتمد هذه الطريقة نموذج الجمع بدلا من نموذج الضرب، وطريقة الحساب فيها أبسط من طريقة Census II لكنها غير مستقرة بالقرب من أطراف السلسلة لذلك فإن استخدامها قليل في التطبيقات العملية*.

---

* Forecasting، مرجع سابق، ص ١٢٥.

أسئلة ومسائل غير محلولة

١- عرف السلسلة الزمنية ثم تحدث عن مكوناتها.

٢- ما المقصود بتجزئة السلسلة الزمنية؟

٣- عرف نموذج الضرب Multiplicative Model.

٤- متى يستخدم نموذج الجمع Additive Model؟

٥- اشرح باختصار طرائق تحديد خط الاتجاه العام.

٦- عرف طريقة مكتب الإحصاء الأمريكي Census II ومتى اكتشفت هذه الطريقة؟

٧- ما أشهر نسخة من طريقة Census II؟ وما آخر نسخة منها؟

٨- من كم مرحلة وخطوة تتألف طريقة Census II؟

٩- ما الفرق بين طريقة Census II وبين طرائق تحليل السلاسل الزمنية التقليدية؟

١٠- ما الفرق بين طريقة Census II وبين طريقة STL؟

١١- ليكن لدينا الجدول التالي، الذي يمثل النقد المتداول (مليون ريال) خارج المصارف السعودية خلال الفترة: ١٩٦٣-١٩٩٨م:

الجدول رقم (٦,٢٠). النقد المتداول (مليون ريال) خارج المصارف السعودية خلال الفترة: ١٩٦٣-١٩٩٨م.

السنة	النقد المتداول خارج المصارف	السنة	النقد المتداول خارج المصارف	السنة	النقد المتداول خارج المصارف
١٩٦٣	٨٤٦	١٩٧٥	٨٥٥٩	١٩٨٧	٣٩٨٩٦
١٩٦٤	٩٧٨	١٩٧٦	١٣٦٠٨	١٩٨٨	٣٥٩٤٥
١٩٦٥	١١٠٤	١٩٧٧	١٧٩٧٠	١٩٨٩	٣٣٨٧٧
١٩٦٦	١٢٤١	١٩٧٨	٢١٠١٠	١٩٩٠	٤٤٧٧٦
١٩٩٧	١٣٧٤	١٩٧٩	٢٥١٩٩	١٩٩١	٤٤٦٢٠
١٩٩٨	١٤٥٣	١٩٨٠	٢٦١٤٤	١٩٩٢	٤٣٧٧٢

تابع الجدول رقم (٦,٢٠).

السنة	النقد المتداول خارج المصارف	السنة	النقد المتداول خارج المصارف	السنة	النقد المتداول خارج المصارف
١٩٦٩	١٥٢٩	١٩٨١	٣٠٤٢١	١٩٩٣	٤٢٦٢٣
١٩٧٠	١٦٤٢	١٩٨٢	٣٥٢٨١	١٩٩٤	٤٤٩٦٥
١٩٧١	١٩٥١	١٩٨٣	٣٤٦٥٥	١٩٩٥	٤٣٠٨٧
١٩٧٢	٢٤٨٨	١٩٨٤	٣٤٧٥٠	١٩٩٦	٤٣٠٣٨
١٩٧٣	٣٣٧٤	١٩٨٥	٣٦٨٦٨	١٩٩٧	٤٥٨٢٣
١٩٧٤	٥٠٥٢	١٩٨٦	٣٨٦٠٤	١٩٩٨	٤٥٠١٩

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة- وزارة التخطيط.

والمطلوب

أ) رسم شكل انتشار السلسلة الزمنية الممثلة لكمية النقود المتداولة خارج المصارف السعودية، ماذا يمكن أن نستنتج من هذا الشكل؟

ب) حساب المتوسطات المتحركة للسلسلة السابقة إذا كان طول فترة المتوسط المتحرك: ٣ و٥ و٧ سنوات على التوالي.

جـ) حساب معادلة الاتجاه العام باستخدام برنامج SPSS وتفسير نتائج المعالجة.

د) تقدير كمية النقود المتداولة في عامي ١٩٩٩م و٢٠٠٠م باستخدام معادلة الاتجاه العام.

هـ) حساب النسب (الأرقام القياسية) الدورية للسلسلة السابقة وتفسيرها.

١٢- ليكن لدينا الجدول التالي، الذي يمثل مبيعات محل درة الحاسبات الإلكترونية في مدينة الرياض (ألف ريال) خلال الفترة ١٩٩٨-٢٠٠٠ م:

الجدول رقم (٦,٢١). مبيعات محل درة الحاسبات الإلكترونية بآلاف الريالات خلال الفتـــرة ١٩٩٨-٢٠٠٠م.

السنة	الشهر	المبيعات	السنة	الشهر	المبيعات	السنة	الشهر	المبيعات
١٩٩٨م	١	٣٥	١٩٩٩م	١	٤٥	٢٠٠٠م	١	٤٥
	٢	٤٠		٢	٤٠		٢	٥٥
	٣	٣٥		٣	٣٥		٣	٥٠
	٤	٣٥		٤	٤٠		٤	٥٠
	٥	٤٠		٥	٤٥		٥	٤٥
	٦	٤٠		٦	٤٥		٦	٥٠
	٧	٤٠		٧	٥٠		٧	٥٥
	٨	٦٠		٨	٥٥		٨	٧٠
	٩	٧٠		٩	٧٥		٩	٨٠
	١٠	٤٠		١٠	٤٥		١٠	٦٥
	١١	٤٠		١١	٤٥		١١	٦٥
	١٢	٥٠		١٢	٥٠		١٢	٧٠

المصدر: فرضي.

والمطلوب

أ) رسم شكل انتشار السلسلة الزمنية الممثلة لمبيعات محل درة الحاسبات، ماذا يمكن أن نستنتج من هذا الشكل.

ب) حساب المتوسط المتحرك السنوي البسيط.

جـ) حساب المتوسط المتحرك السنوي الثنائي.

د) حساب التغيرات الموسمية.

هـ) حساب المتوسط الحسابي للأشهر.

و) حساب الأدلة (الأرقام القياسية) الشهرية المعدلة.

ز) تخليص بيانات السلسلة من أثر التغيرات الموسمية.

١٣- ليكن لدينا الجدول التالي ، الذي يمثل إنتاج الشركة العربية لصنع الزجاج (الكمية بالطن) خلال الفترة ١٩٩٥-١٩٩٩م :

الجدول رقم (٦,٢٢). إنتاج الشركة العربية لصنع الزجاج (الكمية بالطن) خلال الفترة ١٩٩٥-١٩٩٩م.

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
١٩٩٥م	٤	٦	٩	٣
١٩٩٦م	٥	٦	١٠	٤
١٩٩٧م	٦	٨	١١	٦
١٩٩٨م	٧	٦	١٣	٨
١٩٩٩م	٩	٥	١٤	١١

المصدر : فرضي.

والمطلوب

أ) رسم شكل انتشار السلسلة الزمنية الممثلة لإنتاج الزجاج.

ب) حساب معادلة الاتجاه العام باستخدام برنامج SPSS ثم تفسير نتائج المعالجة الآلية.

جـ) تقدير إنتاج الزجاج لكل فصل من فصول عام ٢٠٠٠ م باستخدام معادلة الاتجاه العام.

د) تصحيح التقديرات التي حصلت عليها في الطلب السابق بإدخال التعديلات الموسمية.

هـ) تصحيح التقديرات التي حصلت عليها في الطلب السابق بإدخال التعديلات الدورية.

الفصل السابع

استخدام طرائق التمهيد الأسي في التنبؤ الإداري

(٧,١) مقدمـــة

تعتبر طرائق التمهيد الأسي Exponential Smoothing من الطرائق المفيدة في التنبؤ عندما يكون المطلوب التنبؤ بعدد كبير من السلاسل الزمنية التي تتميز بالاستقرار النسبي دون حدوث تغيرات غير متوقعة فيها.

وتتميز هذه الطرائق بأنها تعطي وزنا نوعيا أكبر للقيم الأخيرة في السلسلة، وهذا لا يعني إهمال القيم الأخرى، لكن الأهمية النسبية للقيم تتناقص كلما رجعنا إلى الوراء. فإذا كان لدينا مجموعة من القيم:

$t_0, t_1, t_2, ..., t_n$ فالقيمة t_n هي أهم قيمة تليها t_{n-1} ، وهكذا...

ويعتبر التنبؤ قصير الأجل المجال المفضل لاستخدام طرائق التمهيد الأسي. كما تتميز هذه الطرائق بسهولة العمليات الحسابية وبقلة عدد القيم الضرورية للتنبؤ (قيم السلسلة الزمنية المراد التنبؤ بها أو تقديرها). وهاتين الميزتين أدتا إلى تطور كبير في استخدام هذه الطرائق.

في الحقيقة، تحاول الشركات دائما معرفة مخزونها السلعي واحتياجاتها من المواد الأولية بأقصى سرعة ممكنة، وقد تصل هذه المواد إلى المئات أو الآلاف، وهذا العدد الكبير لا يمكن التنبؤ به باستخدام طرائق التنبؤ السابقة لأنها تتطلب وقتا طويلا وتكلفة عالية، لذلك تلجأ هذه الشركات إلى استخدام طرائق التمهيد الأسي.

إن التمهيد الأسي هو مجموعة من الطرائق التجريبية أو العملية التي تعتمد على تمديد أو إطالة منحنى السلسلة الزمنية ، لكن السؤال الذي يطرح : كيف نمدد هذا أو ذاك المنحنى؟

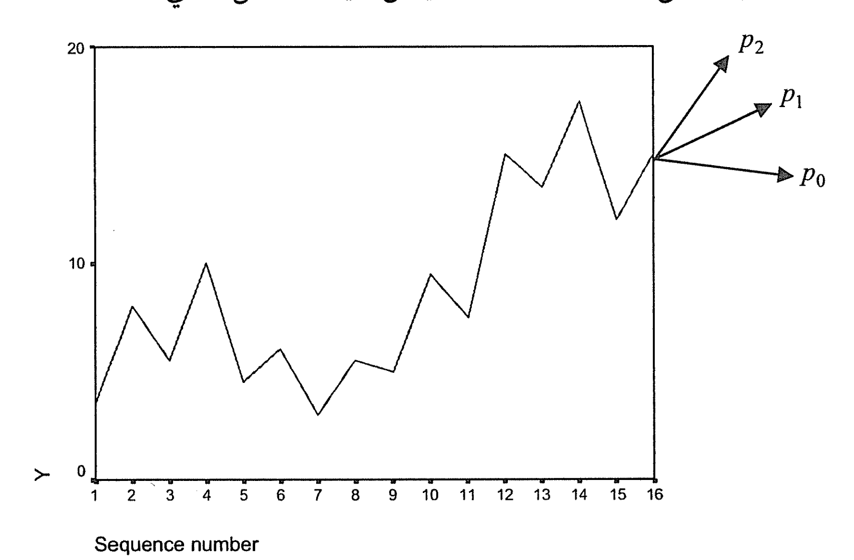
مثال (١): لنفرض أن لدينا السلسلة الزمنية التالية التي تمثل عدد المرضى الذين راجعوا أحد المشافي الحكومية خلال السنوات ١٩٩٤-١٩٩٧م :

الجدول رقم (٧,١). عدد المرضى الذين راجعوا أحد المشافي الحكومية خلال الفترة ١٩٩٤-١٩٩٧م (العدد بالآلاف).

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
١٩٩٤م	٣,٥	٨	٥,٥	١٠
١٩٩٥م	٤,٥	٦	٣	٥,٥
١٩٩٦م	٥	٩,٥	٧,٥	١٥
١٩٩٧م	١٣,٥	١٧,٥	١٢	٢٠

المصدر : فرضي.

إن شكل انتشار هذه السلسلة يمكن تمثيله بالشكل التالي :



الشكل رقم (٧,١). شكل انتشار السلسلة الزمنية للمثال (١).

نلاحظ أن هناك ثلاث إمكانيات على الأقل لتمديد المنحنى هي : p_0, p_1, p_2 فأيها نختار؟

إن دراسة منحنى الظاهرة حتى اللحظة n ، يعطي فكرة عامة عن كيفية تحديد هذا المنحنى. فمن الشكل أعلاه نلاحظ أن الامتداد p_1 هو أفضل امتداد ممكن لأنه يعبر عن تزايد المنحنى بالمتوسط ، لكن الأفضل إذا استطعنا أن نرجع منحنى الظاهرة أو السلسلة المدروسة إلى أحد الأشكال الرياضية المعروفة ، عندها يصبح من السهل تصور شكل المنحنى في المستقبل.

إن المنحنى الممثل لتغيرات السلسلة الزمنية في الماضي يمكن أن يكون خطيا ، أو أسيا ، أو جيبيا (سينيا) ، ... إلخ. الحالات الثلاث الأولى هي الأساس في طرائق التمهيد الأسي (التمهيد الأسي البسيط ، التمهيد الأسي المضاعف ، التمهيد الأسي الثلاثي).

المشكلة الأساسية في تطبيق طرائق التمهيد هي تحديد قيمة معامل التمهيد α الذي تنحصر قيمته بين الصفر والواحد. لنتعرف على كيفية تحديد هذا المعامل من خلال دراسة طرائق التمهيد المختلفة.

(٧,٢) التمهيد الأسي البسيط Simple Exponential Smoothing (SES)

يأخذ التمهيد الأسي البسيط الشكل العام التالي :

$$\hat{y}_{t+1} = \alpha y_t + (1-\alpha)\hat{y}_t \qquad (٧,١)$$

حيث : α معامل التمهيد و $0 < \alpha < 1$.

$\hat{y}_{t+1}$ القيمة المقدرة في الزمن $t+1$.

$\hat{y}_t$ القيمة المقدرة في الزمن t .

y_t القيمة الحقيقية أو الفعلية في الزمن t .

المعادلة (٧,١) يمكن استنتاجها على الشكل التالي :

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t + \frac{1}{n}[y_t - \hat{y}_t] \qquad (٧,٢)$$

حيث : n طول فترة التنبؤ (الفترة المراد التنبؤ لها).

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t + \frac{1}{n} y_t - \frac{1}{n} \hat{y}_t = \hat{y}_t (1 - \frac{1}{n}) + \frac{1}{n} y_t$$

وبفرض أن : $\alpha = \frac{1}{n}$ تصبح المعادلة :

$$\hat{y}_{t+1} = \alpha y_t + (1 - \alpha) \hat{y}_t$$

كما يمكن كتابة المعادلة (٧,١) بشكل آخر، فلو فرضنا أن :

$$e_t = y_t - \hat{y}_t$$

حيث e_t تمثل الفرق بين القيمة المقدرة والقيمة الحقيقية في الزمن t ، وبالتعويض في المعادلة (٧,٢) نحصل على :

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{y}_t + \alpha e_t \qquad (٧,٣)$$

نلاحظ أن المعادلة (٧,١) تكرارية بطبيعتها، أي أن الحل السابق يستعمل للحصول على الحل التالي، فلو عوضنا في المعادلة عن $\hat{y}_{t+1}$ بدلالة $\hat{y}_t$ ثم بدلالة $\hat{y}_{t-1}$ وهكذا....

$$\hat{y}_{t+1} = \alpha y_t + (1 - \alpha) \hat{y}_t$$

$$\hat{y}_t = \alpha y_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{y}_{t-1}$$

$$\hat{y}_{t-1} = \alpha y_{t-2} + (1 - \alpha) \hat{y}_{t-2}$$

....

لو عوضنا عن $\hat{y}_t$ بقيمتها في المعادلة (٧,١) نحصل على المعادلة التي جاءت منها تسمية التمهيد الأسي وهي :

$$\hat{y}_{t+1} = \alpha y_t + \alpha(1-\alpha) y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{t-2} + ... + \alpha(1-\alpha)^{n-1} y_1 \qquad (٧,٤)$$

إذا عوضنا بـ $\alpha = 0.1$ في المعادلة (٧,٤) نحصل على :

$$\hat{y}_{t+1} = 0.1 y_t + 0.09 y_{t-1} + 0.081 y_{t-2} + 0.073 y_{t-3} + ...$$

ومن أجل $\alpha = 0.5$ نحصل على :

$$\hat{y}_{t+1} = 0.5y_t + 0.25y_{t-1} + 0.125y_{t-2} + 0.063y_{t-3} + ...$$

وبشكل عام :

$$y_{t+1} = \sum_{j-0}^{t-1} \alpha (1-\alpha)^j y_{t-j} \qquad (٧,٥)$$

حيث نعطي للمشاهدة y_{t-j} معامل تثقيل أو ترجيح (وزن نوعي) : $\omega_j = \alpha(1-\alpha)^j$ يتناقص بشكل أسي كلما زاد عمر البيانات وبحيث تتحقق العلاقة :

$$\sum_j \omega_j = 1 \qquad (٧,٦)$$

ويتم تحديد قيمة معامل التمهيد α في التمهيد الأسي البسيط بطريقة تجريبية حيث نختار قيمة α التي تجعل مجموع مربع انحرافات الأخطاء في حده الأدنى :

$$Q(\alpha) = \sum_{t=1}^{n} (y_{t+1} - \hat{y}_{t+1})^2 = Min \qquad (٧,٧)$$

ويتم حساب الكمية $Q(\alpha)$ من أجل قيم مختلفة لـ α مبتدئين بـ $\alpha = 0.1$ ثم زيادتها بـ 0.1 ....

وأخيرا نختار قيمة α التي تقابل أقل قيمة لـ $Q(\alpha)$. وعادة تكون القيمة المثلى لـ α بين 0.1 و 0.3 .

أخطاء التنبؤ : لقد وجدنا في الفصل الخامس أن أكثر طريقتين لقياس أخطاء التنبؤ استخداما في مجال التمهيد الأسي هما : متوسط الانحرافات المطلقة الذي يعطى بالعلاقة :

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} / y_t - \hat{y}_t / \qquad (٧,٨)$$

ومتوسط الانحرافات الذي يعطى بالعلاقة :

$$BIAS = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (y_t - \hat{y}_t) \qquad (٧,٩)$$

حيث : $\hat{y}_t$ القيمة المقدرة في الزمن t.

y_t القيمة الحقيقية في الزمن t.

n طول السلسلة الزمنية.

ومع أن الطريقتين تبدوان متشابهتين في الشكل لكنهما تقيسان تأثيرات مختلفة، لأن متوسط الانحرافات المطلقة يجمع القيمة المطلقة للأخطاء، أي أن الأخطاء الموجبة والسالبة تجمع سويا ويتحدد بالتالي حجم الأخطاء مما يوحي بدقة نموذج التنبؤ. وبناء عليه قد نستنتج أن دقة التنبؤ هي بحدود ٩٠٪ وبالتالي فإن نسبة الخطأ هي بحدود ١٠٪ بالزيادة أو بالنقصان، ولذلك لا بد أن نتهيأ للحالات التي تكون فيها القيمة الحقيقية أكبر أو أقل من القيمة المتوقعة بـ ١٠٪. في المقابل متوسط الانحرافات يدل على اتجاه التنبؤ، هل هو منخفض جدا أو عالٍ جدا ومقدار ذلك بالزيادة أو بالنقصان. أي أن متوسط الانحرافات المطلقة يشير إلى متوسط قيمة الخطأ بينما يشير متوسط الانحرافات إلى اتجاه الخطأ.

مثال (٢): لنفرض أننا استخدمنا طريقتين للتنبؤ ثم اختبرنا جودتهما بمقارنتهما بالمعلومات المتوفرة عن أربعة أشهر وكانت النتائج كما هو موضح بالجدول التالي :

الجدول رقم (٧,٢). القيم الحقيقية والقيم المتوقعة وفق طريقتين للتنبؤ.

القيم المقدرة بالطريقة الأولى	١٠٢	١٠٧	١٠٦	١١٣
القيم المقدرة بالطريقة الثانية	١٠٤	١٠٥	١٠٧	١١٠
القيم الحقيقية	١٠٣	١٠٦	١٠٦	١١١

المصدر: فرضي.

ولحساب متوسط الانحرافات المطلقة ومتوسط الانحرافات نعد الجدول المساعد التالي :

الجدول رقم (٧,٣). الجدول المساعد لحساب متوسط الانحرافات المطلقة ومتوسط الانحرافات للمثال (٢).

القيم الحقيقية	نتائج الطريقة الأولى	نتائج الطريقة الثانية	الطريقة الأولى		الطريقة الثانية	
			$y_t - \hat{y}_t$	$\lvert y_t - \hat{y}_t \rvert$	$y_t - \hat{y}_t$	$\lvert y_t - \hat{y}_t \rvert$
١٠٣	١٠٢	١٠٤	١	١	١-	١
١٠٦	١٠٧	١٠٥	١-	١	١	١
١٠٦	١٠٦	١٠٧	٠	٠	١-	١
١١١	١١٣	١١٠	٢-	٢	١	١
–	–	–	٢-	٤	٠	٤

نلاحظ أن متوسط الانحرافات المطلقة للطريقة الأولى يساوي 1 بينما متوسط الانحرافات يساوي 0.5- ، ومتوسط الانحرافات المطلقة للطريقة الثانية يساوي 1 بينما متوسط الانحرافات يساوي صفر. إذا الطريقة الثانية هي أفضل من الطريقة الأولى.

قد يحدث أن تكون قيمة متوسط الانحرافات المطلقة أصغر من قيمة متوسط الانحرافات في الطريقة الأولى وأكبر في الطريقة الثانية أو بالعكس. في مثل هذه الحالات نأخذ بعين الاعتبار الظاهرة المدروسة والظروف المحيطة بها ، وبناء على هذه الظروف نقرر فيما إذا كانت طريقة الانحرافات المطلقة أو طريقة الانحرافات هي المقياس الأهم.

يستعمل متوسط الانحرافات المطلقة أحيانا كمؤشر تتبع (يتبع أثر التغير) في بعض النماذج التي تستخدم طريقة التنبؤ المتغير (من مرحلة إلى أخرى)، وفي هذا النوع من التنبؤ يتم فيه تغيير قيمة معامل التمهيد باستمرار بالزيادة أو بالنقصان حسب مؤشر التتبع إذا كان كبيرا أو صغيرا.

مثال (٣): لنحسب متوسط الانحرافات المطلقة ومتوسط الانحرافات للمثال (١) من أجل : $\alpha = 0.1$ و $\alpha = 0.3$.

يمكن اختيار القيمة المتوقعة الأولى بعدة طرق منها اعتبارها تساوي القيمة الحقيقية الأولى ، وبتطبيق المعادلة (٧,١) نحصل على :

$$\hat{y}_2 = \alpha y_1 + (1-\alpha)\hat{y}_1 = 0.1(3.5) + 0.9(3.5) = 3.5$$

$$\hat{y}_3 = 0.1(8) + 0.9(3.5) = 3.95$$

وبشكل مشابه يمكن أن نحصل على الجدول التالي :

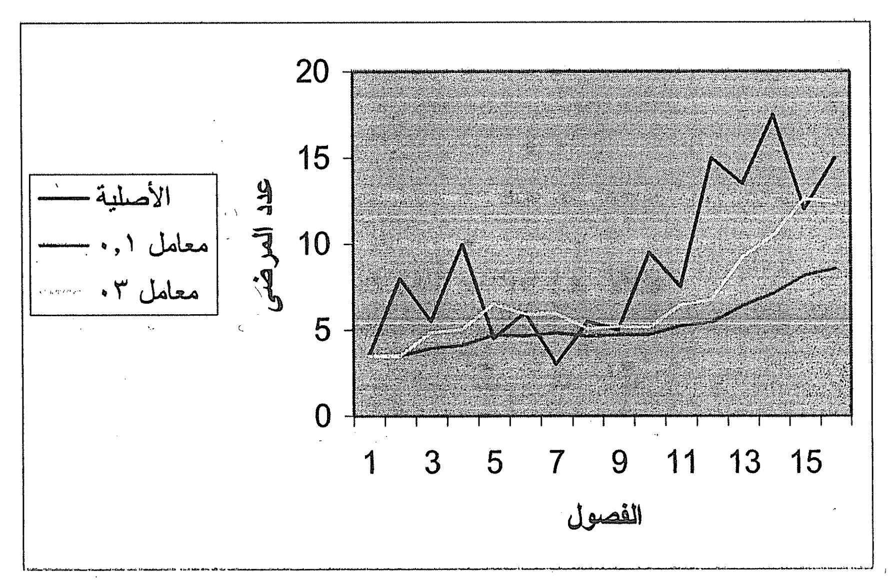
الجدول رقم (٧,٤). الجدول المساعد لحساب متوسط الانحرافات المطلقة والعادية للمثال (٣).

السنوات	الفصول	y_t	$\hat{y}_t$ $\alpha = 0.1$	$\hat{y}_t$ $\alpha = 0.3$	*bias* $\alpha = 0.1$	*bias* $\alpha = 0.3$	*mad* $\alpha = 0.1$	*mad* $\alpha = 0.3$
١٩٩٤	١	٣,٥	٣,٥	٣,٥	٠	٠	٠	٠
	٢	٨	٣,٥	٣,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥
	٣	٥,٥	٣,٩٥	٤,٨٥	١,٥٥	٠,٦٥	١,٥٥	٠,٦٥
	٤	١٠	٤,١١	٥,٠٥	٥,٨٩	٤,٩٥	٥,٨٩	٤,٩٥
١٩٩٥	١	٤,٥	٤,٦٩	٦,٥٣	٠,١٩-	٢,٠٣	٠,١٩	٢,٠٣
	٢	٦	٤,٦٥	٥,٩٢	١,٣٢	٠,٠٨	١,٣٢	٠,٠٨
	٣	٣	٤,٨١	٥,٩٥	١,٨١-	٢,٩٥-	١,٨١	٢,٩٥
	٤	٥,٥	٤,٦٣	٥,٠٦	٠٨٧	٠,٤٤	٠٨٧	٠,٤٤
١٩٩٦	١	٥	٤,٧١	٥,١٩	٠,٢٩	٠,١٩-	٠,٢٩	٠,١٩
	٢	٩,٥	٤,٧٤	٥,١٤	٤,٧٦	٤,٣٦	٤,٧٦	٤,٣٦
	٣	٧,٥	٥,٢٢	٦,٤٤	٢,٢٨	١,٠٦	٢,٢٨	١,٠٦
	٤	١٥	٥,٤٥	٦,٧٦	٩,٥٥	٨,٢٤	٩,٥٥	٨,٢٤
١٩٩٧	١	١٣,٥	٦,٤٠	٩,٢٣	٧,١	٤,٢٧	٧,١	٤,٢٧
	٢	١٧,٥	٧,١١	١٠,٥١	١٠,٣٩	٦,٩٩	١٠,٣٩	٦,٩٩
	٣	١٢	٨,١٥	١٢,٦١	٣,٨٥	٠,٦١-	٣,٨٥	٠,٦١
	٤	٢٠	٨,٥٤	١٢,٤٣	١١,٤٦	٧,٥٧	١١,٤٦	٧,٥٧
Σ	–	–	–	–	٦١,٨٢	٣٧,٣٣	٨٤,١٨	١٠٨,٦٧
–	–	–	–	–	$bias = 3.86$	$bias = 2.33$	$mad = 5.26$	$mad = 6.79$

نلاحظ أن قيمة الخطأ كبيرة وفق مقياس متوسط الانحرافات المطلقة في الحالتين ($\alpha = 1$ و $\alpha = 0.3$) وإن كانت أفضل قليلا في الحالة الأولى ($\alpha = 0.1$)، ونفس الملاحظة بالنسبة لمقياس متوسط الانحرافات لكن الحالة الثانية أفضل من الأولى ($\alpha = 0.3$). وتبدو هذه النتيجة طبيعية وذلك لأن نموذج التمهيد الأسي المستخدم بسيط جدا ولا يأخذ في الاعتبار التغيرات الموسمية وقيمة الاتجاه العام التي يجب أن تؤخذ بعين الاعتبار عند تحليل السلاسل الزمنية الموسمية. علما أن بعض نماذج التمهيد الأسي الأكثر تطورا مثل التمهيد الأسي المضاعف والثلاثي تعالج مثل هذه الحالة.

القيمة الموجبة لمقياس متوسط الانحرافات تدل على أن أغلب الأخطاء هي موجبة، أي أن التنبؤ متشائم (القيم المقدرة أقل من القيم الحقيقية). بينما تشير القيمة السالبة لهذا المقياس إلى أن أغلب الأخطاء هي سالبة، أي أن التنبؤ متفائل (القيم المقدرة أكبر من القيم الحقيقية).

نلاحظ في الشكل التالي أيضا أن كلا النموذجين يعطيان قيم مقدرة أقل من القيم الحقيقية لأغلب الفصول.



الشكل رقم (٧,٢). السلسلة الأصلية والسلسلتين المقدرتين للمثال (٣).

بشكل عام إذا وجدنا أن قيمة α التي تعطي أفضل النتائج هي أكبر من 0.3 فربما من الأفضل أن لا تستخدم طريقة التمهيد الأسي البسيط وإنما تستخدم طرائق أخرى أكثر تطورا في التنبؤ.

مثال (٤): لنفرض أن المبيعات الشهرية لأحد المحلات التجارية من مادة الصابون في الأشهر الستة عشر الماضية كانت على النحو المبين في الجدول رقم (٧,٥) والمطلوب: استخدام طريقة التمهيد الأسي البسيط في تمهيد (تقدير) السلسلة الممثلة لمبيعات الصابون إذا كانت $\alpha = 0.3$ في الحالات التالية:

١- باستخدام الطريقة اليدوية.

٢- باستخدام برنامج SPSS بحيث أن القيمة الابتدائية يتم اختيارها بشكل آلي من قبل البرنامج.

٣- باستخدام برنامج SPSS بحيث يتم تحديد القيمة الابتدائية من قبل المستخدم.

الجدول رقم (٧,٥). المبيعات الشهرية لأحد المحلات التجارية.

السنة	الأشهر	السلسلة الأصلية
١٩٩٧م	١	١٢٩٣
	٢	١٢٠٩
	٣	١٢٠٥
	٤	١٢٧٣
	٥	١٢٢٠
	٦	١٢٩٠
	٧	١٢٤٣
	٨	١٢٠٣
	٩	١٣٩٠
	١٠	١٣٦٠
	١١	١٣٥٣
	١٢	١٣٤٣

تابع الجدول رقم (٧,٥).

السنة	الأشهر	السلسلة الأصلية
١٩٩٨م	١	١٣٦٤
	٢	١٣٣٠
	٣	١٣٧٧
	٤	١٣٣٢

المصدر: فرضي.

الحالة الأولى: الطريقة اليدوية: ذكرنا سابقا، أن القيمة المقدرة الأولى يمكن اختيارها بعدة طرائق من بين حلول طريقة المربعات الصغرى المرجحة أو المثقلة، من هذه الحلول الوسط الحسابي للقيمتين الأوليتين في السلسلة:

$$\hat{y}_1 = \frac{1293+1209}{2} = 1251$$

بعد ذلك نطبق المعادلة (٧,١) على الشكل التالي:

$$t=1 \Rightarrow \hat{y}_2 = \alpha y_1 + (1-\alpha)\hat{y}_1 = 0.3(1293)+0.7(1251) \approx 1264$$

$$t=2 \Rightarrow \hat{y}_3 = 0.3(1209)+0.7(1264) \approx 1247$$

إذا تابعنا الخطوات بنفس الأسلوب نحصل على الجدول التالي:

الجدول رقم (٧,٦). المبيعات الشهرية لأحد المحلات التجارية والقيم المقدرة لها.

السنة	الأشهر	السلسلة الأصلية	السلسلة المقدرة (الممهدة)
١٩٩٧م	١	١٢٩٣	١٢٥١
	٢	١٢٠٩	١٢٦٤
	٣	١٢٠٥	١٢٤٧
	٤	١٢٧٣	١٢٣٥
	٥	١٢٢٠	١٢٤٦

تابع الجدول رقم (٧,٦).

السنة	الأشهر	السلسلة الأصلية	السلسلة المقدرة (الممهدة)
١٩٩٧م	٦	١٢٩٠	١٢٣٨
	٧	١٢٤٣	١٢٥٤
	٨	١٢٠٣	١٢٥١
	٩	١٣٩٠	١٢٣٦
	١٠	١٣٦٠	١٢٨٢
	١١	١٣٥٣	١٣٠٦
	١٢	١٣٤٣	١٣٢٠
١٩٩٨م	١	١٣٦٤	١٣٢٧
	٢	١٣٣٠	١٣٣٨
	٣	١٣٧٧	١٣٣٦
	٤	١٣٣٢	١٣٤٨
	٥	-	١٣٤٣

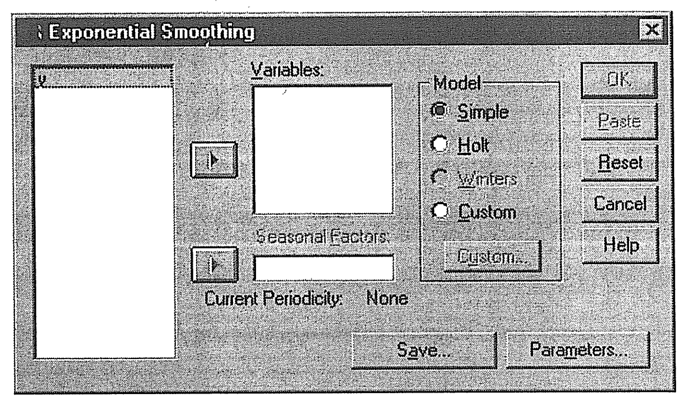
ومجوع مربعات الخطأ يساوي ٤٩٧١٠.

الحالة الثانية: باستخدام برنامج SPSS بحيث أن القيمة الابتدائية يتم اختيارها بشكل آلي من قبل البرنامج.

لتنفيذ المثال السابق على برنامج SPSS نتبع الخطوات التالية :

١- نشغل البرنامج وندخل بيانات الجدول رقم (٧,٥)، كما مر معنا سابقا.

٢- نفتح قائمة التطبيقات الإحصائية Statistics ونختار منها السلاسل الزمنية Time series ثم تمهيد أسي Exponential Smoothing، فتظهر نافذة الحوار التالية :



الشكل رقم (٧,٣). نافذة الحوار الخاصة بنماذج التمهيد الأسي.

نلاحظ من هذه النافذة أن هناك أربعة نماذج للتمهيد الأسي: بسيط Simple، وهو الخيار الفرضي، ونموذج Holt الخطي ونموج Winters ونموذج مخصص Custom يتم اختياره من قبل المستخدم.

٣- ننقل المتغير y الذي يمثل قيم السلسلة الزمنية الأصلية إلى قائمة المتغيرات تحت Variables.

٤- نفتح تبويب المعالم Parameters، فتظهر نافذة الحوار التالية:

الشكل رقم (٧,٤). نافذة الحوار الخاصة بتحديد قيمة معامل التمهيد والقيمة الابتدائية.

٥- نلاحظ أن قيمة معامل التمهيد General Alpha الفرضية تساوي إلى ٠,١ نقوم بتغيرها إلى ٠,٣ ثم نختار استمرار Continue من نفس النافذة فنعود إلى النافذة السابقة.

٦- نضغط على مفتاح الإدخال فنحصل على النتائج التالية :

الجدول رقم (٧,٧). نتائج تمهيد سلسلة المثال (٤)، الحالة الثانية.

323-6-2 - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Statistics Graphs Utilities Window Help

1:y 1293

	y	fit_1	err_1	var	var	var
1	1293.00	1299.06250	-6.06250			
2	1209.00	1297.24375	-88.24375			
3	1205.00	1270.77063	-65.77063			
4	1273.00	1251.03944	21.96056			
5	1220.00	1257.62761	-37.62761			
6	1290.00	1246.33932	43.66068			
7	1243.00	1259.43753	-16.43753			
8	1203.00	1254.50627	-51.50627			
9	1390.00	1239.05439	150.94561			
10	1360.00	1284.33807	75.66193			

SPSS Processor is ready

نلاحظ من هذه النتائج أن هناك ثلاثة أعمدة :

- الأول يمثل السلسلة الأصلية.

- الثاني يمثل السلسلة الممهدة fit-1.

- الثالث يمثل سلسلة الفروق بين السلسلة الأصلية والسلسلة الممهدة err-1.

كما أن مجموع مربعات الخطأ يساوي ٥٣٣٤٨.

الحالة الثالثة: إذا كانت القيمة الابتدائية يتم تحديدها من قبل المستخدم.

نتبع نفس خطوات الحالة الثانية، لكننا نقوم بتحديد القيم الأولية Initial values بعد تحديد قيمة معامل التمهيد مباشرة، حيث نختار مخصص Custom بدلا من آلي Automatic، فتنشط خليتيان: الأولى تتضمن القيمة الابتدائية Starting نكتب فيها قيمة الوسط الحسابي للقيمتين الأوليتين في السلسلة الأصلية، والثانية تتضمن الاتجاه العام Trend نكتب فيها قيمة الوسط الحسابي للسلسلة الأصلية، فنحصل على الشكل التالي:

Exponential Smoothing: Parameters
Trend: None
Seasonal Component: None
General (Alpha)
Value: 0.3
Grid Search:
Start: 0 Stop: 1 By: .1
Trend (Gamma)
Value: .1
Grid Search:
Start: 0 Stop: 1 By: .2
Seasonal (Delta)
Value: .1
Grid Search:
Start: 0 Stop: 1 By: .2
Trend Mod. (Phi)
Value: .1
Grid Search:
Start: .1 Stop: .9 By: .2
Initial Values
Automatic
Custom:
Starting: 1251
Trend: 1299
Continue
Cancel
Help
Display only 10 best models for grid search

الشكل رقم (٧,٥). نافذة تحديد القيمة الابتدائية في التمهيد الأسي البسيط.

نتابع باقي الخطوات فنحصل على النتائج التالية :

الجدول رقم (٧،٨). نتائج تمهيد سلسلة المثال (٤)، الحالة الثالثة.

323-6-2 - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Statistics Graphs Utilities Window Help

1:y 1293

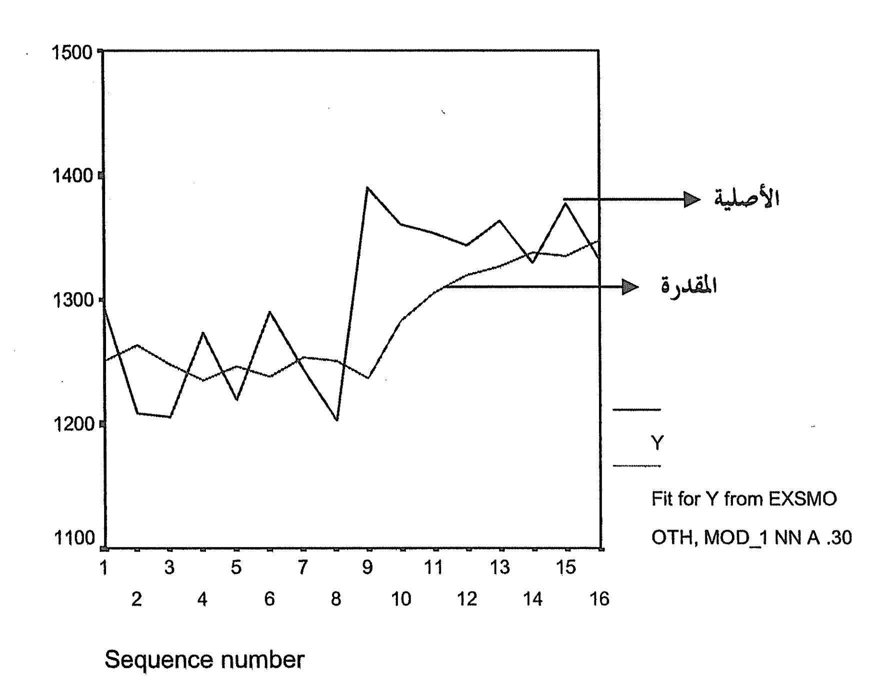
	y	fit_1	err_1	var	var	var
1	1293.00	1251.00000	42.00000			
2	1209.00	1263.60000	-54.60000			
3	1205.00	1247.22000	-42.22000			
4	1273.00	1234.55400	38.44600			
5	1220.00	1246.08780	-26.08780			
6	1290.00	1238.26146	51.73854			
7	1243.00	1253.78302	-10.78302			
8	1203.00	1250.54812	-47.54812			
9	1390.00	1236.28368	153.71632			
10	1360.00	1282.39858	77.60142			

SPSS Processor is ready

ومجموع مربعات الخطأ يساوي ٤٩٥٨٣.

وبمقارنة مجموع مربعات الخطأ في الحالات الثلاث نلاحظ أن نتائج الحالة الثالثة أفضل من باقي النتائج، وهي نفس الطريقة اليدوية لكن نتائجها أكثر دقة لذلك يفضل استخدامها في التطبيقات.

وبتمثيل السلسلتين الأصلية والممهدة وفق الحالة الثالثة باستخدام برنامج SPSS نحصل على الشكل التالي :



الشكل رقم (٧,٦). السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة للمثال (٤).

نلاحظ أن السلسلة الممهدة أقل تقلبا من السلسلة الأصلية، كما أن قيمها بالمتوسط أقل من قيم السلسلة الأصلية.

بعد الحصول على السلسلة الممهدة يمكن استخدامها في التنبؤ باستخدام نموذج الانحدار الخطي البسيط، أو نعتبرها هي القيم المتنبأ بها كما مر معنا في المثالين ٣ و٤، مثلا يمكن تقدير مبيعات الصابون في شهر أيار (مايو) من عام ١٩٩٨م اعتمادا على المبيعات الفعلية على الشكل التالي:

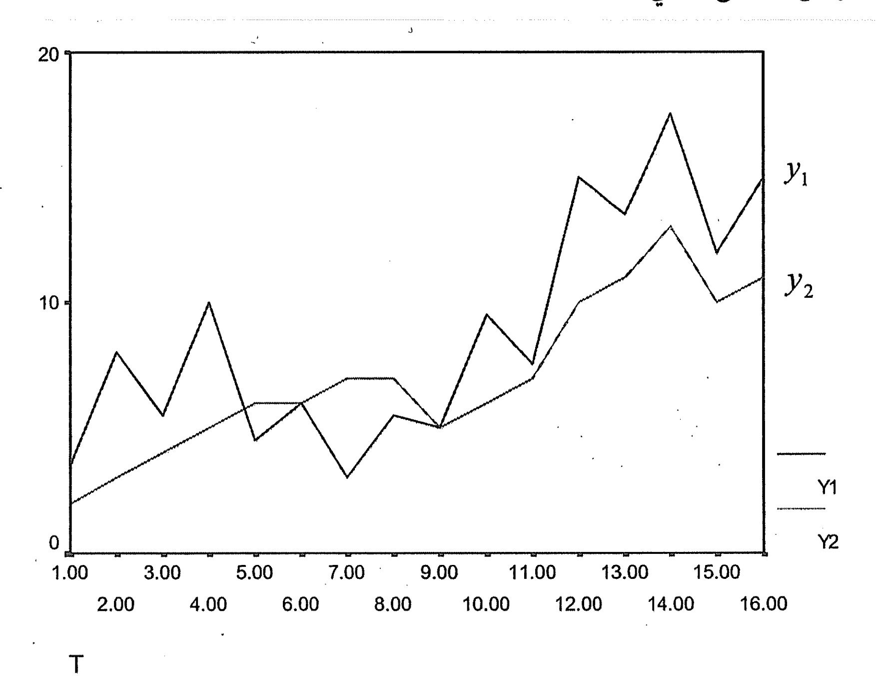
$$\hat{y}_{17} = \alpha y_{16} + (1-\alpha)\hat{y}_{16} = 0.3(1332) + 0.7(1348) = 1343$$

أما بالنسبة لبقية الأشهر فيمكن اعتبار القيمة المقدرة السابقة هي القيمة الحقيقية على النحو التالي:

$$\hat{y}_{18} = \alpha\hat{y}_{17} + (1-\alpha)\hat{y}_{16} = 0.3(1343) + 0.7(1348) = 1347$$

وهكذا بالنسبة لبقية الأشهر.

بشكل عام نختار قيمة صغيرة لـ α عندما تكون البيانات شديدة التقلب، بينما نستعمل قيمة أكبر لـ α عندما تكون البيانات شبه مستقرة أو أن تغيراتها غير شديدة كما يظهر من الشكل التالي:



الشكل رقم (٧,٧). اختيار قيمة α حسب تغيرات السلسلة الزمنية.

نلاحظ أن السلسلة y_1 ذات تقلبات شديدة لذلك نستخدم قيمة صغيرة لـ α بينما نستخدم قيمة كبيرة لـ α في السلسلة y_2 لأن تقلباتها أقل شدة من السلسلة y_1 والمثالين التاليين يوضحان هذه الفكرة.

مثال (٥): ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل المبيعات الفصلية لمخابز الريان في مدينة الرياض من الخبز بالطن خلال الفترة ١٩٩٤-١٩٩٨م، والمطلوب رسم

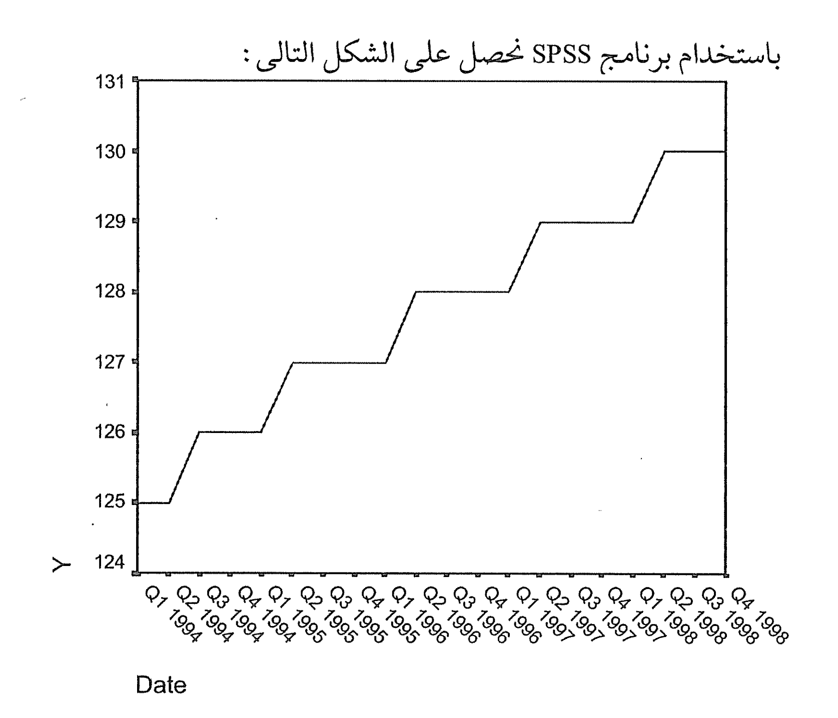
وتمهيد السلسلة الممثلة لمبيعات الخبز آليا باستخدام معاملي تمهيد : $\alpha = 0.1$ و $\alpha = 0.3$ ثم المقارنة بين النتائج في الحالتين.

الجدول رقم (٧,٩). مبيعات مخابز الريان الفصلية من الخبز بالطن خلال الفترة ١٩٩٤-١٩٩٨م.

السنوات	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
١٩٩٤م	١٢٥	١٢٥	١٢٦	١٢٦
١٩٩٥م	١٢٦	١٢٧	١٢٧	١٢٧
١٩٩٦م	١٢٧	١٢٨	١٢٨	١٢٨
١٩٩٧م	١٢٨	١٢٩	١٢٩	١٢٩
١٩٩٨م	١٢٩	١٣٠	١٣٠	١٣٠

المصدر: فرضي.

باستخدام برنامج SPSS نحصل على الشكل التالي :



الشكل رقم (٧,٨). شكل انتشار سلسلة المثال (٥).

نلاحظ من شكل الانتشار أن السلسلة تزداد بمعدل ثابت ولا تحتوي على تقلبات كبيرة.

لنعتبر أن القيمة الابتدائية تساوي إلى متوسط القيمتين الأوليتين ١٢٥ وأن الاتجاه العام يساوي المتوسط الحسابي للسلسلة ويساوي ١٢٧,٧ ، وبتطبيق طريقة التمهيد الأسي البسيط من أجل $\alpha = 0.1$ و $\alpha = 0.3$ حصلنا على الجدول التالي :

الجدول رقم (٧,١٠). السلسلة الأصلية والسلسلتين الممهدتين للمثال (٥).

السلسلة الأصلية	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.3$
١٢٥	١٢٥,٠	١٢٥,٠
١٢٥	١٢٥,٠	١٢٥,٠
١٢٦	١٢٥,٠	١٢٥,٠
١٢٦	١٢٥,١	١٢٥,٣
١٢٦	١٢٥,٢	١٢٥,٥
١٢٧	١٢٥,٣	١٢٥,٧
١٢٧	١٢٥,٤	١٢٦,١
١٢٧	١٢٥,٦	١٢٦,٣
١٢٧	١٢٥,٧	١٢٦,٥
١٢٨	١٢٥,٩	١٢٦,٧
١٢٨	١٢٦,١	١٢٧,١
١٢٨	١٢٦,٣	١٢٧,٤
١٢٨	١٢٦,٤	١٢٧,٦
١٢٩	١٢٦,٦	١٢٧,٧
١٢٩	١٢٦,٨	١٢٨,١
١٢٩	١٢٧,١	١٢٨,٤

تابع الجدول رقم (٧,١٠).

السلسلة الأصلية	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.3$
١٢٩	١٢٧,٣	١٢٨,٦
١٣٠	١٢٧,٤	١٢٨,٧
١٣٠	١٢٧,٧	١٢٩,١
١٣٠	١٢٧,٩	١٢٩,٤
مجموع مربعات الخطأ	٥٨,٧٠٤٤٥	١٤,٤٩٩٥٣

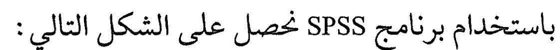
نلاحظ من هذا الجدول أن مجموع مربعات الخطأ في حالة $\alpha = 0.1$ يساوي تقريبا أربعة أضعاف مجموع مربعات الخطأ في حالة $\alpha = 0.3$ ، لذلك يفضل استخدام قيمة كبيرة لمعامل التمهيد إذا كانت السلسلة تتزايد (أو تتناقص) بمعدل ثابت ولا تحتوي على تقلبات كبيرة.

مثال (٦): لنفرض أن الجدول التالي يمثل المبيعات الفصلية لمخابز الريان في مدينة الرياض من المعجنات والحلويات ما عدا الخبز بالطن خلال الفترة ١٩٩٤-١٩٩٨م. والمطلوب رسم وتمهيد السلسلة الممثلة لمبيعات المعجنات والحلويات آليا باستخدام معاملي تمهيد: $\alpha = 0.1$ و $\alpha = 0.3$ ثم المقارنة بين النتائج في الحالتين.

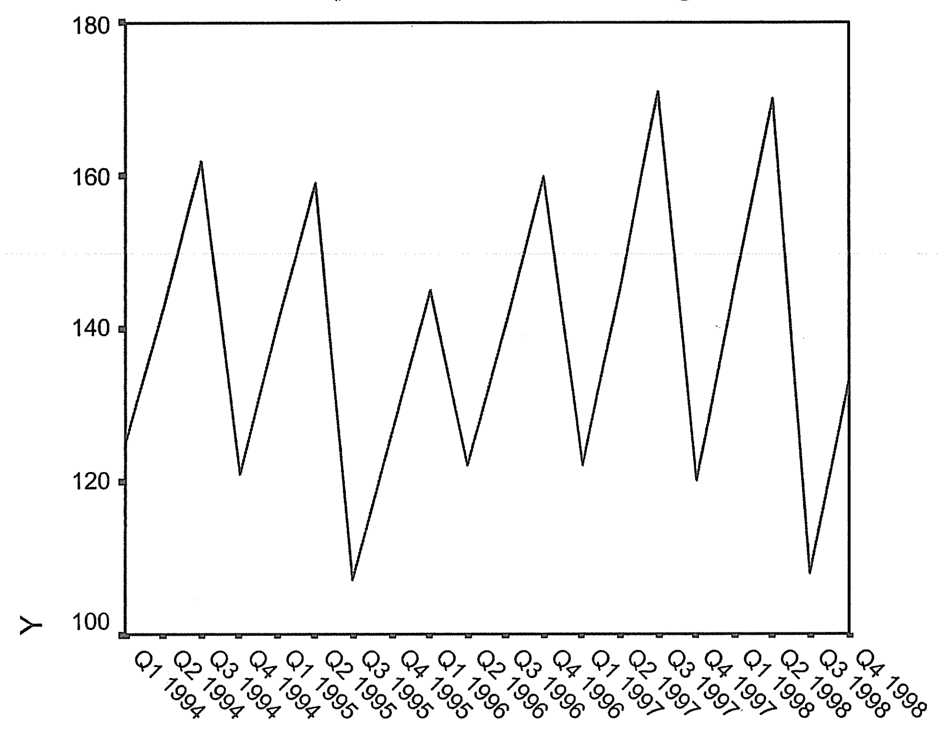
الجدول رقم (٧,١١). مبيعات مخابز الريان الفصلية من المعجنات والحلويات بالطن خلال الفترة ١٩٩٤-١٩٩٨م.

السنوات	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
١٩٩٤م	١٢٥	١٤٣	١٦٢	١٢١
١٩٩٥م	١٤٠	١٥٩	١٠٧	١٢٦
١٩٩٦م	١٤٥	١٢٢	١٤١	١٦٠
١٩٩٧م	١٢٢	١٤٦	١٧١	١٢٠
١٩٩٨م	١٤٥	١٧٠	١٠٨	١٣٣

المصدر: فرضي.



باستخدام برنامج SPSS نحصل على الشكل التالي :



الشكل رقم (٧,٩). شكل انتشار سلسلة المثال (٦).

نلاحظ من هذا الشكل أن هناك اتجاه عام متناقص ولكن توجد تقلبات شديدة في السلسلة.

لنعتبر أن القيمة الابتدائية تساوي إلى متوسط القيمتين الأوليتين ١٣٤ وأن الاتجاه العام يساوي المتوسط الحسابي للسلسلة ويساوي ١٣٨,٣ ، وبتطبيق طريقة التمهيد الأسي البسيط من أجل $\alpha = 0.1$ و $\alpha = 0.3$ حصلنا على الجدول التالي :

الجدول رقم (٧,١٢). السلسلة الأصلية والسلسلتين الممهدتين للمثال (٥).

السلسلة الأصلية	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.3$
١٢٥	١٣٤,٠	١٣٤,٠
١٤٣	١٣٣,١	١٣١,٣
١٦٢	١٣٤,١	١٣٤,٨
١٢١	١٣٦,٩	١٤٣,٠
١٤٠	١٣٥,٣	١٣٦,٤
١٥٩	١٣٥,٨	١٣٧,٥
١٠٧	١٣٨,١	١٤٣,٩
١٢٦	١٣٥,٠	١٣٢,٨
١٤٥	١٣٤,١	١٣٠,٨
١٢٢	١٣٥,٢	١٣٥,١
١٤١	١٣٣,٩	١٣١,١
١٦٠	١٣٤,٦	١٣٤,١
١٢٢	١٣٧,١	١٤١,٩
١٤٦	١٣٥,٦	١٣٥,٩
١٧١	١٣٦,٦	١٣٨,٩
١٢٠	١٤٠,١	١٤٨,٦
١٤٥	١٣٨,١	١٤٠,٠
١٧٠	١٣٨,٨	١٤١,٥
١٠٨	١٤١,٩	١٥٠,٠
١٣٣	١٣٨,٥	١٣٧,٤
مجموع مربعات الخطأ	٧٩٣٢,٢٤٢٤٧	٩٤٣٢,٧٦٧١٤

نلاحظ من هذا الجدول أن مجموع مربعات الخطأ في حالة $\alpha = 0.1$ أقل من مجموع مربعات الخطأ في حالة $\alpha = 0.3$ ، لذلك يفضل استخدام قيمة صغيرة لمعامل التمهيد إذا كانت السلسلة تحتوي على تقلبات كبيرة.

التمهيد الأسي البسيط باستخدام معامل تمهيد متغير

لقد اعتبرنا فيما سبق، أن معامل التمهيد الأسي α يتم تحديده بشكل تجريبي، حيث نختار قيمة α التي تجعل مجموع مربعات الانحرافات أقل ما يمكن. هناك طريقة أخرى تستخدم معامل تمهيد متغير تسمى ARRSES وهي اختصار لـ Adaptive Response Rate Simple Exponential Smoothing.

تهدف هذه الطريقة إلى تغيير قيمة α بشكل يتناسب ونمط بيانات السلسلة الأصلية. وتبدو هذه الطريقة مغرية، خصوصا إذا كان عدد قيم السلسلة يتجاوز المئات أو الآلاف.

المعادلة الأساسية لهذه الطريقة هي نفس معادلة التمهيد الأسي البسيط باستثناء α التي يتم استبدالها بـ α_t كما يتضح من العلاقة التالية:

$$\hat{y}_{t+1} = \alpha_t y_t + (1-\alpha_t)\hat{y}_t$$

أما قيم معامل التمهيد المتغير فيتم حسابها من العلاقات التالية:

$$\alpha_{t+1} = \left|\frac{A_t}{M_t}\right|$$

$$A_t = \beta E_t + (1-\beta)A_{t-1}$$

$$M_t = \beta|E_t| + (1-\beta)M_{t-1}$$

$$E_t = y_t - \hat{y}_t$$

$$0 < \beta < 1$$

إن هذه الطريقة لا تختلف عن طريقة التمهيد الأسي البسيط سوى أن قيمة α تتغير بشكل آلي من مرحلة إلى أخرى بشكل يتوافق والتغير في نمط البيانات، حيث تحتاج α إلى فترة أو فترتين أو ربما ثلاث فترات لتتوافق والتغير في نمط البيانات.

تعتبر هذه الطريقة مفيدة في التطبيق العملي عندما تكون قيم السلسلة كبيرة وعندما لا تحتوي السلسلة المدروسة على تغيرات موسمية ولا اتجاه عام.

ولاستخدام هذه الطريقة ينبغي تحديد كل من : $\hat{y}_2, \alpha_2, \beta, M_1, A_1$. ويمكن تحديد هذه القيم على الشكل التالي :

أ) $\hat{y}_2 = y_1$.

ب) $A_1 = M_1 = 0$.

جـ) $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \beta = 0$. وبمجرد حساب التنبؤ في الفترة t+1 يمكن تحديث قيمة α_t واستخدامها في حساب التنبؤ في الفترة اللاحقة.

(٧,٣) التمهيد الأسي المضاعف (نموذج براون الخطي)

(DES) Double Exponential Smoothing

إن طريقة التمهيد الأسي البسيط تؤدي إلى تمهيد السلسلة الأصلية ، لكن السلسلة الممهدة تقع تحت السلسلة الأصلية (كما لاحظنا في المثالين ٣ و٤)، وبالتالي يؤدي ذلك إلى تقديرات متشائمة (دون المتوسط)، لذلك نلجأ إلى طريقة التمهيد الأسي المضاعف أو الثنائي.

إن طريقة التمهيد الأسي المضاعف هي تعميم لطريقة التمهيد الأسي البسيط إذا كان الاتجاه العام خطيا. حيث نمهد البيانات الأصلية حسب الاتجاه العام ثم نمهد البيانات التي حصلنا عليها في المرحلة الأولى. ويمكن التعبير عن هذه الطريقة بالعلاقات التالية :

$$s'_t = \alpha y_t + (1-\alpha)s'_{t-1}$$

$$s''_t = \alpha s'_t + (1-\alpha)s''_{t-1}$$

$$a_t = s'_t + (s'_t - s''_t) = 2s'_t - s''_t$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha}(s'_t - s''_t)$$

$$\hat{y}_{t+1} = a_t + b_t \qquad (٧,١٠)$$

واستخدام التمهيد الأسي المضاعف يمر بنفس مراحل التمهيد الأسي البسيط ، حيث يجب تحديد قيمة α أولا ، ثم تحديد القيمة الأولية (القيمة المتوقعة الأولى) ، ويمكن اعتبارها تساوي القيمة الأولى في السلسلة :

$$s_0' = s_0'' = y_0$$

مثال (٧): الجدول التالي يمثل مبيعات أحد محلات التسوق الكبرى الفصلية ، والمطلوب : استخدام طريقة التمهيد الأسي البسيط والتمهيد الأسي المضاعف في تمهيد السلسلة الزمنية الممثلة لهذه المبيعات.

الجدول رقم (٧,١٣). المبيعات الفصلية لأحد محلات التسوق بآلاف الريالات.

السنوات	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
١٩٩٠م	-	٩٠٥٠	٩٣٨٠	٩٣٧٨
١٩٩١م	٩٦٨٠	١٠١٠٠	١٠١٦٠	١٠٤٦٩
١٩٩٢م	١٠٧٣٨	١٠٩١٠	١١٠٥٨	١١٠١٦
١٩٩٣م	١٠٨٦٩	١١٠٣٤	١١١٣٥	١٠٨٤٥
١٩٩٤م	١١١٠٨	١١١١٥	١١٤٢٤	١٠٨٩٥
١٩٩٥م	١١٤٣٧	١١٣٥٢	١١٣٨١	١١٤٠١
١٩٩٦م	١١٥٠٧	١١٤٥٣	١١٥٦١	-

المصدر: فرضي.

لنفرض أن $\alpha = 0.3$ وأن $s_0' = s_0'' = y_0 = 9050$

$$t = 1 \Rightarrow s_1' = \alpha y_1 + (1-\alpha)s_0' = 03\ (9380) + 0.7\ (9050) = 2814 + 6335 = 9149$$

$$s_1'' = \alpha s_1' + (1-\alpha)s_0'' = 0.3(9149) + 0.7(9050) = 2745 + 6335 = 9080$$

$$a_1 = 2s_1' - s_1'' = 2(9149) - 9080 = 9218$$

$$b_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}(s_1' - s_1'') = \frac{0.3}{0.7}(9149 - 9080) = 0.43(69) = 30$$

$$\hat{y}_2 = a_1 + b_1 = 9218 + 30 = 9248$$

وباستخدام برنامج SPSS نتبع الخطوات التالية:

١- ندخل بيانات الجدول في عمود نسميه y.

٢- نفتح قائمة التطبيقات الإحصائية ونختار منها السلاسل الزمنية ثم تمهيد أسي.

٣- نختار من نافذة نماذج التمهيد الأسي Holt (الشكل رقم ٧,٣).

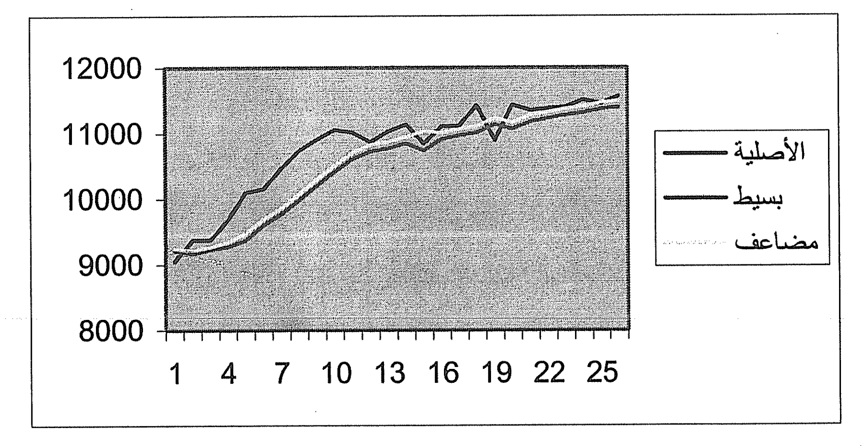
٤- نفتح تبويب المعالم ونحدد قيمة $\alpha = 0.3$ و $\gamma = 0$ ، ثم نختار من نفس النافذة مخصص ونحدد القيمة الابتدائية بـ ٩٢١٨ والاتجاه العام بـ ٣٠ (الشكل رقم ٧,٤).

٥- نختار استمرار ثم ok فنحصل على نتائج التمهيد المضاعف كما يظهر من الجدول التالي:

الجدول رقم (٧,١٤). السلسلة الأصلية والسلسلتان المقدرتان وفق التمهيد الأسي البسيط والمضاعف للمثال (٧).

السنوات	الفصل الأول			الفصل الثاني			الفصل الثالث			الفصل الرابع		
	أصلية	بسيط	مضاعف	أصلية	بسيط	مضاعف	أصلية	بسيط	مضاعف	أصلية	بسيط	مضاعف
١٩٩٠	-	-	-	٩٠٥٠	٩٢١٨	٩٢٤٨	٩٣٨٠	٩١٦٨	٩٢١٩	٩٣٧٨	٩٢٣١	٩٢٩٧
١٩٩١	٩٦٨٠	٩٢٧٥	٩٣٥١	١٠١٠٠	٩٣٩٧	٩٤٨٠	١٠١٦٠	٩٦٠٨	٩٦٩٦	١٠٤٦٩	٩٧٧٣	٩٨٦٥
١٩٩٢	١٠٧٣٨	٩٩٨٢	١٠٧٨٤	١٠٩١٠	١٠٢٠٩	١٠٩٨٦	١١٠٥٨	١٠٤١٩	١١١٧٨	١١٠١٦	١٠٦١١	١١٣٥٤
١٩٩٣	١٠٨٦٩	١٠٧٣٢	١١٤٦٦	١١٠٣٤	١٠٧٧٣	١١٤٩٠	١١١٣٥	١٠٨٥٢	١١٥١٥	١٠٨٤٥	١٠٧٣٧	١١٥٣٢
١٩٩٤	١١١٠٨	١٠٩٠٩	١١٠٠٩	١١١١٥	١٠٩٦٩	١١٠٦٩	١١٤٢٤	١١٠١٣	١١١١٢	١٠٨٩٥	١١١٣٦	١١٢٣٦
١٩٩٥	١١٤٣٧	١١٠٦٤	١١١٦٤	١١٣٥٢	١١١٧٦	١١٢٧٦	١١٣٨١	١١٢٢٩	١١٣٢٩	١١٤٠١	١١٢٧٤	١١٣٧٤
١٩٩٦	١١٥٠٧	١١٣١٢	١١٤١٢	١١٤٥٣	١١٣٧١	١١٤٧١	١١٥٦١	١١٣٩٥	١١٤٩٥	-	-	-

الشكل التالي يمثل السلسلة الأصلية والسلسلتان المقدرتان وفق التمهيد الأسي البسيط والمضاعف للمثال السابق:



الشكل رقم (٧,١٠). السلسلة الأصلية والسلسلتين المقدرتين وفق التمهيد الأسي البسيط والمضـــاعف للمثال (٧).

نلاحظ من الشكل أن التمهيد الأسي البسيط متشائم (القيم المقدرة أقل من الحقيقية بالمتوسط)، بينما التمهيد الأسي المضاعف متفائل (القيم المقدرة أكبر من الحقيقة بالمتوسط).

(٧,٤) التمهيد الأسي المضاعف (نموذج هولت الخطي)

Linear Holt's Model

لا يختلف نموذج هولت الخطي عن نموذج براون الخطي سوى في معامل التمهيد، حيث يتضمن نموذج هولت معاملي تمهيد بدلا من معامل واحد في نموذج براون.

يعطى نموذج هولت الخطي بالعلاقات التالية:

$$s_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(s_{t-1} - b_{t-1})$$

$$b_t = \gamma(s_t - s_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$$

$$\hat{y}_{t+1} = s_t + b_t \qquad (٧,١١)$$

ولاستخدام هذا النموذج يجب تحديد قيمة كل من :

أ) α و γ.

ب) s_0 و b_0.

لنطبق هذه الطريقة على المثال رقم (٧) :

أ) نفرض أن $\alpha = 0.2$ و $\gamma = 0.3$.

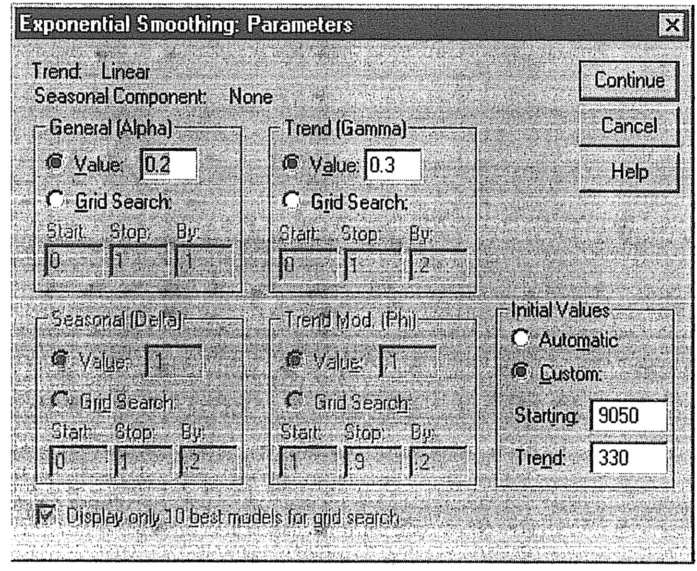
(اختيار α و γ تجريبي بحيث يحققان أقل انحرافات ممكنة، لكن هذه الطريقة طويلة جدا حتى لو استخدمت البرامج الإحصائية الجاهزة، لذلك يتم اختيارهما بشكل كيفي في أغلب الأحيان).

ب) نعتبر أن : $s_0 = y_0 = 9050$.

جـ) نعتبر أن : $b_0 = y_1 - y_0 = 9380 = 9050 = 330$.

د) $t = 0 \Rightarrow \hat{y}_1 = s_0 + b_0 = 9050 + 330 = 9380$.

وباستخدام برنامج SPSS نتبع نفس الخطوات المتبعة في الفقرة السابقة باستثناء قيمة معاملي التمهيد والقيمة الابتدائية والاتجاه العام، حيث نحددهما كما هو موضح بالشكل التالي :



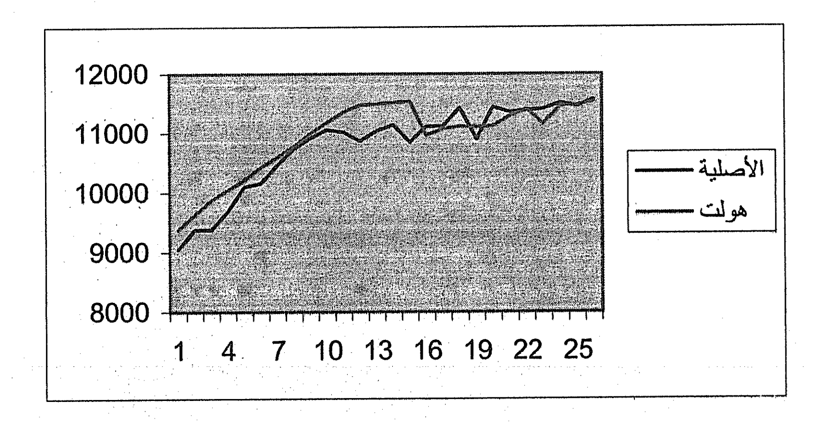
الشكل رقم (٧,١١). نافذة تحديد معاملات التمهيد والقيمة الابتدائية والاتجاه العام في نموذج هولت الخطي.

وبمتابعة نفس خطوات الفقرة السابقة نحصل على الجدول التالي :

الجدول رقم (٧,١٥). السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة وفق نموذج هولت الخطي للمثال (٧).

السنوات	الفصل الأول		الفصل الثاني		الفصل الثالث		الفصل الرابع	
	أصلية	هولت	أصلية	هولت	أصلية	هولت	أصلية	هولت
١٩٩٠	-	-	٩٠٥٠	٩٣٨٠	٩٣٨٠	٩٦٢٤	٩٣٧٨	٩٨٧١
١٩٩١	٩٦٨٠	١٠٠٣٨	١٠١٠٠	١٠٢١١	١٠١٦٠	١٠٤٢٧	١٠٤٦٩	١٠٥٩٥
١٩٩٢	١٠٧٣٨	١٠٧٨٤	١٠٩١٠	١٠٩٨٦	١١٠٥٨	١١١٧٨	١١٠١٦	١١٣٥٤
١٩٩٣	١٠٨٦٩	١١٤٦٦	١١٠٣٤	١١٤٩٠	١١١٣٥	١١٥١٥	١٠٨٤٥	١١٥٣٢
١٩٩٤	١١١٠٨	١١٤٤٧	١١١١٥	١١٤١١	١١٤٢٤	١١٣٦٦	١٠٨٩٥	١١٣٩٥
١٩٩٥	١١٤٣٧	١١٢٨٣	١١٣٥٢	١١٣١٠	١١٣٨١	١١٣١٨	١١٤٠١	١١٣٣٤
١٩٩٦	١١٥٠٧	١١٣٥٤	١١٤٥٣	١١٤٠١	١١٥٦١	١١٤٣١	-	-

نلاحظ أن السلسلة المقدرة وفق نموذج هولت أقرب إلى السلسلة الأصلية من تلك المقدرة حسب نموذج براون، كما يظهر من الشكل التالي :



الشكل رقم (٧,١٢). السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة وفق نموذج هولت الخطي للمثال (٧).

(٧,٥) التمهيد الأسي الثلاثي (نموذج براون التربيعي)

Triple-Exponential-Smoothing (TES)

لقد وجدنا سابقا، أن طريقة التمهيد الأسي المضاعف هي تعميم لطريقة التمهيد الأسي البسيط إذا كان الاتجاه العام خطيا، حيث نمهد البيانات الأصلية حسب الاتجاه العام ثم نمهد البيانات الممهدة مرة أخرى.

إن طريقة التمهيد الأسي الثلاثي هي تعميم لطريقة التمهيد الأسي البسيط إذا كان الاتجاه العام غير خطي، حيث نمهد بيانات السلسلة الأصلية ثلاث مرات متتالية.

يعطى هذا النموذج بالعلاقات التالية:

$$s'_t = \alpha y_t + (1-\alpha)s'_{t-1}$$

$$s''_t = \alpha s'_t + (1-\alpha)s''_{t-1}$$

$$s'''_t = \alpha s''_t + (1-\alpha)s'''_{t-1}$$

$$a_t = 3s'_t - 3s''_t + s'''_t$$

$$b_t = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2}[(6-5\alpha)s'_t - (10-8\alpha)s''_t + (4-3\alpha)s'''_t]$$

$$c_t = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}(s'_t - 2s''_t + s'''_t)$$

$$\hat{y}_{t+1} = a_t + b_t + c_t \qquad (٧,١٢)$$

ولاستخدام هذا النموذج يجب تحديد:

أ) قيمة α.

ب) يمكن اعتبار أن: $s'_0 = s''_0 = s'''_0 = y_0$.

ولا يختلف هذا النموذج عن النموذج التالي سوى في معامل التمهيد، حيث يتضمن هذا النموذج معامل تمهيد واحد يستخدم في تمهيد البيانات بشكل متتالٍ، بينما يتضمن نموذج ونترز ثلاث معاملات تمهيد مختلفة، وبما أن نموذج ونترز يأخذ بعين الاعتبار التغيرات الموسمية لذلك يفضل استخدامه مع البيانات الموسمية.

(٧,٦) التمهيد الأسي الثلاثي (نموذج ونترز) Winter's Model

لقد جرى تطوير نموذج هولت الخطي من قبل ونترز في عام ١٩٦٠م ليعالج التغيرات الموسمية مباشرة. يتضمن هذا النموذج ثلاثة أنواع من التمهيد هي : التمهيد الكلي أو العام والتمهيد الاتجاهي والتمهيد الموسمي ، وهو يشبه نموذج هولت مع إضافة معادلة واحدة لمعالجة التغيرات الموسمية كما يظهر من العلاقات التالية* :

التمهيد الكلي أو العام. $s_t = \alpha \frac{y_t}{I_{t-l}} + (1-\alpha)(s_{t-1} + b_{t-1})$

التمهيد الاتجاهي. $b_t = \gamma(s_t - s_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$

التمهيد الموسمي. $I_t = \delta \frac{y_t}{s_t} + (1-\delta)I_{t-l}$

$$\hat{y}_{t+1} = (s_t + b_t)I_{t-l} \qquad (٧,١٣)$$

حيث l هي طول الفترة الموسمية ($l = 12$ إذا كانت البيانات شهرية و$l = 4$ إذا كانت البيانات فصلية).

ولاستخدام هذا النموذج يجب تحديد :

أ) α, β, δ .

ب) يمكن اعتبار أن : $s_{l+1} = y_{l+1}$.

جـ) b_{l+1} .

د) يمكن اعتبار أن : $I_1 = \frac{y_1}{\bar{y}}, I_2 = \frac{y_2}{\bar{y}}, ...$.

حيث : $\bar{y} = \sum_{t=1}^{l} \frac{y_t}{l}$.

يعتبر هذا النموذج من أفضل نماذج التمهيد الأسي ، لكنه يتطلب عمليات حسابية طويلة وصعبة بالرغم من استعمال المعالجة الآلية.

---

* Forecasting ، مرجع سابق، ص ١٦٤.

ولاستخدام هذا النموذج في برنامج SPSS يجب أن تكون البيانات موسمية ويظهر إلى جانب كل قيمة تاريخها، لذلك نعرف متغير يمثل التاريخ إلى جانب المتغير الممثل للسلسلة الزمنية، مثلا، تصبح بيانات المثال (٧) كما يلي:

الجدول رقم (٧,١٦). يوضح بيانات السلسلة الزمنية للمثال (٧) مرفقة بالزمن.

323-6-4 - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Statistics Graphs Utilities Window Help

1:y 9050

	y	year_	quarter_	date_	var	var	var
1	9050.00	1990	2	Q2 1990			
2	9380.00	1990	3	Q3 1990			
3	9378.00	1990	4	Q4 1990			
4	9680.00	1991	1	Q1 1991			
5	10100.00	1991	2	Q2 1991			
6	10160.00	1991	3	Q3 1991			
7	10469.00	1991	4	Q4 1991			
8	10738.00	1992	1	Q1 1992			
9	10910.00	1992	2	Q2 1992			
10	11058.00	1992	3	Q3 1992			

SPSS Processor is ready

مثال (٨): استخدم نموذج ونترز في تمهيد بيانات الجدول رقم (٧,١٦) باستخدام برنامج SPSS، ثم مثل بيانات السلسلة الأصلية والسلاسل المقدرة وفق طرائق التمهيد الأسي الثلاث (البسيط والمضاعف والثلاثي). ماذا يمكن أن نستنتج من الشكل البياني؟

لتمهيد بيانات الجدول رقم (٧,١٦) باستخدام برنامج SPSS نتبع الخطوات التالية:

١ – نفتح قائمة التطبيقات الإحصائية ونختار منها السلاسل الزمنية ثم التمهيد الأسي.

٢ – نختار من نافذة نماذج التمهيد الأسي نموذج ونترز Winters (الشكل رقم ٧,٣).

٣– نفتح تبويب المعالم ونحدد القيم التالية :

$$\alpha = 0.3$$
$$\gamma = 0.4$$
$$\delta = 0.5$$
$$starting = 9050$$
$$trend = 330$$

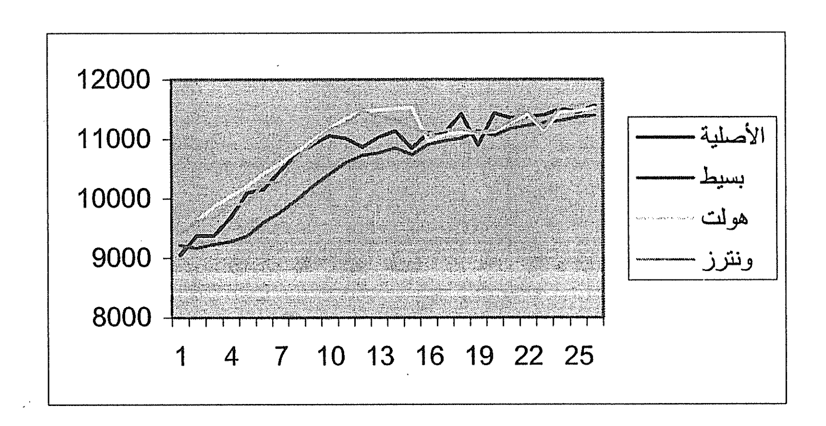
نتابع باقي الخطوات كالمعتاد فنحصل على تقدير قيم السلسلة وفق نموذج ونترز كما هو موضح بالجدول التالي :

الجدول رقم (٧,١٧). السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة وفق نموذج ونترز للمثال (٧).

السنوات	الفصل الأول		الفصل الثاني		الفصل الثالث		الفصل الرابع	
	أصلية	ونترز	أصلية	ونترز	أصلية	ونترز	أصلية	ونترز
١٩٩٠م	–	–	٩٠٥٠	٩٣٧٨	٩٣٨٠	٩٦٢٧	٩٣٧٨	٩٦٨١
١٩٩١م	٩٦٨٠	٩٩١٧	١٠١٠٠	٩٩١٧	١٠١٦٠	١٠٢٧٥	١٠٤٦٩	١٠٢٨٥
١٩٩٢م	١٠٧٣٨	١٠٦٩٩	١٠٩١٠	١٠٩٣٣	١١٠٥٨	١١١٥٧	١١٠١٦	١١٢٦١
١٩٩٣م	١٠٨٦٩	١١٤٧٣	١١٠٣٤	١١٣٧٩	١١١٣٥	١١٣٢٩	١٠٨٤٥	١١١٩٧
١٩٩٤م	١١١٠٨	١١٠٩٦	١١١١٥	١١١٥٣	١١٤٢٤	١١١٦٩	١٠٨٩٥	١١١١١
١٩٩٥م	١١٤٣٧	١١١٥٤	١١٣٥٢	١١٣١٣	١١٣٨١	١١٤٧٨	١١٤٠١	١١١٨٠
١٩٩٦م	١١٥٠٧	١١٥٥٣	١١٤٥٣	١١٥٥٩	١١٥٦١	١١٦٤١	–	–

نلاحظ من الشكل التالي أن سلسلة التمهيد البسيط تقع تحت منحنى السلسلة الأصلية (تقدير متشائم) بينما تقع سلسلة التمهيد المضاعف (نموذج هولت الخطي) فوق منحنى السلسلة الأصلية (تقدير متفائل)، في حين تقع سلسلة التمهيد الثلاثي

(نموذج ونترز) بين منحنى سلسلة التمهيد البسيط ومنحنى سلسلة التمهيد المضاعف، أي أنها أقرب إلى منحنى السلسلة الأصلية كما يظهر من الشكل التالي:



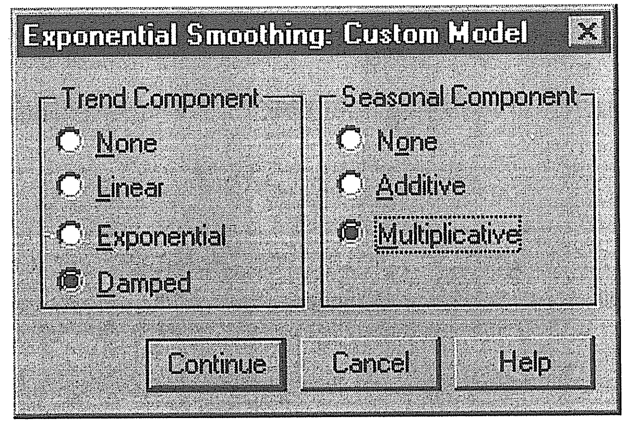
الشكل رقم (٧,١٣). يوضح السلسلة الأصلية والسلاسل المقدرة وفق طرائق التمهيد الثلاث.

نتيجة هامة: إن نماذج التمهيد الأسي هي نماذج تجريبية، حيث يتم تجريب قيم مختلفة لمعاملات التمهيد ويتم اختيار المعاملات التي تجعل مجموع مربع انحرافات القيم المقدرة عن القيم الحقيقية في حده الأدنى.

بالنسبة للمثال السابق يمكن إيجاد نموذج قريب من نموذج وينترز بحيث تكون القيم المقدرة وفق النموذج المقترح أفضل من تلك المقدرة وفق نموذج ونترز على النحو التالي:

١ - نختار "نموذج مخصص Custom model" بدلا من النماذج المعروفة من نافذة نماذج التمهيد الأسي.

٢- نفتح قائمة مخصص المنسدلة ثم نختار منها نوع المركبة الاتجاهية متخامد Damped والمركبة الفصلية نموذج ضرب Multiplicative كما يظهر من الشكل التالي:



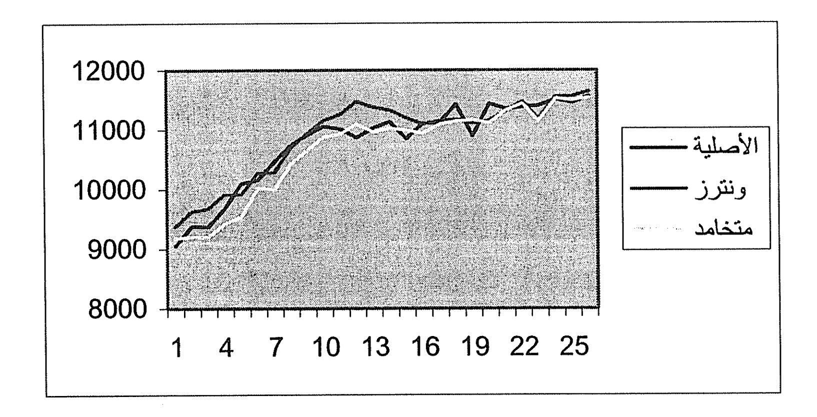
الشكل رقم (٧,١٤). نافذة تحديد نوع المركبة الاتجاهية والموسمية.

٣- نختار نفس القيم التي اخترناها في نموذج ونترز وسنحصل على السلسلة المقدرة التالية :

الجدول رقم (٧,١٨). السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة وفق النموذج المتخامد للمثال (٧).

السنوات	الفصل الأول		الفصل الثاني		الفصل الثالث		الفصل الرابع	
	أصلية	متخامد	أصلية	متخامد	أصلية	متخامد	أصلية	متخامد
١٩٩٠م	–	–	٩٠٥٠	٩١٨٠	٩٣٨٠	٩٢٠٦	٩٣٧٨	٩٢٠٢
١٩٩١م	٩٦٨٠	٩٤٢٤	١٠١٠٠	٩٥٤٣	١٠١٦٠	١٠٠٢٦	١٠٤٦٩	١٠٠٠٢
١٩٩٢م	١٠٧٣٨	١٠٤٣٤	١٠٩١٠	١٠٦٥٣	١١٠٥٨	١٠٨٧٨	١١٠١٦	١٠٩٢٩
١٩٩٣م	١٠٨٦٩	١١٠٩٦	١١٠٣٤	١٠٩٥٩	١١١٣٥	١١٠٢٦	١٠٨٤٥	١٠٩٩٤
١٩٩٤م	١١١٠٨	١٠٩٤٢	١١١١٥	١١٠٩٣	١١٤٢٤	١١١٤٥	١٠٨٩٥	١١١٦٧
١٩٩٥م	١١٤٣٧	١١١١٠	١١٣٥٢	١١٣٣٠	١١٣٨١	١١٤٤٠	١١٤٠١	١١١٤٦
١٩٩٦م	١١٥٠٧	١١٥٢٤	١١٤٥٣	١١٤٨٩	١١٥٦١	١١٥٤٠	–	–

وبمقارنة مجموع مربع انحرافات القيم المقدرة عن القيم الحقيقية نجدها في طريقة ونترز تساوي إلى ١٣٨٧٤٦٥ ، بينما في الطريقة المقترحة تساوي إلى ١٣٣٨٣٧٢ . الشكل البياني التالي يوضح هذه النتيجة :



الشكل رقم (٧,١٥). يوضح الشكل البياني للسلسلة الأصلية والسلسلتين المقدرتين وفق نموذج ونترز والنموذج المتخامد للمثال (٧).

لقد عالجنا في هذا الفصل السلاسل الموسمية الفصلية، وبنفس الأسلوب تعالج السلاسل الموسمية الأخرى، كما يظهر من المثال التالي:

مثال (٩): لنفرض أن الجدول التالي يمثل عدد حوادث المرور الشهرية المسجلة على طريق عام الرياض- الدمام خلال السنوات الأربع الأخيرة، والمطلوب: تقدير هذه السلسلة آليا وفق نموذج ونترز.

الجدول رقم (٧,١٩). عدد حوادث السير الشهرية على طريق الرياض-الدمام خلال الفترة ١٩٩٧-٢٠٠٠م.

السنة	الشهر	عدد الحوادث	السنة	الشهر	عدد الحوادث	السنة	الشهر	عدد الحوادث	السنة	الشهر	عدد الحوادث
١٩٩٧م	١	١٦	١٩٩٨م	١	١٤	١٩٩٩م	١	١٤	٢٠٠٠م	١	١٥
	٢	١٦		٢	١٥		٢	١٥		٢	١٦
	٣	٢٠		٣	١٨		٣	١٩		٣	٢٠
	٤	٢٦		٤	٢٤		٤	٢٢		٤	٢١
	٥	٢٩		٥	٣٣		٥	٣٠		٥	٣١
	٦	٣٥		٦	٢٧		٦	٣٥		٦	٣٤

تابع الجدول رقم (٧,١٩).

السنة	الشهر	عدد الحوادث	السنة	الشهر	عدد الحوادث	السنة	الشهر	عدد الحوادث	السنة	الشهر	عدد الحوادث
١٩٩٧م	٧	٣٩	١٩٩٨م	٧	٣٥	١٩٩٩م	٧	٣٥	٢٠٠٠م	٧	٣٦
	٨	٣٦		٨	٢٧		٨	٣٣		٨	٣٤
	٩	٢٥		٩	١٩		٩	٢١		٩	٢٢
	١٠	٢٠		١٠	١٣		١٠	٢١		١٠	٢٠
	١١	١٤		١١	١٠		١١	١٦		١١	١٥
	١٢	١٤		١٢	١١		١٢	١٠		١٢	١١

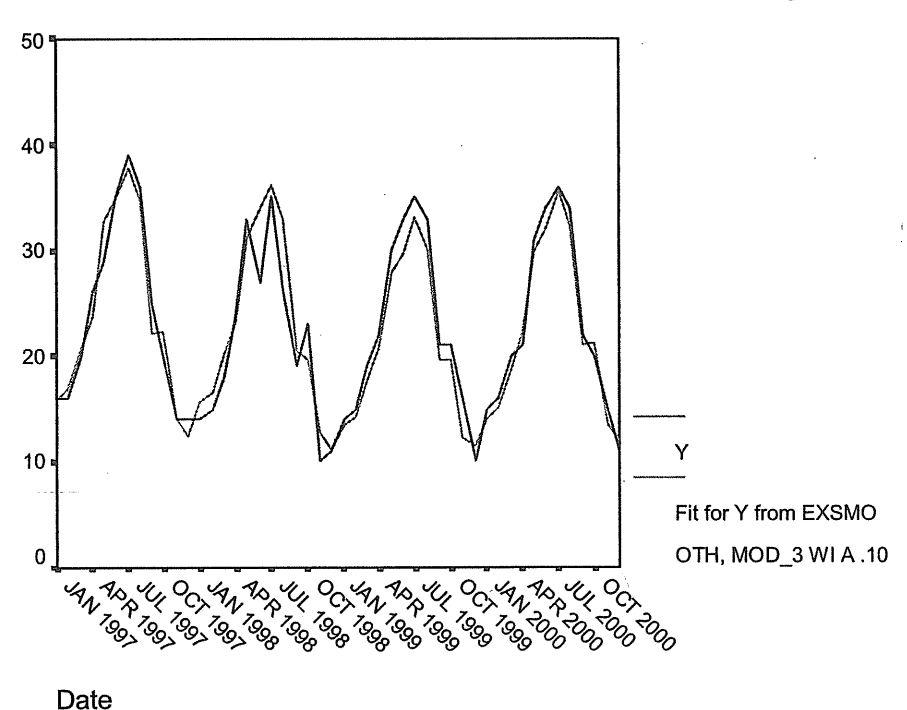
المصدر: فرضي.

الحل: ندخل السلسلة إلى البرنامج مرفقة بتاريخ كل قيمة من قيمها، ثم نختار نموذج ونترز الفرضي (أي أن قيم المعاملات والقيمة الابتدائية والاتجاه العام يتم تحديدها بشكل آلي)، فنحصل على السلسلة المقدرة التالية:

الجدول رقم (٧,٢٠). السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة وفق نموذج ونترز للمثال (٩).

السنة	الشهر	عدد الحوادث		السنة	الشهر	عدد الحوادث		السنة	الشهر	عدد الحوادث		السنة	الشهر	عدد الحوادث	
		الأصلية	المقدرة			الأصلية	المقدرة			الأصلية	المقدرة			الأصلية	المقدرة
١٩٩٧م	١	١٦	١٦	١٩٩٨م	١	١٤	١٦	١٩٩٩م	١	١٤	١٣	٢٠٠٠م	١	١٥	١٤
	٢	١٦	١٧		٢	١٥	١٧		٢	١٥	١٤		٢	١٦	١٥
	٣	٢٠	٢١		٣	١٨	٢٠		٣	١٩	١٨		٣	٢٠	١٩
	٤	٢٦	٢٤		٤	٢٤	٢٣		٤	٢٢	٢١		٤	٢١	٢٢
	٥	٢٩	٣٣		٥	٣٣	٣١		٥	٣٠	٢٨		٥	٣١	٣٠
	٦	٣٥	٣٥		٦	٢٧	٣٤		٦	٣٣	٣٠		٦	٣٤	٣٢
	٧	٣٩	٣٨		٧	٣٥	٣٦		٧	٣٥	٣٣		٧	٣٦	٣٦
	٨	٣٦	٣٥		٨	٢٧	٣٣		٨	٣٣	٣٠		٨	٣٤	٣٢
	٩	٢٥	٢٢		٩	١٩	٢٠		٩	٢١	٢٠		٩	٢٢	٢١
	١٠	٢٠	٢٢		١٠	٢٣	٢٠		١٠	٢١	٢٠		١٠	٢٠	٢١
	١١	١٤	١٤		١١	١٠	١٣		١١	١٦	١٢		١١	١٥	١٣
	١٢	١٤	١٢		١٢	١١	١١		١٢	١٠	١٢		١٢	١١	١٢

والشكل التالي يوضح الفرق بين السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة وفق نموذج ونترز الآلى :



الشكل رقم (٧,١٦). شكل انتشار السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة وفق نموذج ونترز الآلي للمثال (٩).

نلاحظ من الشكل السابق أن السلسلة المقدرة تماثل السلسلة الأصلية ما عدا بعض النتوءات الحادة في السلسلة الأصلية والتي لا تظهر في السلسلة المقدرة.

ويمكن إجراء تقدير آخر وفق نفس النموذج (أو وفق نموذج آخر) بتغيير قيم معاملات التمهيد والقيمة الابتدائية وقيمة الاتجاه العام.

ملاحظة هامة: بشكل عام، لتحديد طريقة التمهيد الأسي المناسبة للتنبؤ نطلق من الاعتبارات التالية :

١- إذا كانت السلسلة الأصلية لا تحتوي على اتجاه عام ولا على تغيرات موسمية يفضل استخدام نماذج التمهيد الأسي البسيط في عملية التنبؤ.

٢- إذا كانت السلسلة الأصلية تحتوي على اتجاه عام (متزايد أو متناقص) يفضل استخدام نماذج التمهيد الأسي المضاعف في عملية التنبؤ.

٣- إذا كانت السلسلة الأصلية تحتوي على اتجاه عام وتغيرات موسمية يفضل استخدام نماذج التمهيد الأسي الثلاثي في عملية التنبؤ.

أسئلة ومسائل غير محلولة

١- عرف طرائق التمهيد الأسي واذكر مجالات استخدامها.

٢- بماذا تتميز طرائق التمهيد الأسي؟

٣- ما أهم منحنيات السلاسل الزمنية؟ وما العلاقة بين هذه المنحنيات وطرائق التمهيد الأسي؟

٤- ما المشكلة الأساسية في تطبيق طرائق التمهيد الأسي؟

٥- عرف التمهيد الأسي البسيط واذكر أهم خصائصه.

٦- كيف تفسر مقولة أن التمهيد الأسي البسيط هو تكراري بطبيعته؟

٧- كيف يتم تحديد قيمة معامل التمهيد الأسي البسيط α ؟

٨- متى نختار قيمة صغيرة لـ α ؟ ومتى نختار قيمة كبيرة لها؟

٩- ما مقاييس أخطاء التنبؤ الأكثر استخداما في مجال التمهيد الأسي؟

١٠- عرف التمهيد الأسي المضاعف ثم بين الفرق بينه وبين التمهيد الأسي البسيط.

١١- ما الفرق بين نموذج براون الخطي ونموذج هولت الخطي؟

١٢- عرف التمهيد الأسي الثلاثي واذكر أهم نماذجه.

١٣- ما القيم الواجب تحديدها لتطبيق نموذج ونترز؟

١٤- لنفرض أن الجدول التالي يمثل مبيعات مواد البناء (مليار ريال) في مدينة الرياض خلال العامين الماضيين:

الجدول رقم (٧,٢١). مبيعات مواد البناء (مليار ريال) في مدينة الرياض خلال العامين الماضيين.

السنة	الشهر	المبيعات	السنة	الشهر	المبيعات
١٩٩٩م	١	٢٠	٢٠٠٠م	١	١٧
	٢	١٨		٢	١٨
	٣	١٩		٣	١٧
	٤	٢٠		٤	١٥
	٥	١٩		٥	١٥

تابع الجدول رقم (٧,٢١).

السنة	الشهر	المبيعات	السنة	الشهر	المبيعات
	٦	٢٣		٦	١٧
	٧	٢٤		٧	٢٠
	٨	١٨		٨	١٧
	٩	١٨		٩	١٢
	١٠	١٦		١٠	٦
	١١	٢٨		١١	٢٤
	١٢	٢٠		١٢	١٤

المصدر: فرضي.

والمطلوب

أ) رسم شكل انتشار السلسلة الزمنية السابقة ، ماذا تستنتج من الشكل؟

ب) استخدام طريقة التمهيد الأسي البسيط في تمهيد (تقدير) السلسلة الممثلة لمبيعات مواد البناء إذا كانت $\alpha = 0.3$ في الحالات التالية :

- باستخدام الطريقة اليدوية.
- باستخدام برنامج SPSS بحيث يتم اختيار القيمة الابتدائية بشكل آلي من قبل البرنامج.
- باستخدام برنامج SPSS بحيث تحدد أنت القيمة الابتدائية.

جـ) قارن بين نتائج الحالات الثلاث ، ماذا تستنتج؟

د) قدر مبيعات الشهر الأول من عام ٢٠٠١م.

١٥ - الجدول التالي يمثل المبيعات الشهرية لملابس الأطفال في مدينة الرياض بآلاف الريالات خلال الفترة ١٩٩٨-٢٠٠٠ م:

الجدول رقم (٧,٢٢). مبيعات الشهرية لملابس الأطفال (ألف ريال) في مدينة الرياض خلال الفترة ١٩٩٨-٢٠٠٠م.

السنة	الشهر	المبيعات	السنة	الشهر	المبيعات	السنة	الشهر	المبيعات
١٩٩٨م	١	١٧	١٩٩٩م	١	١٢	٢٠٠٠م	١	١٥
	٢	١٩		٢	١٦		٢	١٧
	٣	٢٥		٣	٢٣		٣	٢٠
	٤	٢٢		٤	١٩		٤	١٧
	٥	٢١		٥	١٨		٥	١٥
	٦	١٥		٦	١٤		٦	١٢
	٧	١٧		٧	١٩		٧	١٦
	٨	١٤		٨	١٦		٨	١٣
	٩	٣٠		٩	٣٥		٩	٣٦
	١٠	٢٤		١٠	٢٠		١٠	٢٥
	١١	١٨		١١	١٥		١١	١٨
	١٢	١٥		١٢	١٧		١٢	١٨

المصدر: فرضي.

والمطلوب

أ)أر سم شكل انتشار السلسلة الزمنية السابقة ، ماذا تستنتج من الشكل؟

ب) استخدم برنامج SPSS لتمهيد سلسلة المبيعات وفق النماذج التالية :

- نموذج التمهيد الأسي البسيط.
- نموذج براون الخطي.
- نموذج هولت الخطي.
- نموذج براون التربيعي.

- نموذج ونترز، بحيث تحدد قيم معاملات التمهيد التي توافق أقل أخطاء ممكنة بالإضافة إلى القيم الابتدائية.
- قارن النتائج التي حصلت عليها من خلال تمثيل السلاسل المقدرة بيانيا.

الفصل الثامن

استخدام نماذج بوكس- جنكنز في التنبؤ الإداري

(٨,١) مقدمـــة

تبدأ معالجة أية سلسلة زمنية دائما برسم شكل الانتشار الذي نحصل عليه من وصل النقاط : (y_t,t) و $(y_{t+1},t+1)$ ... ، حيث تمثل t الزمن و y_t المشاهدة أو قيمة السلسلة في الزمن t و $t=1,2,.....,n$.

وتعتمد معالجة هذه السلسلة على نظرية الإحصاء الاستدلالي لكي يتم شرح نتائج العمليات الحسابية المنفذة ، لأن العمليات الحسابية مهما كانت معقدة ليس لها دلالة إحصائية محددة ومقبولة بدون فرضيات نظرية مسبقة.

كما مر معنا في الفصول السابقة ، إن تحليل سلسلة زمنية ما يرتكز على تحليل بعض المعلومات حول مستقبل الظاهرة المدروسة اعتمادا على المشاهدات المتوفرة.

في التطبيق العملي ، غالبا لا نملك سوى السلسلة المشاهدة حتى الآن للمتغير التابع. لذلك نهتم بالنماذج التي تفسر المتغير التابع اعتمادا على قيمه السابقة فقط من أجل إجراء عملية التنبؤ.

يعتمد أسلوب بوكس- جنكنز (BOX-JENKINS) على استخراج التغيرات المتوقعة للبيانات المشاهدة. حيث تتجزأ السلسلة الزمنية إلى عدة مكونات أو عناصر تسمى معاملات تنقية أو تصفية وهي : مصفي الاستقرار Stationarity Filter ، ومصفي

الانحدار الذاتي Autoregressive Filter ، ومصفي المتوسطات المتحركة Moving Average Filter. تعمل هذه المصافي على تنقية السلسلة الزمنية ، لنحصل في النهاية على بيانات لا يمكن تنقيتها ، تحتوي فقط على التغيرات العشوائية البحتة Random Noise التي لا يمكن التنبؤ بها.

تتألف طريقة بوكس- جنكنز من أربع مراحل رئيسة هي :

- مرحلة المطابقة Identification.
- مرحلة التقدير Estimation.
- مرحلة التحقق أو التشخيص Diagnostic.
- مرحلة التنبؤ Forecasting.

وسنفصل هذه المراحل لاحقا ، بعد التعرف على بعض المصطلحات الهامة المستخدمة في هذه الطريقة.

(٨,٢) الاستقرار Stationarity

إذا لم يظهر شكل انتشار السلسلة الزمنية أي اتجاه للتزايد أو التناقص مع الزمن ، نقول إن السلسلة مستقرة Stationary.

شروط الاستقرار

أ) ثبات الوسط الحسابي

إذا كانت السلسلة مستقرة فإن وسطها الحسابي ثابت ، أي يمكن اعتبار أن القيمة المشاهدة عند كل فترة زمنية تمثل الوسط الحسابي ويعبر عن ذلك رياضيا :

$E[y_t] = m$ من أجل جميع قيم t. (٨,١)

ب) ثبات التباين

يعبر تباين السلسلة الزمنية عن درجة التشتت حول الوسط الحسابي الذي يفترض ثباته. ويعبر عن هذا الشرط رياضيا :

$E[y_t - E(y_t)]^2 = E[y_t - m]^2 = \sigma_y^2$ من أجل جميع قيم t. (٨,٢)

جـ) استقلال معاملات الارتباط الذاتي

تعتمد معاملات الارتباط الذاتي على الفجوة الزمنية بين نقطتين فقط، أي:

$$E[(y_t - m)(y_s - m)] = \Gamma(t-s) = Cov(y_t, y_s) = \Gamma_k \quad (٨,٣)$$

حيث: Γ_k دالة التباين المشترك (التغاير).

و $k = /t - s/$.

و $s,t \in z$.

و k عدد صحيح موجب.

وبما أن معاملات الارتباط الذاتي متماثلة حول فجوة زمنية مساوية للصفر (معامل الارتباط الذاتي لن يتغير سواء كانت الفجوة الزمنية للأمام أو الخلف)، فإننا سندرس معاملات الارتباط الذاتي لقيم k الموجبة فقط.

وبما أن المؤشرات الثلاثة السابقة مجهولة في المجتمع لذلك يتم تقديرها بمثيلاتها في العينة بالعلاقات التالية:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t = \hat{m} \quad (٨,٤)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2 = \hat{\sigma}_y^2 \quad (٨,٥)$$

$$\gamma_k = \frac{1}{n-k}\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y}) = \hat{\Gamma}_k \quad (٨,٦)$$

د) السياق العشوائي الخالص أو البحت*

غالبا، القيود المفروضة على الاستقرار لا تكفي لحل المشكلة المدروسة، لذلك يتم إضافة شرط آخر وهو استقلال المتغيرات العشوائية وبذلك يمكن تعريف السياق العشوائي الخالص بأنه: سلسلة من التغيرات العشوائية المستقلة والتي تتبع نفس التوزيع، ويعبر عن هذا الشرط بالعلاقة التالية:

---

* السياق هي ترجمة لكلمة Process، البعض يفضلون استخدام كلمة عملية بدلا من سياق.

$Cov(\varepsilon_t \varepsilon_{t'}) = 0$ من أجل $t \neq t'$ (٨,٧)

(٨,٣) دالة الارتباط الذاتي

إذا فرضنا أن $\Gamma_0 = \text{var}(y_t)$ موجب تماما، يمكن أن نعرف دالة الارتباط الذاتي لـ y_t بالعلاقة:

$$R_k = \frac{\Gamma_k}{\Gamma_0} \quad (٨,٨)$$

حيث: $k = 0, \pm 1,2,.....$

كما نعلم، إن معامل الارتباط بين متغيرين عشوائيين y_t و x_t يعطى بالعلاقة التالية:

$$R_{xy} = \frac{\text{cov}(x_t y_t)}{[\text{var}(x_t)]^{\frac{1}{2}}[\text{var}(y_t)]^{\frac{1}{2}}} = \frac{E[x_t - E(x_t)][y_t - E(y_t)]}{\{E[x_t - E(x_t)]^2 E[y_t - E(y_t)]^2\}^{\frac{1}{2}}}$$

في السلاسل الزمنية لدينا متغير واحد مزاح بالنسبة لنفسه:

$$R_k = \frac{E[y_t - E(y_t)][y_{t+k} - E(y_{t+k})]}{\{E[y_t - E(y_t)]^2 E[y_{t+k} - E(y_{t+k})]^2\}^{\frac{1}{2}}}$$

وإذا كان السياق y_t مستقرا، فإن العزم من الدرجة الأولى والعزم من الدرجة الثانية يكون ثابتا مما يؤدي إلى:

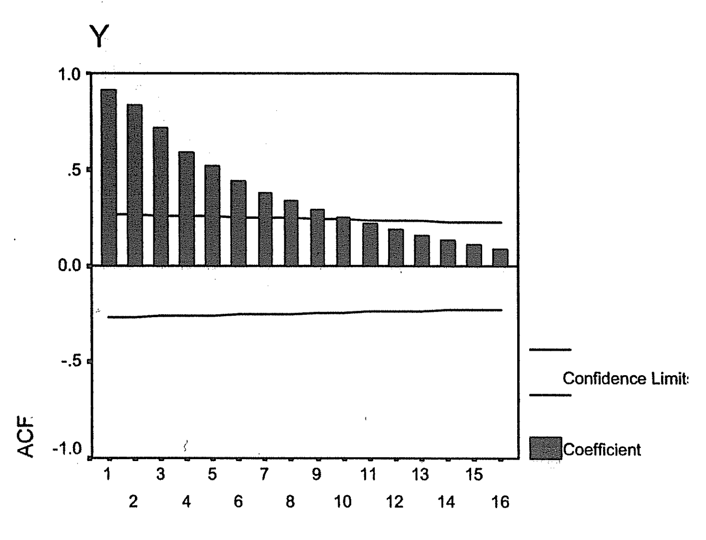
$$R_k = \frac{E[(y_t - m)(y_{t+k} - m)]}{\sigma_{y_t}\sigma_{y_{t+k}}} = \frac{\text{cov}(y_t y_{t+k})}{\sigma_y^2}$$

أو $$R_k = \frac{\Gamma_k}{\Gamma 0}$$

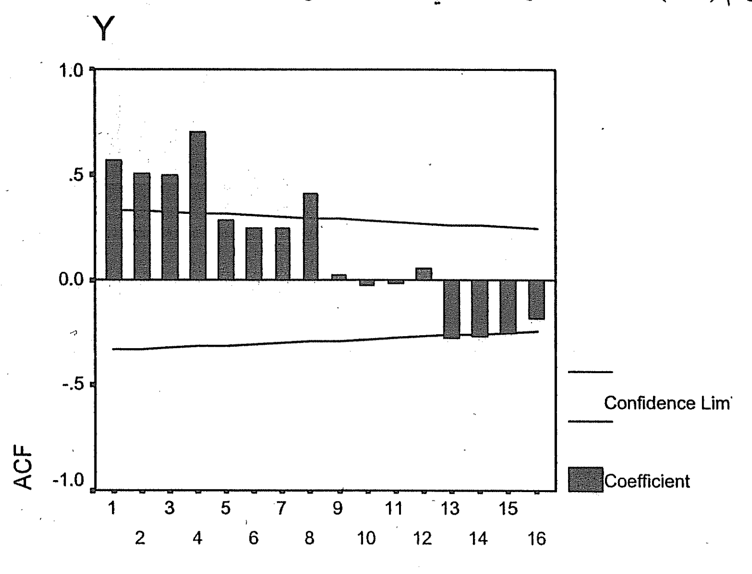
حيث: m الوسط الحسابي للسياق y_t و σ_y^2 تباينه.

مجموعة قيم R_k من أجل القيم المتتالية لـ k يطلق عليها شكل الارتباط الذاتي Correlogram، يمكن تمثيله في المجال الاقليدي، حيث توضع k على المحور الأفقي و R_k على المحور العمودي. ويلعب هذا الشكل دورا مهما جدا في مرحلة المطابقة.

الشكل التالي ، يوضح معاملات الارتباط الذاتي لسياق مستقر وآخر غير مستقر.



الشكل رقم (٨,١). معاملات الارتباط الذاتي لسياق مستقر.



معاملات الارتباط الذاتي لسياق غير مستقر.

ويمكن تقدير معاملات الارتباط الذاتي بوساطة معاملات الارتباط الذاتي للعينة إذا كانت السلسلة مستقرة، ويرمز لها بـ $\hat{R}_k$ أو r_k أو ρ_k :

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(y_t - \overline{y})(y_{t+k} - \overline{y})}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \overline{y})^2}$$

مثال (١): احسب معاملات الارتباط الذاتي الأربعة الأولى للسلسلة: ١٣، ٨، ١٥، ٤، ٤، ١٢، ١١، ٧، ١٤، ١٢.

الحل: لحساب معاملات الارتباط الذاتي لهذه السلسلة، ننشئ الجدول المساعد التالي:

الجدول رقم (٨,١). الجدول المساعد لحساب معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١).

t	y_t	y_{t-1}	y_{t-2}	y_{t-3}	y_{t-4}
١	١٣	–	–	–	–
٢	٨	١٣	–	–	–
٣	١٥	٨	١٣	–	–
٤	٤	١٥	٨	١٣	–
٥	٤	٤	١٥	٨	١٣
٦	١٢	٤	٤	١٥	٨
٧	١١	١٢	٤	٤	١٥
٨	٧	١١	١٢	٤	٤
٩	١٤	٧	١١	١٢	٤
١٠	١٢	١٤	٧	١١	١٢
$\sum$	١٠٠	–	–	–	–

لنطبق العلاقة :

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}$$

ولتطبيق هذه العلاقة نحتاج إلى حساب الوسط الحسابي للسلسلة :

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} y_t = \frac{1}{10}\sum_{t=1}^{10} y_t = \frac{100}{10} = 10$$

$$\rho_1 = \frac{(13-10)(8-10)+(8-10)(15-10)+(15-10)(4-10)+(4-10)(4-10)+(4-10)(12-10)}{(13-10)^2+(8-10)^2+(15-10)^2+(4-10)^2+(4-10)^2+(12-10)^2}$$

$$\frac{(12-10)(11-10)+(11-10)(7-10)+(7-10)(14-10)+(14-10)(12-10)}{(11-10)^2+(7-10)^2+(14-10)^2+(12-10)^2} = -\frac{27}{144} = -0.1875$$

$$\rho_2 = \frac{(13-10)(15-10)+(8-10)(4-10)+(15-10)(4-10)+(4-10)(12-01)+.....}{144} = -\frac{29}{144} = -0.201$$

$$\rho_3 = \frac{(13-10)(4-10)+(8-10)(4-10)+(15-10)(12-10)+.........}{144} = \frac{26}{144} = 0.181$$

$$\rho_4 = \frac{(13-10)(4-10)+(8-10)(12-10)+(15-10)(11-10)+.....}{144} = -\frac{19}{144} = -0.132$$

إن أغلب السلاسل الاقتصادية هي سلاسل غير مستقرة لوجود الاتجاه العام. إذا كانت السلسلة غير مستقرة يجب تحويلها إلى سلسلة مستقرة. يوجد العديد من طرائق تحويل السلاسل الزمنية من سلاسل غير مستقرة إلى سلاسل مستقرة منها : الطريقة اللوغاريتمية وطريقة الجذر التربيعي وطريقة الفروق التي استخدمها بوكس-جنكنز. لندرس هذه الطريق بالتفصيل.

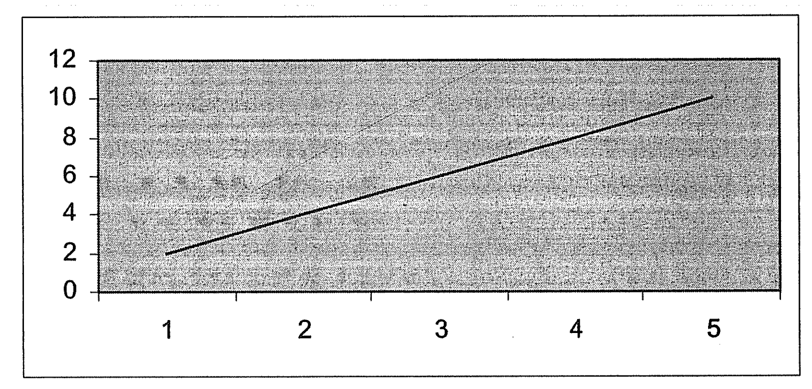
(٤,٨) طريقة الفروق Differencing

تقوم طريقة الفروق على طرح قيم السلسلة من بعضها البعض في ترتيب زمني محدد. فمثلا ، تعرف تحويلة الفروق من الرتبة أو الدرجة الأولى بأنها الفرق بين

قيمـتين متتـاليتين، وتتكـون فـروق الرتبـة الثانيـة مـن فـروق سلسـلة الفـروق الأولى وهكذا....

مثال (٢): لتكن لـدينا سلسـلة القيم التالية: $y_t = 2,4,6,8,10$. لنـدرس استقرار هـذه السلسلة ثم نحولها إلى سلسلة مستقرة إذا كانت غير مستقرة باستخدام طريقة الفروق.

الشكل التالي يمثل انتشار نقاط السلسلة:



الشكل رقم (٨,٢). شكل انتشار سلسلة المثال (٢).

نلاحظ أن السلسلة متزايدة، تزيد كل مشاهدة عن سابقتها بمقدار وحدتين، أي يوجد اتجاه خطي مما يعني أن السلسلة غير مستقرة. وبأخذ الفروق الأولى لهذه السلسلة نحصل على:

$$4-2=2$$

$$6-4=2$$

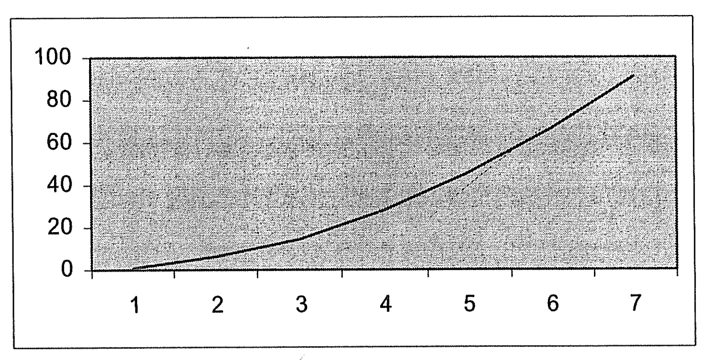
$$8-6=2$$

$$10-8=2$$

نلاحظ أن الفروق الأولى ثابتة، أي أنه يمكن إزالة الاتجاه الخطي للسلسلة الزمنية بأخذ الفروق الأولى لهذه السلسلة، لكننا نخسر مشاهدة من مشاهدات السلسلة الأصلية.

مثال (٣): لندرس استقرار السلسلة التالية: $y_t = 1,6,15,28,45,66,91$.

نرسم شكل انتشار السلسلة:

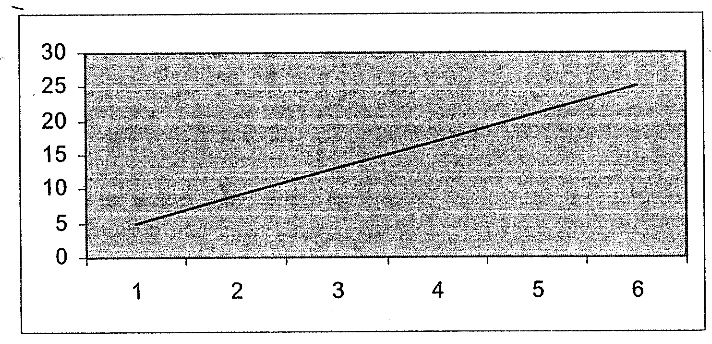


الشكل رقم (٨,٣). شكل انتشار سلسلة المثال (٣).

نلاحظ من شكل الانتشار أن هناك اتجاه عام غير خطي، أي أن السلسلة غير مستقرة، وبحساب الفروق الأولى نجد:

$$6-1=5$$
$$15-6=9$$
$$28-15=13$$
$$45-28=17$$
$$66-45=21$$
$$91-66=25$$

نلاحظ أن فروق الدرجة الأولى تكشف عن اتجاه عام خطي كما هو واضح من الشكل التالي:



الشكل رقم (٨,٤). شكل الانتشار لسلسلة فروق المثال (٣).

وبأخذ الفروق الثانية نجد :

$$9-5=4$$
$$13-9=4$$
$$17-13=4$$
$$21-17=4$$
$$25-21=4$$

وبذلك زال الاتجاه العام الخطي.

بشكل عام، الفروق الأولى أو الثانية تكفي لإزالة الاتجاه العام في أغلب السلاسل الزمنية الاقتصادية.

عادة، نستخدم الرمز Δ للإشارة إلى معامل الفروق، فمثلا يشير Δy_t إلى الفرق من الدرجة الأولى:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} \qquad (٨,٩)$$

و $\Delta^2 y_t$ إلى الفرق من الدرجة الثانية :

$$\Delta^2 y_t = \Delta(\Delta y_t) = \Delta(y_t - y_{t-1}) = (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2}) = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

كما يستخدم الرمز $\Delta^d y_t$ للإشارة إلى الفروق المتتالية من الرتبة d ، ويتم حساب هذه الفروق بالحساب المتتالي لفروق الفروق.

ويستخدم الرمز Δ للتعبير عن الفروق الموسمية Seasonal Differencing أيضا ويتم حساب هذه الفروق بين قيم الفصل الأول (إذا كانت البيانات فصلية)، وبين قيم الفصل الثاني، وبين قيم الفصل الثالث، وبين قيم الفصل الرابع في السنوات المتتالية.

وتسمى هذه الطريقة، طريقة الفروق الموسمية من الدرجة الأولى ذات أربع فترات ويعبر عنها رياضيا :

$$\Delta_s y_t = y_t - y_{t-s} \qquad (٨,١٠)$$

فإذا كانت البيانات فصلية تصبح العلاقة : $\Delta_4 y_t = y_t - y_{t-4}$

أما إذا كانت البيانات شهرية فتصبح العلاقة : $\Delta_{12} y_t = y_t - y_{t-12}$

أما فروق الدرجة الثانية الفصلية فتعطى بالعلاقة : $\Delta_s^2 y_t = \Delta_s (y_t - y_{t-s})$.

وبشكل عام، تكتب الفروق الموسمية والفروق المتتالية على الشكل التالي :

$$\Delta_s^D \Delta^d y_t \qquad (٨,١١)$$

حيث تشير D إلى رتبة أو درجة معامل الفروق الموسمية، و s إلى طول الدورة الموسمية (٤ إذا كانت البيانات فصلية و١٢ إذا كانت البيانات شهرية)، كما تشير d إلى درجة معامل الفروق المتتالية أو العادية.

لقد اعتمد بوكس وجنكنز (١٩٧٠م) اعتمادا شبه كامل على معامل آخر، هو معامل الإزاحة للخلف أو معامل التأخير Backward shift operator.

يعرف معامل التأخير من الرتبة الأولى بالعلاقة :

$$By_t = y_{t-1} \qquad (٨,١٢)$$

ويعرف معامل التأخير من الرتبة الثانية بالعلاقة :

$$B^2 y_t = B(By_t) = By_{t-1} = y_{t-2}$$

ويعرف معامل التأخير من الرتبة k بالعلاقة :

$$B^k y_t = y_{t-k}$$

هناك علاقة بين معامل الفروق ومعامل التأخير يعبر عنها على النحو التالي :

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = y_t - By_t = (1-B) y_t \qquad (٨,١٣)$$

أي أن :

$$\Delta = 1 - B \qquad (٨,١٤)$$

ويمكن التعبير عن الفروق المتتالية من الرتبة n بدلالة معامل التأخير باستخدام مفكوك كثيرة الحدود : $(1-B)^n$ ، فمثلا يمكن التعبير عن فروق الرتبة الثانية :

$$\Delta^2 y_t = (1-B)^2 y_t = (1-2B+B^2) y_t = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

(٨,٥) نماذج الانحدار الذاتي Autoregressive Models (AR)

أ) نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى $AR(1)$

يقال إن بيانات سلسلة زمنية ما تتولد من سياق أو عملية انحدار ذاتي من الدرجة الأولى First-Order Autoregressive process إذا أمكن التعبير عن المشاهدة الحالية للسلسلة كدالة خطية في المشاهدة السابقة لها بالإضافة إلى متغير عشوائي.

فإذا رمزنا للمشاهدة السابقة بالرمز x_{t-1} وإلى المتغير العشوائي بالرمز ε_t ، يمكننا التعبير عن هذا السياق أو النموذج بالعلاقة التالية :

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (٨,١٥)$$

حيث تمثل ϕ_1 معلمة الانحدار الذاتي التي يجب تقديرها والتي تصف أثر تغير x_{t-1} بوحدة واحدة على x_t .

سنفرض أن المتغيرات العشوائية ε_t مستقلة وتتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي الصفر وتباين ثابت مقداره : σ_ε^2 وهي مستقلة عن x_{t-i} ، أي أننا سنفرض أن :

$E(\varepsilon_t) = 0$ من أجل جميع قيم t،

$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t'}) = \sigma_\varepsilon^2$ من أجل $t = t'$

$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t'}) = 0$ من أجل $t \neq t'$

$E(\varepsilon_t x_{t-i}) = 0$ من أجل $i = 1,2,.....,n$

إن النموذج المعطى بالعلاقة (٨,١٥) هو نموذج انحدار خطي لـ x_t على x_{t-1} ، أي انحدار x على نفسه، لذلك يسمى نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى.

وبشكل عام، درجة النموذج تساوي عدد معالم النموذج التي يجب تقديرها.

ملاحظة: إن x_t في هذا النموذج تعبر عن انحرافات البيانات الأصلية عن وسطها الحسابي m ، ويمكن التعبير عن البيانات الأصلية بالعلاقة :

$$y_t = (1 - \phi_1)m + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

حيث يرمز $(1 - \phi_1)m$ إلى ثابت النموذج أو الجزء المقطوع منه، وكما هو واضح يتعلق هذا الجزء بالوسط الحسابي للنموذج m ومعلمة النموذج ϕ_1 .

يمكن كتابة نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى بدلالة معامل التأخير على النحو التالي:

$$(1-\phi_1 B)x_t = \varepsilon_t \qquad (٨,١٦)$$

وكما أن لكل شخص خصائص تميزه عن غيره ويمكن الاستدلال بها عنه، فإنه يمكن معرفة النموذج $AR\,(1)$ من خلال خصائصه المميزة وهي:

١- دالة التباين المشترك (التغاير) الذاتي Autocovariance

لقد وجدنا في الفقرة (٨,٢) أنه يمكن حساب هذه الدالة بين x_t و x_{t-1} بالعلاقة:

$$\gamma_1 = \text{cov}(x_t x_{t-1}) = E[x_t x_{t-1}] \qquad (٨,١٧)$$

ويمكننا أيضا تعريف تباين x_t على أنه التباين المشترك بين x_t ونفسه، فإذا رمزنا له بـ γ_0 يمكن أن نكتب:

$$\gamma_0 = \text{cov}(x_t x_t) = E[x_t^2] = \text{var}(x_t)$$

$$\gamma_0 = E[x_t^2] = E[(\phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t)^2] = E(\phi_1 x_{t-1})^2 + E[2\phi_1 x_{t-1}\varepsilon_t] + E(\varepsilon_t^2)$$

$$= \phi_1^2 E(x_{t-1}^2) + 2\phi_1 E(x_{t-1}\varepsilon_t) + E(\varepsilon_t^2) = \phi_1^2 \gamma_0 + 0 + \sigma_\varepsilon^2$$

بملاحظة أن: $E(x_{t-1}^2) = \gamma_0$ لأن التباين ثابت عبر الزمن و $E(x_{t-1}\varepsilon_t) = 0$ لأن ε_t لاترتبط بـ x_{t-i} حسب فروض النموذج.

يمكن أن نكتب العلاقة السابقة على الشكل: $\gamma_0 - \phi_1^2\gamma_0 = \sigma_\varepsilon^2$ أي أن:

$$\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\phi_1^2} \qquad (٨,١٨)$$

وبنفس الأسلوب يمكن أن نكتب:

$$\gamma_1 = E[x_t x_{t-1}] = E[x_{t-1}(\phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t)] = \phi_1\gamma_0 + 0 = \phi_1\gamma_0$$

$$\gamma_2 = E[x_t x_{t-2}] = E[x_{t-2}(\phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t)] = \phi_1\gamma_1 + 0 = \phi_1(\phi_1\gamma_0) = \phi_1^2\gamma_0$$

$$\gamma_3 = E[x_t x_{t-3}] = E[x_{t-3}(\phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t)] = \phi_1\gamma_2 + 0 = \phi_1(\phi_1^2\gamma_0) = \phi_1^3\gamma_0$$

....

$$\gamma_k = \phi_1^k \gamma_0 \qquad (٨,١٩)$$

٢- دالة الارتباط الذاتي

يعرف الارتباط الذاتي عند فجوة زمنية مقدارها k بالعلاقة :

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\phi_1^k \gamma_0}{\gamma_0} = \phi_1^k \qquad (٨,٢٠)$$

٣- شرط الاستقرار

تم حساب تباين النموذج بالعلاقة : $\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\phi_1^2}$. وبالتالي فإن :

$$-1 < \phi_1 < 1 \qquad (٨,٢١)$$

ولمعرفة معنى شرط الاستقرار يكفي أن نقارن بين نموذجين الأول فيه $\phi_1 < 1$ والثاني فيه $\phi_1 > 1$ ، نلاحظ أن معاملات الارتباط الذاتي في النموذج الأول تتناقص باستمرار بينما تزداد معاملات النموذج الثاني ، وهذا يعني أن قيمة ρ_k تزداد كلما رجعنا إلى الوراء ، أي أن تأثير مشاهدة مضى عليها وقت طويل أكبر من تأثير مشاهدة العام الحالي وهذا يعتبر مخالفا لمنطق تحليل السلاسل الزمنية حيث تزداد أهمية البيانات الحديثة وتتناقص أهمية البيانات القديمة.

٤- دالة الذاكرة Memory Function

تعتبر دالة الذاكرة من الملامح المميزة لنموذج الانحدار الذاتي. لنكتب العلاقة (٨,١٥) بدلالة التغيرات العشوائية السابقة وذلك بحذف مشاهدات x_t السابقة على النحو التالي :

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$x_{t-1} = \phi_1 x_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$$

$$x_t = \phi_1(\phi_1 x_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t = \phi_1^2 x_{t-2} + \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$x_{t-2} = \phi_1 x_{t-3} + \varepsilon_{t-2}$$
$$x_t = \phi_1^2(\phi_1 x_{t-3} + \varepsilon_{t-2}) + \varepsilon_t + \phi_1\varepsilon_{t-1} = \phi_1^3 x_{t-3} + \varepsilon_t + \phi_1\varepsilon_{t-1} + \phi_1^2\varepsilon_{t-2}$$
....

$$x_t = \varepsilon_t + \phi_1\varepsilon_{t-1} + \phi_1^2\varepsilon_{t-2} + \phi_1^3\varepsilon_{t-3} + ... \qquad (٨,٢٢)$$

أي يمكن التعبير عن نموذج $AR(1)$ كمجموع للتغير العشوائي الحالي بالإضافة إلى عدد لانهائي من الحدود تتضمن تغيرات عشوائية سابقة. أي أن المشاهدة الحالية x_t ما تزال متأثرة بالتغيرات العشوائية التي حدثت في الماضي البعيد. وبالتالي يمكن القول بأن السياق $AR(1)$ له ذاكرة لانهائية.

وإذا كان السياق مستقرا فإن $/\phi_1/ < 1$ ، وبالتالي سيختفي أثر التغيرات العشوائية السابقة تدريجيا.

ويعرف معامل الذاكرة Memory Coefficient عند فجوة زمنية مقدارها واحد بأنه معامل التغير العشوائي ε_{t-1} ، أي أنه يمثل أثر التغير العشوائي في الفترة السابقة على المشاهدة الحالية.

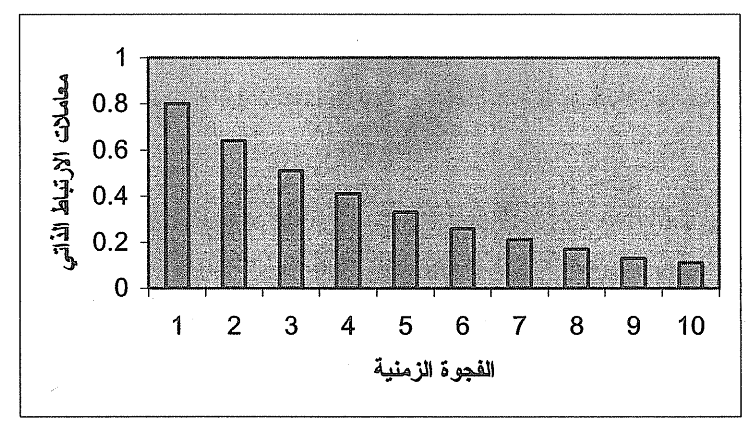
مثال (٤): احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج : $x_t = 0.8x_{t-1} + \varepsilon_t$ ثم ارسم شكل انتشارها.

نلاحظ أن النموذج هو نموذج انحدار ذاتي من الدرجة الأولى يمكن حساب معاملات ارتباطه الذاتية من العلاقة : $\rho_k = \phi_1^k$.

وبالتعويض في هذه العلاقة عن ϕ_1 بـ 0.8 وبـ $k = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$ نحصل على قيم معاملات الارتباط الذاتي العشرة الأولى :

$$\rho_1 = 0.8, \rho_2 = 0.64, \rho_3 = 0.51, \rho_4 = 0.41, \rho_5 = 0.33$$
$$\rho_6 = 0.26, \rho_7 = 0.21, \rho_8 = 0.17, \rho_9 = 0.13, \rho_{10} = 0.11$$

والشكل التالي يوضح انتشار هذه المعاملات.



الشكل رقم (٨,٥). شكل انتشار معاملات الارتباط الذاتي للمثال (٤).

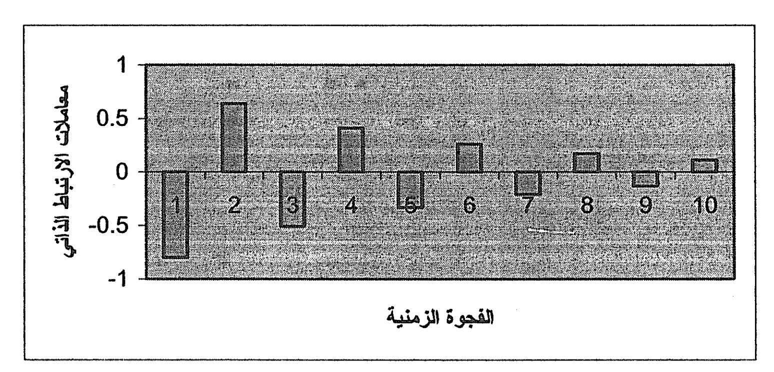
نلاحظ أن منحنى معاملات الارتباط الذاتي ينحدر نحو الصفر بشكل أسي.

مثال (٥): احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = -0.8x_{t-1} + \varepsilon_t$ ثم ارسم شكلها البياني.

نلاحظ أن هذا النموذج يشبه النموذج السابق سوى أن معامل الانحدار الذاتي سالب.

بتطبيق العلاقة (٨-٢٠) نحصل على معاملات الارتباط الذاتي للنموذج يليها شكل انتشارها:

$$\rho_1 = -0.8, \rho_2 = 0.64, \rho_3 = -0.51, \rho_4 = 0.41, \rho_5 = -0.33$$
$$\rho_6 = 0.26, \rho_7 = -0.21, \rho_8 = 0.17, \rho_9 = -0.13, \rho_{10} = 0.11$$



الشكل رقم (٨,٦). شكل انتشار معاملات الارتباط الذاتي للمثال (٥).

نلاحظ أن منحنى معاملات الارتباط الذاتي للنموذج ينحدر نحو الصفر بشكل أسي مغيرا إشارته عند كل تأخير.

نتيجة هامة: تأخذ دالة الارتباط الذاتي للنموذج $AR(1)$ شكلين:

- إذا كانت $\phi_1 > 0$ عندها يكون شكل الارتباط الذاتي متناقصا بشكل أسي (هندسي) دون أن يغير إشارته.

- إذا كانت $\phi_1 < 0$ عندها يكون شكل الارتباط الذاتي متناقصا بشكل أسي (هندسي) مغيرا إشارته عند كل تأخير.

٥- دالة الارتباط الذاتي الجزئي

تعطى دالة الارتباط الذاتي الجزئي بالعلاقة التالية:

$$\tau_k = \frac{\text{cov}[(x_t - \hat{x}_t),(x_{t-k} - \hat{x}_{t-k})]}{\text{var}(x_t - \hat{x}_t)} \qquad (٨,٢٣)$$

حيث: $\hat{x}_t$ و $\hat{x}_{t-1}$ هي دوال تم الحصول عليها بوساطة الانحدار الخطي للمتغيرات: $x_{t-1}, x_{t-2}, \ldots\ldots, x_{t-k+1}$ في نموذج الانحدار: $x_t = \alpha_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \alpha_t x_{t-i} + \varepsilon_t$.

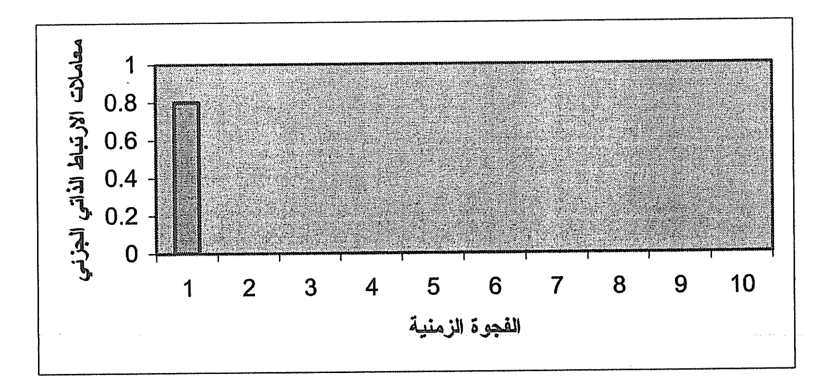
و ε_t متغيرات عشوائية خالصة غير مرتبطة بالمتغيرات x_{t-i}.

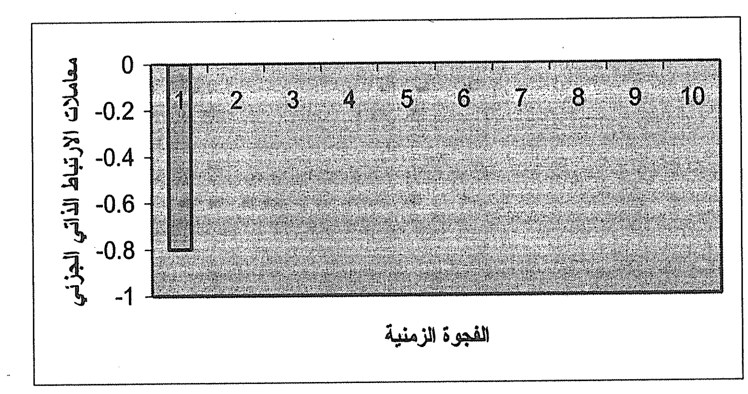
نلاحظ أن تقدير معاملات الارتباط الذاتي الجزئي يحتاج إلى حسابات طويلة ومعقدة، لذلك سنركز اهتمامنا على كيفية الاستفادة من هذه المعاملات في اختيار النموذج الملائم لسلسلة البيانات دون التطرق إلى كيفية حسابها.

يمكن اعتبار أن معامل الارتباط الذاتي الجزئي الأول يساوي معلمة الانحدار وأن معاملات الارتباط الذاتي الجزئي الأخرى تساوي إلى الصفر للنموذج $AR(1)$:

$\tau_k = \phi_{11} = \phi_1$ من أجل $k = 1$.

$\tau_k = 0$ من أجل $k > 1$ كما هو موضح بالشكل التالي:





الشكل رقم (٨,٧). شكل الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج $AR\ (1)$.

نتيجة هامة: إن أي نموذج من الشكل $AR\ (1)$ يمكن مطابقته بشكل الارتباط الذاتي الذي ينحدر بشكل أسي (هندسي) نحو الصفر دون أن يغير إشارته أو أن يغير إشارته عند كل تأخير وشكل الارتباط الجزئي* الذي ينعدم بعد التأخير الأول.

ب) نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الثانية $AR\ (2)$

يمكن التعبير عن أي نموذج انحدار ذاتي من الدرجة الثانية بالعلاقة :

* سنستعمل الارتباط الجزئي للدلالة على الارتباط الذاتي الجزئي للسهولة فقط.

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t \quad (٨,٢٤)$$

أو بدلالة معامل التأخير:

$$(1-\phi_1 B - \phi_2 B^2)x_t = \varepsilon_t \quad (٨,٢٥)$$

١- دالة التباين المشترك الذاتي

لقد وجدنا سابقا أن التباين الذاتي يمكن كتابته على النحو التالي :

$$\gamma_0 = E[x_t x_t] = E[x_t(\phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t)] = \phi_1\gamma_1 + \phi_2\gamma_2 + \sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_1 = E[x_{t-1}(\phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t)] = \phi_1\gamma_0 + \phi_2\gamma_1 + 0$$

$$\gamma_2 = E[x_{t-2}(\phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t)] = \phi_1\gamma_1 + \phi_2\gamma_0 + 0$$

....

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} \quad (٨,٢٦)$$

٢- دالة الارتباط الذاتي:

اعتمادا على العلاقتين (٨,٨) و(٨,٢٦) يمكن أن نكتب دالة الارتباط الذاتي على الشكل التالي :

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} \quad (٨,٢٧)$$

بالتعويض في العلاقة : (٨,٢٧) عن k بـ ١ ، ٢ ، ... نحصل على قيم معاملات الارتباط الذاتي المختلفة ، مثلا :

$$k=1 \Rightarrow \rho_1 = \phi_1\rho_0 + \phi_2\rho_1 = \phi_1 + \phi_2\rho_1$$

$$\rho_1 = \frac{\phi_1}{1-\phi_2}$$

لأن:

$$\rho_0 = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1 \quad (٨,٢٨)$$

و

$$\rho_1 = \rho_{-1} \quad (٨,٢٩)$$

$$k=2 \Rightarrow \rho_2 = \phi_1\rho_1 + \phi_2\rho_0 = \phi_1\rho_1 + \phi_2$$

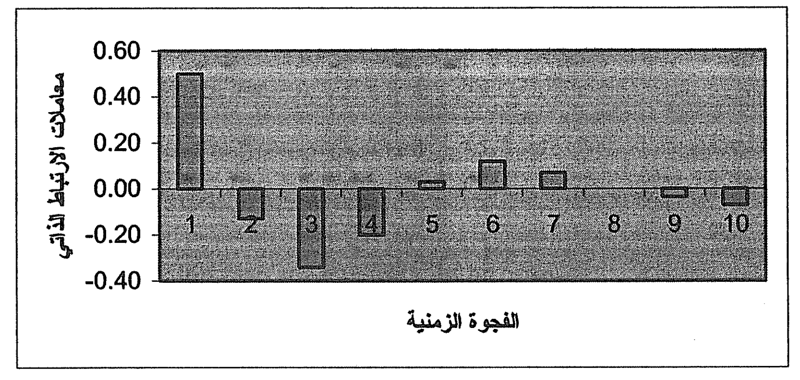
$\rho_2 = \frac{\phi_1^2}{1-\phi_2} + \phi_2$ وهكذا بالنسبة لباقي القيم.

مثال (٦): أوجد معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = 0.75x_{t-1} - 0.5x_{t-2} + \varepsilon_t$ ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من الشكل؟

بالتعويض في العلاقة: (٨,٢٧) عن k بـ ١، ٢، ... نحصل على قيم معاملات الارتباط الذاتي المختلفة:

$$\rho_1 = 0.5, \rho_2 = -0.13, \rho_3 = -0.34, \rho_4 = -.21, \rho_5 = 0.09, \rho_6 = 0.17, ...$$

وبرسم هذه القيم نحصل على الشكل التالي:



الشكل (٨,٨). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (٦).

نلاحظ أن معاملات الارتباط الذاتي تنحدر نحو الصفر بشكل جيبي (سيني).

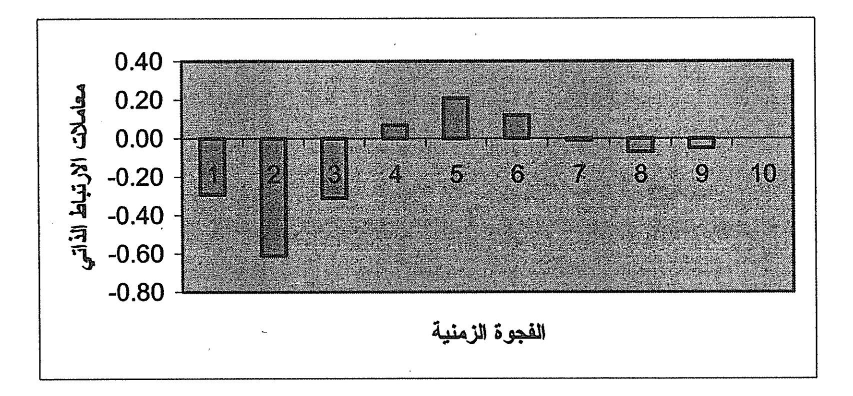
مثال (٧): أوجد معاملات الارتباط الذاتي للنموذج التالي وارسم شكلها البياني:

$$x_t = -0.5x_{t-1} - 0.75x_{t-2} + \varepsilon_t$$

بالتعويض في العلاقة: (٨,٢٧) عن k بـ ١، ٢، ... نحصل على قيم معاملات الارتباط الذاتي المختلفة:

$$\rho_1 = -0.29, \rho_2 = -0.61, \rho_3 = -0.31, \rho_4 = +0.07, \rho_5 = +0.21, \rho_6 = +0.12, ...$$

وبرسم هذه القيم نحصل على الشكل التالي:



الشكل رقم (٨,٩). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (٧).

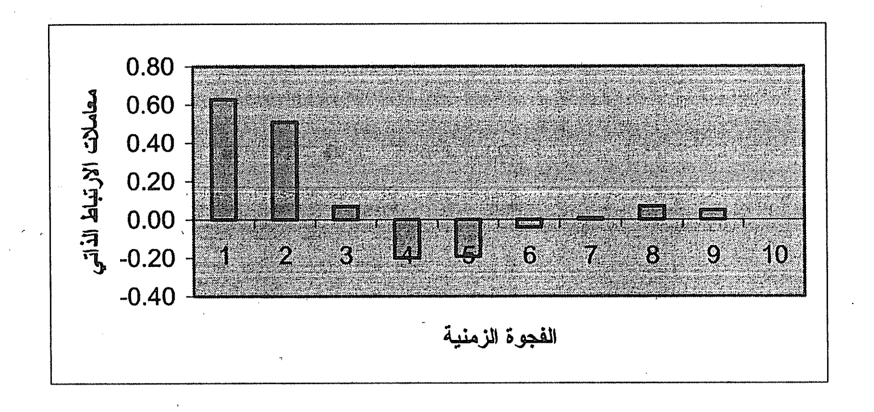
مثال (٨): أوجد معاملات الارتباط الذاتي للنموذج التالي وارسم شكلها البياني :

$$x_t = 0.5x_{t-1} + 0.2x_{t-2} + \varepsilon_t$$

بالتعويض في العلاقة : (٨,٢٧) عن k بـ ١ ، ٢ ،... نحصل على قيم معاملات الارتباط الذاتي المختلفة :

$$\rho_1 = 0.63, \rho_2 = 0.51, \rho_3 = 0.07, \rho_4 = -0.20, \rho_5 = -0.19, \rho_6 = -0.04, ...$$

وبرسم هذه القيم نحصل على الشكل التالي :



الشكل رقم (٨,١٠). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (٨).

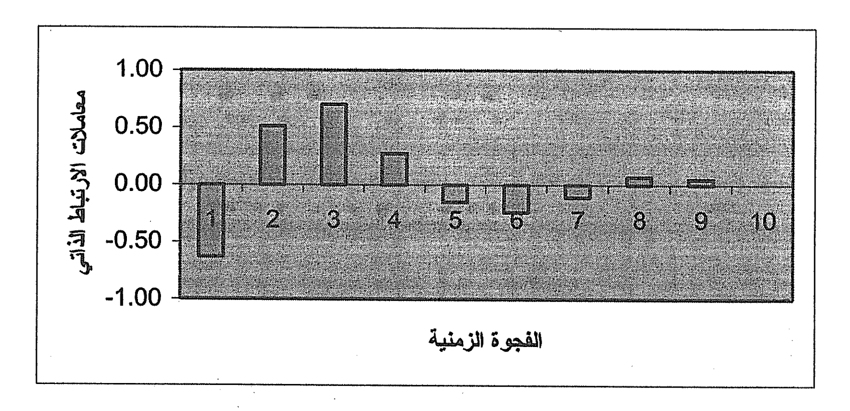
مثال (٩): أوجد معاملات الارتباط الذاتي للنموذج التالي وارسم شكلها البياني:

$$x_t = -0.5x_{t-1} + 0.2x_{t-2} + \varepsilon_t$$

بالتعويض في العلاقة: (٨,٢٧) عن k بـ ١، ٢، ... نحصل على قيم معاملات الارتباط الذاتي المختلفة:

$$\rho_1 = -0.63, \rho_2 = 0.51, \rho_3 = 0.70, \rho_4 = 0.27, \rho_5 = -0.15, \rho_6 = -0.24, \ldots$$

وبرسم هذه القيم نحصل على الشكل التالي:



الشكل رقم (٨,١١). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (٩).

٣- شروط الاستقرار

يمكن التعبير عن شروط الاستقرار للنموذج $AR(2)$ بالعلاقات التالية:

$$\phi_1 + \phi_2 < 1$$
$$\phi_2 - \phi_1 < 1 \qquad (٨,٣٠)$$
$$-1 < \phi_2 < 1$$

٤- دالة الارتباط الذاتي الجزئي

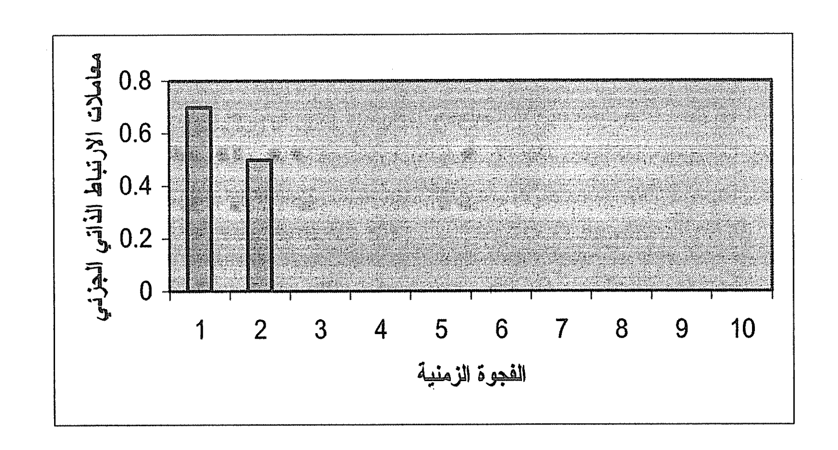
تنعدم معاملات الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج $AR(2)$ بعد التأخير الثاني:

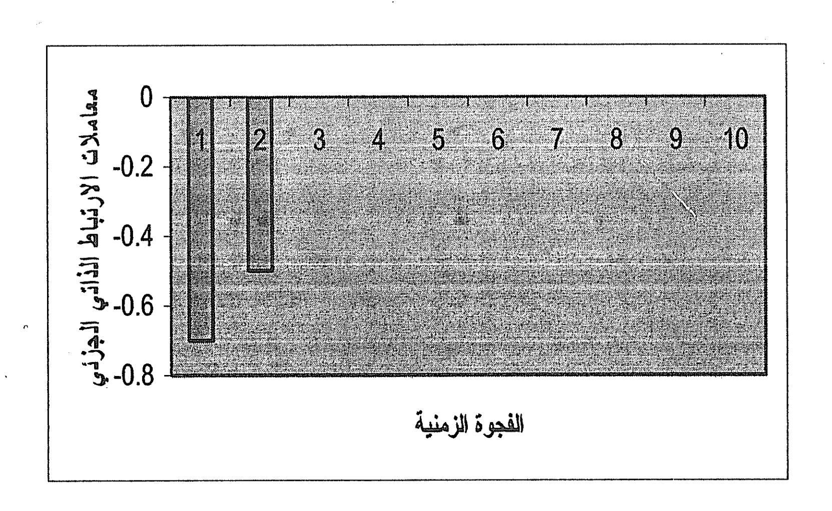
$$\phi_{11} \neq 0$$

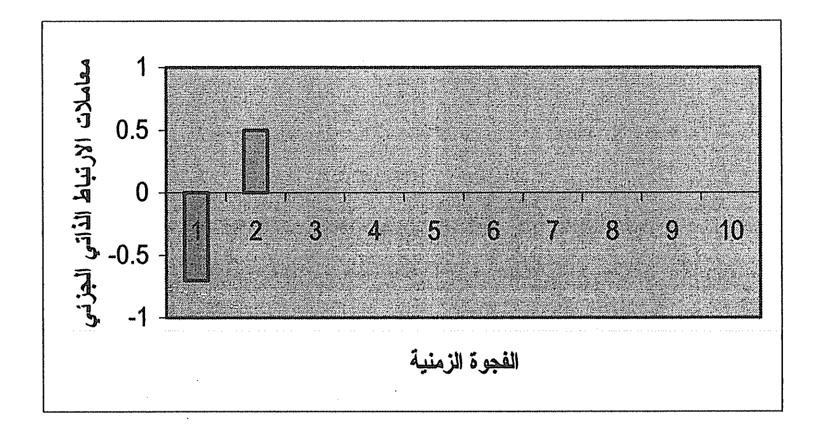
$$\phi_{22} \neq 0 \quad (٨,٣١)$$

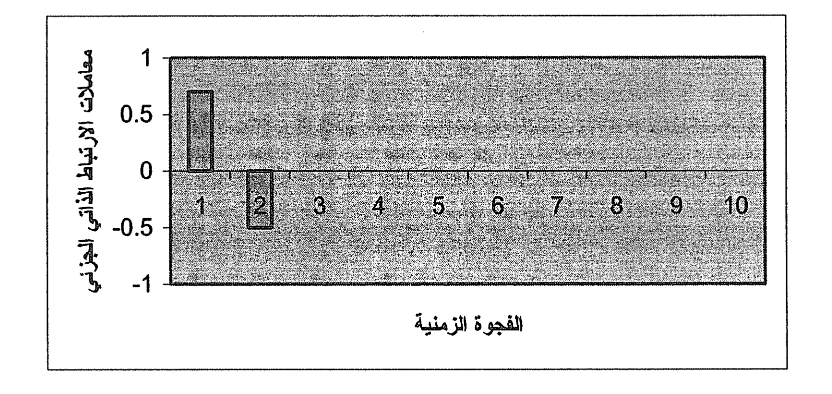
$\phi_{kk} = 0$ من أجل $K > 2$.

وبشكل عام تأخذ دالة الارتباط الذاتي الجزئي الشكل التالي:









الشكل رقم (٨,١٢). الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج $AR\,(2)$.

نتيجة هامة: إن أي نموذج من الشكل $AR\,(2)$ يمكن مطابقته بشكل الارتباط الذاتي الذي ينحدر بشكل جيبي (سيني) نحو الصفر ويأخذ عدة أشكال حسب قيم معاملات الانحدار الذاتي وشكل الارتباط الجزئي الذي ينعدم بعد التأخير الثاني.

جـ) نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة P : $AR\,(p)$:

يكتب النموذج $AR\,(p)$ بإحدى الصيغ التالية :

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + ... + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (٨,٣٢)$$

أو
$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - ..... - \phi_p B^p) x_t = \varepsilon_t \quad (٨,٣٣)$$

أو
$$\Phi(B) x_t = \xi_t \quad (٨,٣٤)$$

حيث: $\Phi(B)$ كثيرة حدود من الدرجة p و B معامل التأخير.

يمكن كتابة العزم من الدرجة p على الشكل التالي:

$$\gamma_k = E[x_{t-k}(\phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + ... + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t)]$$

ومن أجل $k = 0,1,2,....., p$ نحصل على:

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + ... + \phi_p \gamma_p + \sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_1 = \phi_1 \gamma_0 + \phi_2 \gamma_1 + ... + \phi_p \gamma_{p-1}$$

....

$$\gamma_p = \phi_1 \gamma_{p-1} + \phi_2 \gamma_{p-2} + ... + \phi_p \gamma_0 \quad (٨,٣٥)$$

وبتقسيم العلاقات (٨,٣٥) يمينا ويسارا على γ_0 نحصل على:

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2 \rho_1 + ... + \phi_p \rho_{p-1}$$

....

$$\rho_p = \phi_1 \rho_{p-1} + \phi_2 \rho_{p-2} + ... + \phi_p \quad (٨,٣٦)$$

إن المعادلات الموجودة في العلاقة (٨,٣٦) تسمى معادلات يول-ولكر، إذا عرفنا معاملات الارتباط الذاتي $\rho_1, \rho_2, ..., \rho_p$ نستطيع حساب معاملات الانحدار الذاتي $\phi_1, \phi_2, ..., \phi_p$ والعكس بالعكس.

نتيجة هامة: إن شكل الارتباط الذاتي للنموذج $AR(p)$ هو مزيج من شكلين أسي وجيبي (سيني) يتخامد بلطف ومعاملات الارتباط الذاتي ρ_k لا تنعدم من أجل أي تأخير.

أما معاملات الارتباط الذاتي الجزئي فتنعدم من أجل التأخير الأكبر من p .

(٨,٦) نماذج المتوسطات المتحركة Moving Average Models (MA)

يمكن التوسع في نموذج (1) AR باستخدام التغيرات العشوائية التي حدثت في الماضي لمعرفة ما إذا كان من الممكن الوصول إلى تمثيل أفضل لبيانات السلسلة الزمنية كما يلي:

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (٨,٣٧)$$

حيث تمثل ε_{t-1} التغير العشوائي في الفترة $t-1$ ، كما تسمى θ_1 معلمة المتوسطات المتحركة التي يجب تقديرها. وتصف هذه المعلمة تأثير التغير العشوائي السابق على x_t .

وتأخذ المعادلة (٨,٣٧) صيغة نموذج انحدار متعدد ذي متغيرين مستقلين هما ε_{t-1} و x_{t-1} ، ولكن هذه المناظرة غير كاملة لأن التغير العشوائي لا يمكن مشاهدته، وبالتالي لا يمكن استخدامه كمتغير مستقل في نموذج انحدار متعدد.

أ) نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الأولى MA (1)

بحذف المتغير x_{t-1} من المعادلة (٨,٣٧)، نحصل على نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الأولى Moving Average Model of Order 1 :

$$x_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (٨,٣٨)$$

أو بدلالة معامل التأخير:

$$x_t = (1 - \theta_1 B)\varepsilon_t \quad (٨,٣٩)$$

ويتم فيه التعبير عن المشاهدة الحالية x_t كدالة خطية في التغير العشوائي الحالي ε_t والتغير العشوائي السابق ε_{t-1} .

تعد إمكانية إجراء تخفيض كبير في عدد معالم نموذج المتوسطات المتحركة سببا هاما في الاعتماد على هذه النماذج، حيث يكافئ النموذج $MA(1)$ النموذج $AR(\infty)$. أي أن نموذج متوسطات متحركة بمعلمة واحدة يساوي نموذج انحدار ذاتي بعدد لانهائي من المعالم.

من المعادلة (٨,٣٨) يمكن أن نكتب:

$$\varepsilon_t = x_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$\varepsilon_{t-1} = x_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-2}$$

وبالتعويض عن ε_{t-1} بقيمتها في المعادلة (٨,٣٨) نحصل على:

$$x_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} = \varepsilon_t - \theta_1 (x_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-2})$$

$$= \varepsilon_t - \theta_1 x_{t-1} - \theta_1^2 \varepsilon_{t-2} = -\theta_1 x_{t-1} - \theta_1^2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

....

$$MA(1) \Rightarrow x_t = -\theta_1 x_{t-1} - \theta_1^2 x_{t-2} - \theta_1^3 x_{t-3} - ..... + \varepsilon_t \qquad (٨,٤٠)$$

ويطلق على هذه العلاقة: الصيغة المعكوسة لسياق متوسطات متحركة: Inverted Form of a Moving Average Process، حيث تتضمن هذه الصيغة عددا لانهائيا من حدود الانحدار الذاتي ولا تتضمن أي تغير عشوائي سابق. لذلك فإن نماذج المتوسطات المتحركة تقدم لنا صورة مختصرة لتمثيل النماذج المعقدة، أي تقدم طريقة لتخفيض عدد المعالم اللازمة لوصف السلسلة بشكل مناسب.

١- شرط الانعكاس

بما أن الوسط الحسابي والتباين والتباين المشترك للنموذج MA(1) هي وسائط ثابتة مع الزمن، لذلك يمكن أن نكتب:

$$E[x_t] = E[\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}] = E[\varepsilon_t] - \theta_1 E[\varepsilon_{t-1}] = 0 - 0 = 0$$

$$\text{var}[x_t] = E[(\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})^2] = E[\varepsilon_t^2 - 2\theta_1 \varepsilon_t \varepsilon_{t-1} + \theta_1^2 \varepsilon_{t-1}^2] = \sigma_\varepsilon^2 - 0 + \theta_1^2 \sigma_\varepsilon^2$$

أو

$$\gamma_0 = (1 + \theta_1^2)\sigma_\varepsilon^2 \qquad (٨,٤١)$$

$$\text{cov}(x_t x_{t-1}) = E[(\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-1} - \theta_1 \varepsilon_{t-2})]$$

$$= E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}] - \theta_1 E[\varepsilon_t \varepsilon_{t-2}] - \theta_1 E[\varepsilon_{t-1}^2] + \theta_1^2 E[\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-2}] = 0 - 0 - \theta_1 \sigma_\varepsilon^2 + 0$$

أو

$$\gamma_1 = -\theta_1 \sigma_\varepsilon^2 \qquad (٨,٤٢)$$

نلاحظ أن شرط الانعكاس لا يفرض أي قيد على قيمة المعلمة θ_1 ، ومع ذلك إذا كانت $/\theta_1/ > 1$ فإن هذا يؤدي إلى تفسير غير واقعي للصيغة المعكوسة ، وهو أن تأثير مشاهدات الماضي يتزايد كلما زاد قدم هذه المشاهدات وهذا مخالف لمنطق تحليل السلاسل الزمنية ، لذلك يفترض أن تكون : $/\theta_1/ < 1$. ويطلق على هذا الشرط : شرط الانعكاس.

ويمكن القول إن شروط الانعكاس المفروضة على معالم نموذج المتوسطات المتحركة تناظر شروط الاستقرار المفروضة على معالم نموذج الانحدار الذاتي.

٢- دالة التباين المشترك الذاتي

اعتمادا على العلاقتين : (٨,٤١) و(٨,٤٢) يمكن أن نكتب :

$$\gamma_0 = \text{var}(x_t) = (1+\theta_1^2)\sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_1 = \text{cov}(x_t x_{t-1}) = -\theta_1\sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_2 = \text{cov}(x_t x_{t-2}) = E[(\varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-2} - \varepsilon_1\varepsilon_{t-3})] = 0$$

....

$\gamma_k = 0$ من أجل $k > 1$ (٨,٤٣)

٣- دالة الارتباط الذاتي

تعطى دالة الارتباط الذاتي للنموذج MA(1) بالعلاقات التالية :

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1\sigma_\varepsilon^2}{(1+\theta_1^2)\sigma_\varepsilon^2} = \frac{-\theta_1}{(1+\theta_1^2)} \quad (٨,٤٤)$$

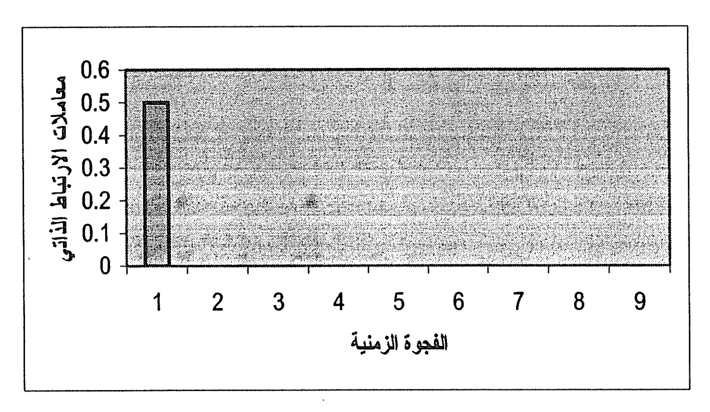
$\rho_k = 0$ من أجل $k > 1$. (٨,٤٥)

تنعدم معاملات الارتباط الذاتي للنموذج MA(1) بعد التأخير الأول وتأخذ أحد الشكلين الموضحين في المثالين التاليين :

مثال (٩): احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = \varepsilon_t - 0.8\varepsilon_{t-1}$ ثم ارسم شكلها البياني.

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{1+\theta_1^2} = \frac{+0.8}{1+0.64} = 0.5$$

$\gamma_k = 0$ من أجل k >1.

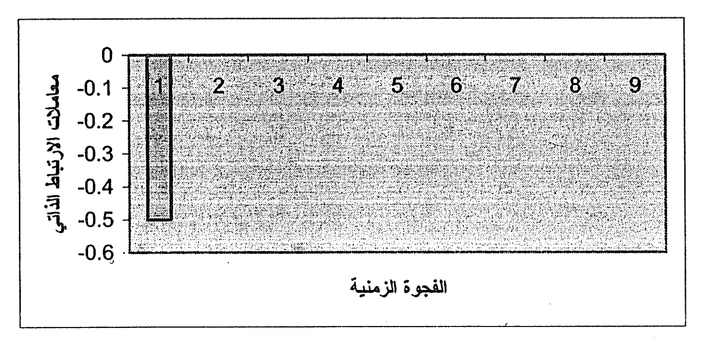


الشكل رقم (٨,١٣). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (٩).

مثال (١٠): احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = \varepsilon_t + 0.8\varepsilon_{t-1}$ ثم ارسم شكلها البياني.

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{1+\theta_1^2} = \frac{-0.8}{1+0.64} = -0.5$$

$\gamma_k = 0$ من أجل k >1.



الشكل رقم (٨,١٤). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١٠).

٤- دالة الذاكرة

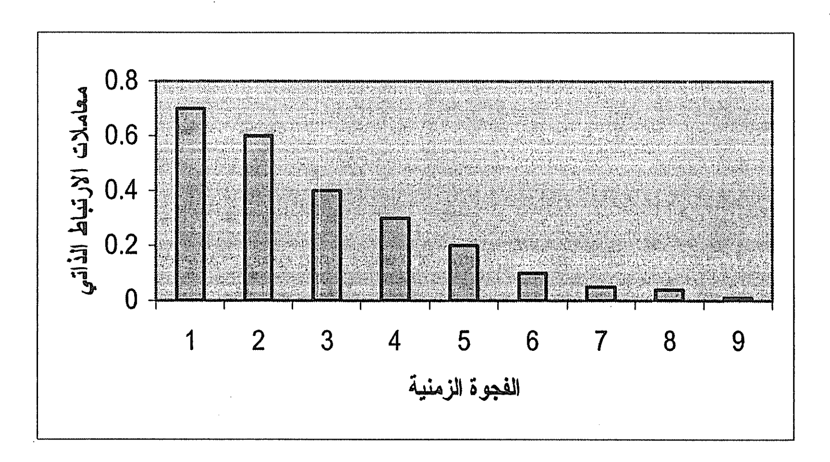
دالة الذاكرة هي الشكل البياني لمعاملات الذاكرة، وهي معاملات المتغير العشوائي عند تمثيل القيمة الحالية للسلسلة y_t بدلالة المتغيرات العشوائية السابقة فقط. وبالتالي يمكن الحصول على ذاكرة النموذج MA (1) مباشرة من تعريف النموذج نفسه.

إن تأثير المتغير العشوائي ε_t يكون كاملا في الفترة الحالية، ثم يصبح متناسبا مع θ_1 في الفترة التالية، لذلك فإن ذاكرة النموذج MA (1) تدوم لفترة واحدة فقط كما هو واضح من الشكلين السابقين.

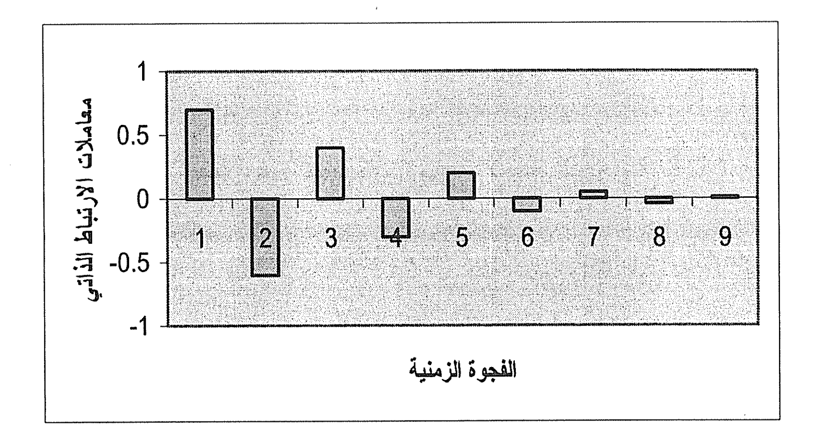
٥- دالة الارتباط الذاتي الجزئي

تأخذ دالة الارتباط الذاتي الجزئي أحد الشكلين التاليين:

- إذا كانت $\theta_1 > 0$ انحدار أسي بدون تغيير الإشارة.
- إذا كانت $\theta_1 < 0$ انحدار أسي مع تغيير الإشارة عند كل تأخير كما هو واضح من الشكلين التاليين:



الشكل رقم (٨,١٥). انحدار أسي بدون تغيير الإشارة.



الشكل رقم (٨,١٦). انحدار أسي مع تغيير الإشارة عند كل تأخير.

نتيجة هامة: يمكننا مطابقة أي نموذج من الشكل MA(1) بوساطة شكل الارتباط الذاتي الذي يساوي الصفر بعد التأخير الأول وبوساطة شكل الارتباط الذاتي الجزئي الذي ينحدر بشكل أسي مع/أو بدون تغيير الإشارة.

ب) نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الثانية MA (2)

يكتب نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الثانية على الشكل التالي:

$$x_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} \qquad (٨,٤٦)$$

أو بدلالة معامل التأخير:

$$x_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\varepsilon_t \qquad (٨,٤٧)$$

١- دالة التباين المشترك

تعطى دالة التباين المشترك للنموذج MA (2) بالعلاقات التالية:

$$\gamma_0 = E[x_t x_t] = E[(\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2})(\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2})]$$

$$= \sigma_\varepsilon^2 + \theta_1^2 \sigma_\varepsilon^2 + \theta_2^2 \sigma_\varepsilon^2 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)\sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_0 = (1+\theta_1^2+\theta_2^2)\sigma_\varepsilon^2 \qquad (٨,٤٨)$$

$$\gamma_1 = E[x_t x_{t-1}] = E[(\varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2})(\varepsilon_{t-1} - \theta_1\varepsilon_{t-2} - \theta_2\varepsilon_{t-3})] = -\theta_1\sigma_\varepsilon^2 + \theta_1\theta_2\sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_1 = -\theta_1(1-\theta_2)\sigma_\varepsilon^2 \qquad (٨,٤٩)$$

$$\gamma_2 = E[x_t x_{t-2}] = E[(\varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2})(\varepsilon_{t-2} - \theta_1\varepsilon_{t-3} - \theta_2\varepsilon_{t-4})] = -\theta_2\sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_2 = -\theta_2\sigma \qquad (٨,٥٠)$$

$\gamma_k = 0$ من أجل k >2. (٨,٥١)

٢- دالة الارتباط الذاتي

تعطى دالة الارتباط الذاتي للنموذج MA (2) بالعلاقات التالية :

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)}$$

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)}$$

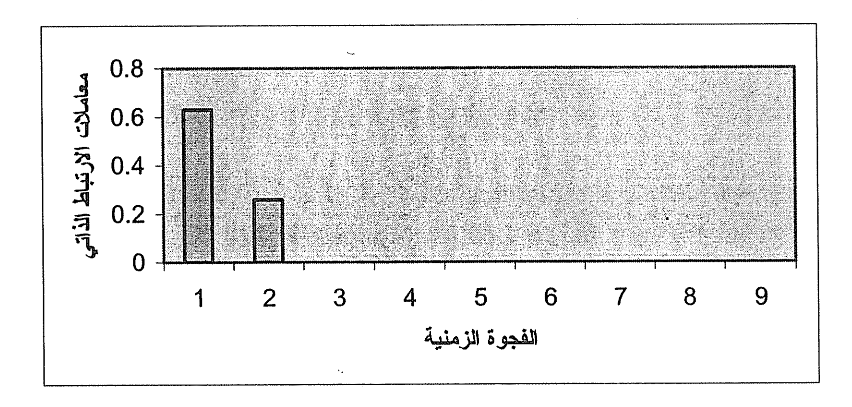
$\rho_k = 0$ من أجل k > 2.

ملاحظة: إن إشارة ρ_1 و ρ_2 هي عكس إشارة θ_1 و θ_2 على الترتيب. وبشكل عام فإن إشارة آخر معامل ارتباط ذاتي غير صفري هي عكس إشارة المعلمة الأخيرة في نموذج المتوسطات المتحركة.

مثال (١١): احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = \varepsilon_t - 0.8\varepsilon_{t-1} - 0.5\varepsilon_{t-2}$ ثم مثلها بيانيا.

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} = \frac{+0.8(1+0.5)}{(1+0.64+0.25)} = 0.63$$

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} = \frac{+0.5}{(1+0.64+0.25)} = 0.26$$



الشكل رقم (٨,١٧). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١١).

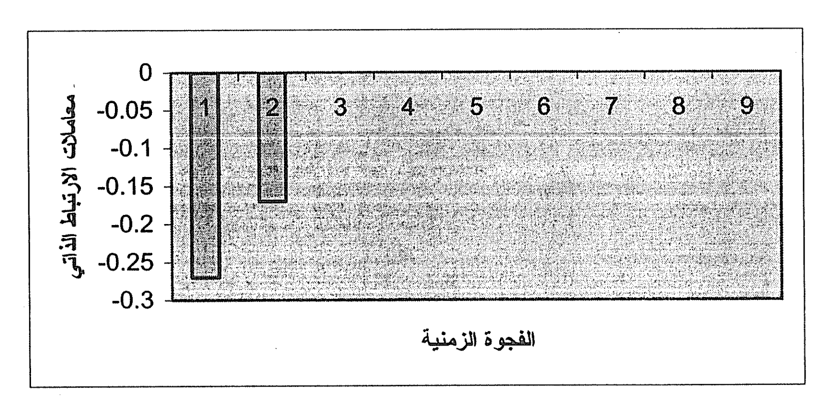
مثال (١٢): احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج:

$$x_t = \varepsilon_t + 0.4\varepsilon_{t-1} + 0.2\varepsilon_{t-2}$$

ثم مثلها بيانيا.

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} = \frac{-0.4(1-0.2)}{(1+0.16+0.04)} = -0.27$$

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} = \frac{-0.2}{(1+0.16+0.04)} = -0.17$$



الشكل رقم (٨,١٨). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١٢).

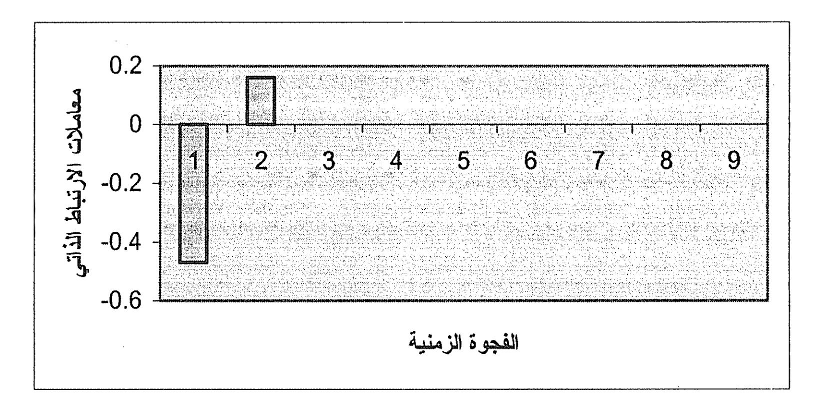
مثال (١٣): احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج :

$$x_t = \varepsilon_t + 0.5\varepsilon_{t-1} - 0.2\varepsilon_{t-2}$$

ثم مثلها بيانيا.

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} = \frac{-0.5(1+0.2)}{(1+0.25+0.04)} = -0.47$$

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} = \frac{+0.2}{(1+0.25+0.04)} = +0.16$$



الشكل رقم (٨,١٩). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١٣).

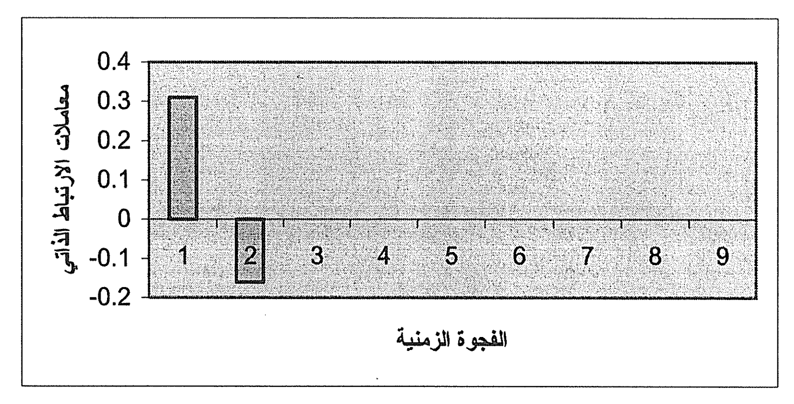
مثال (١٤): احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج :

$$x_t = \varepsilon_t - 0.5\varepsilon_{t-1} + 0.2\varepsilon_{t-2}$$

ثم مثلها بيانيا.

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} = \frac{+0.5(1-0.2)}{(1+0.25+0.04)} = +0.31$$

$$\rho_2 = \frac{-\theta_2}{(1+\theta_1^2+\theta_2^2)} = \frac{-0.2}{(1+0.25+0.04)} = -0.16$$



الشكل رقم (٨,٢٠). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١٤).

٣- شروط الانعكاس

يمكن إثبات أن شروط الانعكاس للنموذج MA (2) هي :

$$\theta_1 + \theta_2 < 1$$

$$\theta_2 - \theta_1 < 1$$

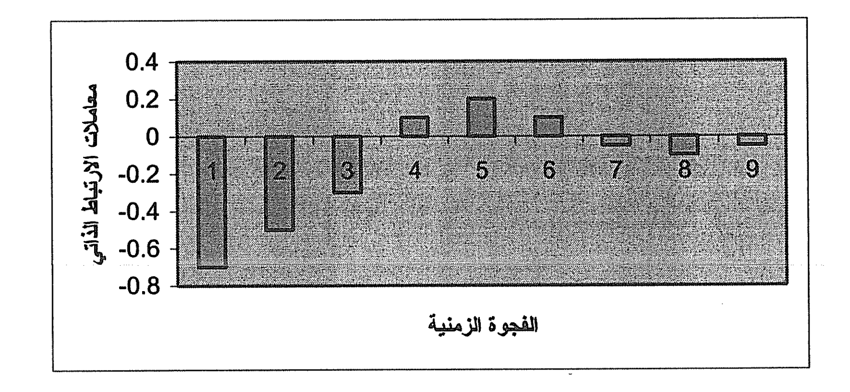
$$/\theta_2/ < 1 \qquad (٨,٥٢)$$

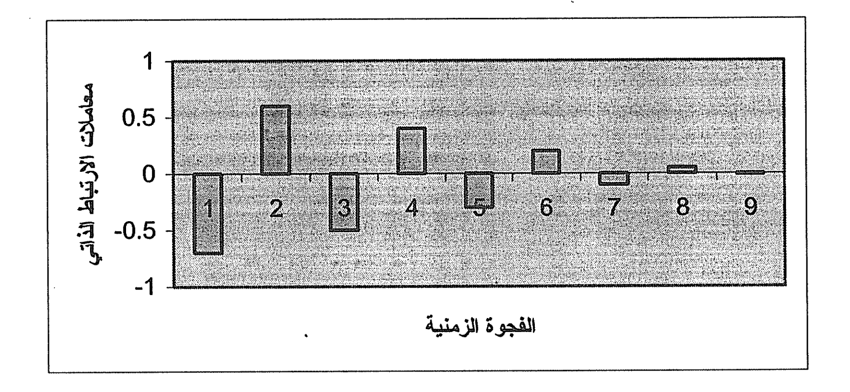
وهي تشبه شروط الاستقرار في النموذج AR (2).

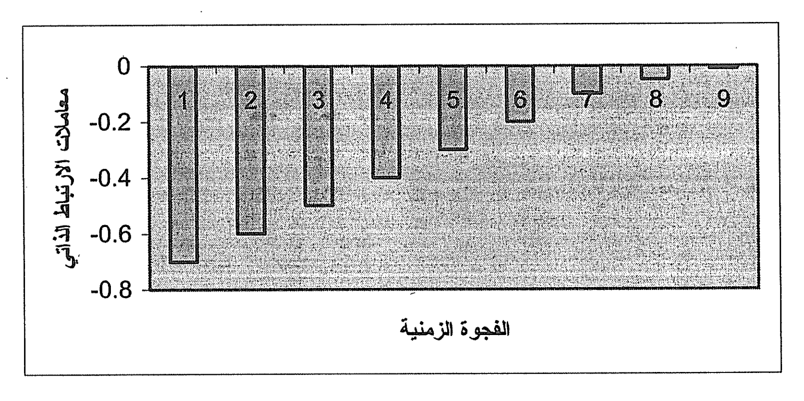
٤- دالة الارتباط الذاتي الجزئي

يمكن لدالة الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج MA (2) أن تأخذ أحد الأشكال التالية :

- انحدار أسي بدون تغيير الإشارة.
- انحدار أسي مع تغيير الإشارة عند كل تأخير.
- انحدار جيبي يبدأ من القسم الموجب.
- انحدار جيبي يبدأ من القسم السالب.







الشكل رقم (٨,٢١). أشكال الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج (2) MA.

نتيجة هامة: بشكل عام، يمكن مطابقة النموذج (2) MA اعتمادا على شكل معاملات الارتباط الذاتي التي تساوي الصفر بعد التأخير الثاني وشكل معاملات الارتباط الذاتي الجزئي التي تأخذ أحد الأشكال الواردة أعلاه.

جـ) نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة q MA(q)

يمكن تعميم العلاقات: (٨,٤٦) و(٨,٤٧) بتضمينها عددا أكبر من المتغيرات العشوائية:

$$x_t = \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - ..... - \theta_q\varepsilon_{t-q} \qquad (٨,٥٣)$$

أو بدلالة معامل التأخير:

$$x_t = (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2 - ..... - \theta_q B^q)\varepsilon_t \qquad (٨,٥٤)$$

أو بدلالة كثيرة حدود:

$$X_t = \Theta(B)\xi_t \qquad (٨,٥٥)$$

حيث $\Theta(B)$ كثيرة حدود من الدرجة q لمعامل التأخير B.

١- دالة الارتباط الذاتي

بتطبيق العلاقة: $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$ نحصل على العلاقات التالية:

$$\rho_k = \frac{(-\theta_k + \theta_1\theta_{k-1} + ... + \theta_{q-k}\theta_q)}{(1+\theta_1^2 + ... + \theta_q^2)}$$

من أجل k <= q.

$\rho_k = 0$ من أجل k > q. (٨,٥٦)

٢- دالة الارتباط الذاتي الجزئي

معاملات الارتباط الذاتي الجزئي لا تنعدم مطلقا.

(٨,٧) النماذج المختلطة (انحدار ذاتي ومتوسطات متحركة)

Mixed Autoregressive Moving Average Models

أ) نموذج ARMA (1,1)

بدمج النموذجين AR (1) وMA (1) نحصل على النموذج ARMA (1,1) على الشكل التالي:

$$AR(1) \Rightarrow x_t = \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t \Rightarrow \varepsilon_t = x_t - \phi_1 x_{t-1}$$

$$MA(1) \Rightarrow x_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

وباعتبار أن ε_t تمثل نموذج MA (1) يمكن أن نكتب:

$$x_t - \phi_1 x_{t-1} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

أو:

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \qquad (٨,٥٧)$$

١ – دالة التباين المشترك الذاتي

تُعطى هذه الدالة بالعلاقات التالية:

$$\gamma_0 = E[x_t x_t] = E[(\phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})(\phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})]$$

$$= \phi_1^2 \gamma_0 + 0 - \phi_1 \theta_1 E[x_{t-1} \varepsilon_{t-1}] + 0 + \sigma_\varepsilon^2 + 0 - \phi_1 \theta_1 E[\varepsilon_{t-1} x_{t-1}] + 0 + \theta_1^2 \sigma_\varepsilon^2$$

$$= \phi_1^2 \gamma_0 + \sigma_\varepsilon^2 + \theta_1^2 \sigma_\varepsilon^2 - 2\phi_1 \theta_1 \sigma_\varepsilon^2$$

لأن:

$$E[x_{t-1} \varepsilon_{t-1}] = E[(\phi_1 x_{t-2} + \varepsilon_{t-1} - \theta_1 \varepsilon_{t-2})(\varepsilon_{t-1})] = 0 + \sigma_\varepsilon^2 + 0$$

وبالتالي فإن:

$$-2\phi_1 \theta_1 E[x_{t-1} \varepsilon_{t-1}] = -2\phi_1 \theta_1 \sigma_\varepsilon^2$$

وبالتعويض في علاقة التباين نحصل على:

$$\gamma_0 - \phi_1^2 \gamma_0 = (1 + \theta_1^2 - 2\phi_1 \theta_1) \sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_0 = \frac{(1+\theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1)\sigma_\varepsilon^2}{(1-\phi_1^2)} \quad (٨,٥٨)$$

$$\gamma_1 = E[x_t x_{t-1}] = E[x_{t-1}(\phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1})] = \phi_1\gamma_0 + 0 - \theta_1\sigma_\varepsilon^2$$

$$= \phi_1[\frac{(1+\theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1)\sigma_\varepsilon^2}{(1-\phi_1^2)}] - \theta_1\sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_1 = \frac{(1-\phi_1\theta_1)(\phi_1 - \theta_1)\sigma_\varepsilon^2}{(1-\phi_1^2)} \quad (٨,٥٩)$$

$$\gamma_2 = E[x_t x_{t-2}] = E[x_{t-2}(\phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1})] = \phi_1\gamma_0 + 0$$

....

$$\gamma_k = E[x_t x_{t-k}] = E[x_{t-k}(\phi_1 x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1})] = \phi_1\gamma_{k-1}$$

$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1}$ من أجل $k >= 2$. (٨,٦٠)

٢- قيود على معالم النموذج المختلط

يوجد قيدان على النموذج المختلط ARMA (1,1) هما :

$/\phi_1/ < 1$ شرط الاستقرار.

$/\theta_1/ < 1$ شرط الانعكاس. (٨,٦١)

٣- دالة الارتباط الذاتي

بالتعويض في العلاقة : $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$ عن γ_k بـ: $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_k$ نحصل على معاملات الارتباط الذاتي للنموذج المختلط ARMA (1,1) :

$$\rho_1 = \frac{(1-\phi_1\theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{(1+\theta_1^2 - 2\phi_1\theta_1)}$$

$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1}$ من أجل $k >= 2$.

وكما هي الحال في نموذج AR (1) ، فإن معاملات الارتباط الذاتي للنموذج ARMA (1,1) تقترب من الصفر تدريجيا. ويتحدد معدل الاقتراب من الصفر بمعامل

الانحدار الذاتي ϕ_1. ومع ذلك فإن معامل الارتباط الذاتي الأول ρ_1 لا يساوي ϕ_1، ولكنه يتأثر بمعلمتي الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة. وتتحدد إشارة ρ_1 حسب إشارة المقدار $(\phi_1 - \theta_1)$.

عمليا، من الصعب التمييز بين شكل معاملات الارتباط الذاتي للنموذج ARMA (1,1) وشكل معاملات الارتباط الذاتي للنموذج AR (1) كما يتضح من الأمثلة التالية:

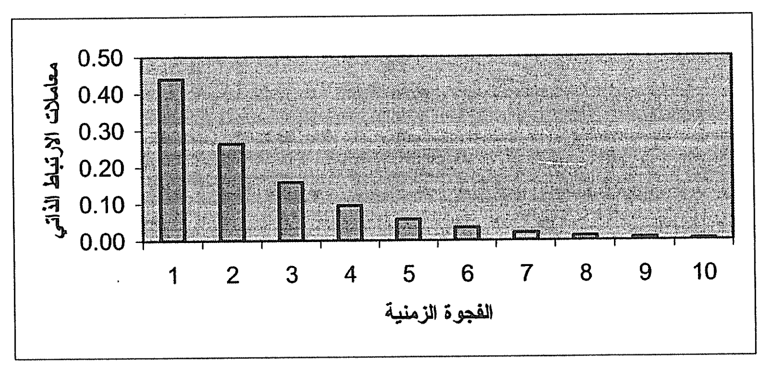
مثال (١٥): أوجد معاملات الارتباط الذاتي للنموذج:

$$x_t = 0.6x_{t-1} + \varepsilon_t + 0.2\varepsilon_{t-1}$$

ثم ارسم شكلها البياني.

$$\rho_1 = \frac{(1-\phi_1\theta_1)(\phi_1-\theta_1)}{(1+\theta_1^2-2\phi_1\theta_1)} = \frac{(1-0.6*0.2)(0.6-0.2)}{(1+0.04-2*0.6*0.2)} = 0.44$$

$$\rho_2 = \phi_1\rho_1 = 0.6*0.44 = 0.26$$
$$\rho_3 = \phi_1\rho_2 = 0.6*0.26 = 0.16$$
$$\rho_4 = \phi_1\rho_3 = 0.6*0.16 = 0.10$$
$$\rho_5 = \phi_1\rho_4 = 0.6*0.10 = 0.06$$
$$\rho_6 = \phi_1\rho_5 = 0.6*0.06 = 0.03$$
$$\rho_7 = \phi_1\rho_6 = 0.6*0.03 = 0.02$$
$$\rho_8 = \phi_1\rho_7 = 0.6*0.02 = 0.01$$
$$\rho_9 = \phi_1\rho_8 = 0.6*0.01 = 0.01$$
$$\rho_{10} = \phi_1\rho_9 = 0.6*0.01 = 0.00$$



الشكل رقم (٨,٢٢). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١٥).

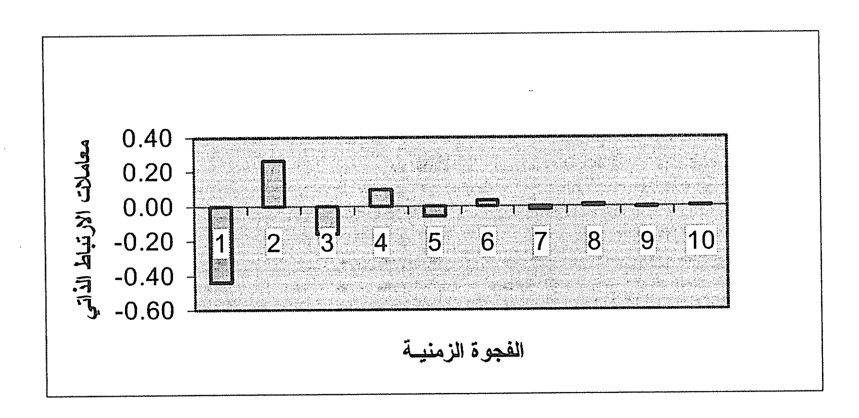
مثال (١٦): بالعـودة إلى المثـال السابـق وباعتبـار أن $\phi_1 = -0.6$ و $\theta_1 = -0.2$ ، أوجد معاملات الارتباط الذاتي للنموذج ثم ارسم شكلها البياني.

باتباع نفس أسلوب المثال السابق نجد:

$$\rho_1 = -0.44, \rho_2 = 0.26, \rho_3 = -0.16, \rho_4 = 0.10, \rho_5 = -0.06$$

$$\rho_6 = 0.03, \rho_7 = -0.02, \rho_8 = 0.01, \rho_9 = -0.01, \rho_{10} = 0.00$$

والشكل التالي يوضح التمثيل البياني لهذه المعاملات:



الشكل رقم (٨,٢٣). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١٦).

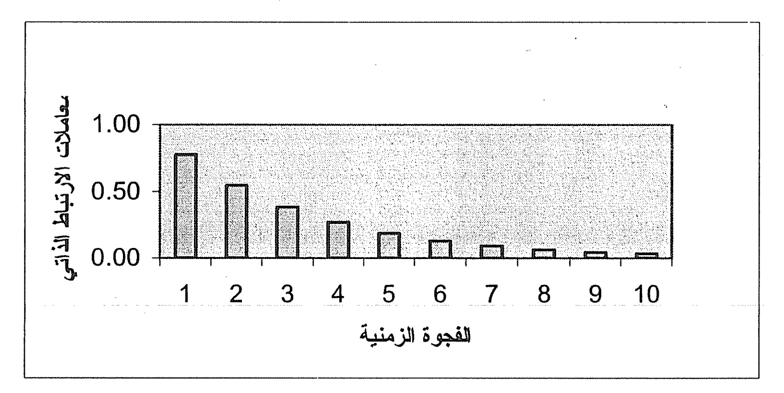
مثال (١٧): في المثـال السـابق إذا كانـت: $\phi_1 = 0.7$ و $\theta_1 = -0.2$ ، مـا هـو شـكل معاملات الارتباط الذاتي؟

بحساب معاملات الارتباط الذاتي نجدها:

$$\rho_1 = 0.78, \rho_2 = 0.54, \rho_3 = 0.38, \rho_4 = 0.27, \rho_5 = 0.19$$

$$\rho_6 = 0.13, \rho_7 = 0.09, \rho_8 = 0.06, \rho_9 = 0.04, \rho_{10} = 0.03$$

والشكل التالي يوضح التمثيل البياني لهذه المعاملات:



الشكل رقم (٨,٢٤). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١٧).

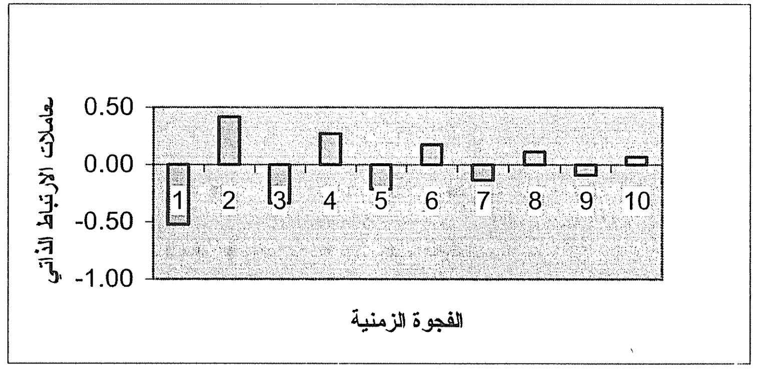
مثال (١٨): لنعيد المثال السابق باعتبار أن $\phi_1 = -0.8$ و $\theta_1 = -0.4$.

بحساب معاملات الارتباط الذاتي نجدها :

$$\rho_1 = -0.52, \rho_2 = 0.42, \rho_3 = -0.33, \rho_4 = 0.27, \rho_5 = -0.21$$

$$\rho_6 = 0.17, \rho_7 = -0.14, \rho_8 = 0.06, \rho_9 = -0.11, \rho_{10} = +0.09$$

والشكل التالي يوضح التمثيل البياني لهذه المعاملات :



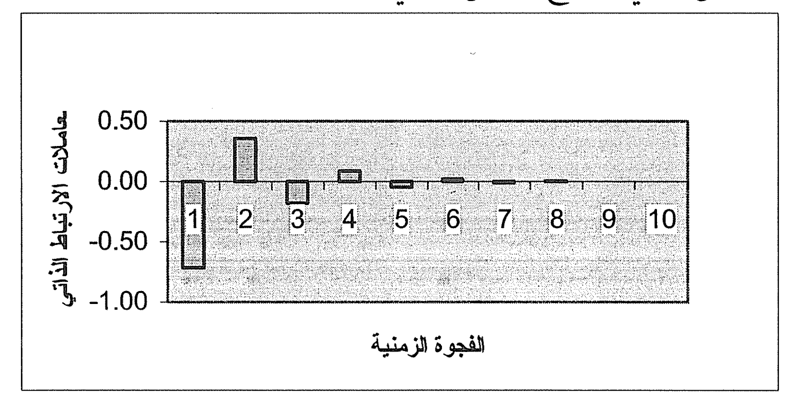
الشكل رقم (٨,٢٥). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١٨).

مثال (١٩): بالعودة إلى المثال السابق وباعتبار أن $\phi_1 = -0.5$ و $\theta_1 = 0.5$ ، نجد أن معاملات الارتباط الذاتي :

$$\rho_1 = -0.71, \rho_2 = 0.36, \rho_3 = -0.18, \rho_4 = 0.09, \rho_5 = -0.04$$

$$\rho_6 = 0.02, \rho_7 = -0.01, \rho_8 = 0.01, \rho_9 = 0.00, \rho_{10} = 0.00$$

والشكل التالي يوضح التمثيل البياني لهذه المعاملات:

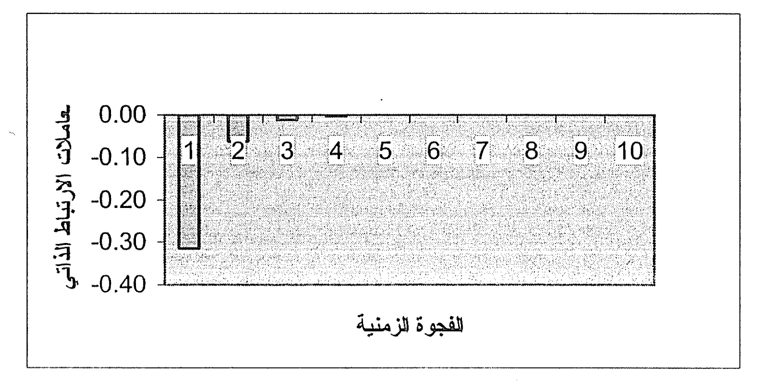


الشكل رقم (٨,٢٦). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (١٩).

مثـــال (٢٠): بإعادة المثال السابق من أجل: $\phi_1 = 0.2$ و $\theta_1 = 0.6$ ، نجد أن معاملات الارتباط الذاتي تساوي إلى:

$$\rho_1 = -0.31, \rho_2 = -0.06, \rho_3 = -0.01, \rho_4 = 0.00, \rho_5 = 0.00$$

والشكل التالي يوضح التمثيل البياني لهذه المعاملات:



الشكل رقم (٨,٢٧). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (٢٠).

٤- دالة الذاكرة

يمكن استنتاج دالة الذاكرة بالحذف المتتالي للمشاهدات السابقة $x_{t-1}, x_{t-2}, ...$ من المعادلة (٨,٥٧) فنحصل على:

$$x_t = \varepsilon_t + (\phi_1 - \theta_1)\varepsilon_{t-1} + \phi_1(\phi_1 - \theta_1)\varepsilon_{t-2} + \phi_1^2(\phi_1 - \theta_1)\varepsilon_{t-3} + \phi_1^3(\phi_1 - \theta_1)\varepsilon_{t-4} + ... - ... - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

ب) النموذج المختلط من الدرجة (p,q) $ARMA(p,q)$

بتعميم العلاقة (٨,٥٧) نحصل على النموذج $ARMA(p,q)$ التالي:

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + ... + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - ..... - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (٨,٦٢)$$

(٨,٨) نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA

في النماذج السابقة افترضنا أنها تمثل سلاسل مستقرة. لكن في التطبيق العملي نجد أغلب السلاسل الزمنية غير مستقرة. إن أحد أسباب عدم استقرار هذه السلاسل يرجع إلى وجود الاتجاه العام. وكما رأينا في بداية هذا الفصل، افترض بوكس وجنكنز أنه في بعض الأحيان يمكن تحويل السلسلة غير المستقرة إلى مستقرة بإدخال معامل فروق من الدرجة d على النحو التالي:

$$\Delta^d = (1-B)^d$$

وبذلك تتحول نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة $ARMA(p,q)$ للسلسلة $\Delta^d x_t$ إلى نماذج انحدار ذاتي ومتوسطات متحركة تكاملية Autoregressive Integrated Moving Average Models، $ARIMA(p,d,q)$ حيث تشير p إلى درجة الانحدار الذاتي وq إلى درجة المتوسطات المتحركة وd إلى عدد الفروق اللازمة لتحقيق استقرار السلسلة.

ويمكن اعتبار النماذج $AR(p)$ و $MA(q)$ و $ARMA(p,q)$ نماذج انحدار ذاتي ومتوسطات متحركة تكاملية وكتابتها على الترتيب على النحو التالي:

$ARIMA(p,0,q);\ ARIMA(0,0,q);\ ARIMA(p,0,0)$.

وباستخدام الرمزين Δ وB يمكن التعبير عن أي نموذج من الشكل $ARIMA(p,d,q)$ بالعلاقة:

$$\Phi(B)Y_t = \Theta(B)\xi_t \qquad (٨,٦٣)$$

حيث تعرف كثيرتا الحدود السابقتين في B كما يلي:

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - ..... - \phi_p B^p$$

$$\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - ..... - \theta_q B^q$$

كما تعرف X_t كما يلي:

$Y_t = \Delta^d X_t$ إذا كانت $d > 0$.

$Y_t = X_t$ إذا كانت $d = 0$.

ويمكن الحصول على توفيق أفضل للبيانات باستخدام حد ثابت، فتصبح المعادلة (٨,٦٣) على الشكل التالي:

$$\Phi(B)Y_t = \delta + \Theta(B)\xi_t \qquad (٨,٦٤)$$

ويمكن أن تكون δ الوسط الحسابي إذا كان النموذج نموذج متوسطات متحركة، أو: $\delta = \frac{m}{1 - \phi_1 - \phi_2 - ..... - \phi_p}$ إذا كان النموذج نموذج انحدار ذاتي.

(٨,٩) نماذج الانحدار الذاتي
والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية SARIMA

تعتبر التغيرات الموسمية من أهم أسباب عدم استقرار السلاسل الزمنية. ويمكن معالجة هذه الحالة بأسلوبين:

- الأسلوب الأول، يتضمن تحويل السلسلة غير المستقرة إلى سلسلة مستقرة عن طريق حذف التغيرات الموسمية الدورية. أما الأسلوب الثاني، فيقتضي إدخال التغيرات الموسمية في النموذج، وهو ما اتبعه بوكس وجنكنز. حيث اقترحا استخدام

نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية : Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average Models.

- باستخدام نفس الرموز المستخدمة في النماذج السابقة، يمكن التعبير عن نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية بالعلاقة التالية :

$$SARIMA(P,D,Q)_s \quad (٨,٦٥)$$

حيث تشيرP إلى رتبة نموذج الانحدار الذاتي الموسمي.

وD إلى عدد الفروق الموسمية.

وQ إلى رتبة نموذج المتوسطات المتحركة الموسمي.

وs إلى طول الدورة الموسمية.

وبشكل أكثر تفصيلا، يمكن أن نكتب النموذج السابق على النحو التالي :

$$\phi(B)\Phi_P(B^s)\Delta^d\Delta^k y_t = \theta(B)\Theta_Q(B^s)\varepsilon_t \quad (٨,٦٦)$$

حيث : $\Delta^s = (1-B^s)$

و P وQ وd وk أعداد صحيحة غير سالبة.

و $\phi(B);\theta(B)$ كثيرات حدود لمعامل التأخير B من الدرجة p وq على الترتيب.

و $\Phi_P(B^s);\Theta_Q(B^s)$ كثيرات حدود لمعامل التأخير B^s من الدرجة P وQ على الترتيب.

نتيجة هامة: بشكل عام، يمكن التعرف على السلسلة المستقرة من خلال الهبوط السريع لشكل الارتباط الذاتي عندما يزداد التأخير (الفجوة الزمنية). إذا لم يتحقق هذا الهبوط، نستخدم غالبا طريقة الفروق بتحويل السلسلة الأصلية y_t إلى الشكل التالي :

$$y_t = (1-B)^d(1-B^s)^u y_t' \quad (٨,٦٧)$$

حيث s هو معامل التأخير الموسمي (٤ في السلاسل الفصلية و١٢ في السلاسل الشهرية).

وu درجة الفروق الموسمية.

وd درجة الفروق البسيطة أو العادية.

و y'_t تحويل غير خطي لـ y_t ، وغالبا يكون هذا التحويل من الشكل اللوغاريتمي : $y'_t = \ln y_t$.

(٨,١٠) مرحلة المطابقة

إن الطرق المستخدمة في مرحلة المطابقة هي طرق تقريبية ، ويمكن تعديل وتغيير النموذج الذي تم اختياره في البداية إذا تبين عدم ملاءمته.

بعد التعرف على النموذج ، نقوم بتقدير معالمه. وباستخدام وسائل اختبار عديدة ، يمكن أن نحدد فيما إذا كان النموذج ملائما للبيانات المتاحة أم لا. فإذا كان النموذج غير ملائم نقوم بمطابقة نموذج آخر ثم نكرر خطوات تقدير معالمه واختباره حتى نحصل على نموذج ملائم تماما لبيانات السلسلة الزمنية.

تساعد الطبيعة البسيطة لأغلب السلاسل الزمنية الاقتصادية والتجارية والاجتماعية عامة ، على تسهيل عملية المطابقة. وتوجد مجموعة من العوامل يمكن الاستعانة بها في هذا المجال منها : طول الدورة الموسمية s (٤ أو ١٢)، وانخفاض درجة النماذج المستخدمة التي في الغالب تكون من الدرجة الأولى أو الثانية. وبعد التأكد من ملائمة النموذج للبيانات نقوم باستخدامه في التنبؤ.

تهدف مرحلة المطابقة إلى تحديد قيمة كل من p (درجة الانحدار الذاتي) d (درجة الفروق) وq (درجة المتوسطات المتحركة) وقيمة كل من P وD وQ إذا كان من الضروري إضافة معالم موسمية للنموذج.

وتعتبر مرحلة المطابقة مرحلة أساسية وهامة في اختبار نموذج السلسلة الزمنية. وفي هذه المرحلة تعتبر دالة الارتباط الذاتي ACF (Autocorrelation Function) ودالة الارتباط الذاتي الجزئي PACF (Partial Autocorrelation Function) أداتان أساسيتان في التعرف على نموذج السلسلة. حيث نقوم بمقارنة هاتين الدالتين المقدرتين من واقع

بيانات العينة مع الأشكال النظرية ، واختيار النموذج النظري الذي يكون شكله قريبا جدا من شكل الارتباط الذاتي والجزئي المقدرين لـ y_t .

يمكن تلخيص مرحلة المطابقة بالخطوات التالية :

الخطوة الأولى: حساب معاملات الارتباط الذاتي والجزئي($\rho_k;\tau_k$) والكشف عن تناقص شكل الارتباط ، فإذا كان سريعا فالسلسلة مستقرة وعندها ننتقل إلى الخطوة الثانية ، أما إذا كان التناقص بطيئا فالسلسلة غير مستقرة ، لذلك نقوم بـ :

١- اختيار $y_t' = y_t$.

٢- حساب معاملات الارتباط الذاتي والجزئي ($\rho_k;\tau_k$) لـ y_t' من أجل عدة قيم لـ d وB .

الخطوة الثانية: إذا كان النموذج نموذج انحدار ذاتي من الدرجة p فإن :

١- معاملات الارتباط الذاتي لا تساوي الصفر وتتكون من مزيج أسي و/أو جيبي متخامد نحو الصفر.

٢- معاملات الارتباط الذاتي الجزئي تساوي الصفر اعتبارا من التأخير الأكبر من p.

الخطوة الثالثة: إذا كان النموذج نموذج متوسطات متحركة من الدرجة q فإن :

١- معاملات الارتباط الذاتي تساوي الصفر اعتبارا من التأخير الأكبر من q.

٢- معاملات الارتباط الذاتي الجزئي لا تساوي الصفر وتتكون من مزيج أسي و/أو جيبي متخامد نحو الصفر.

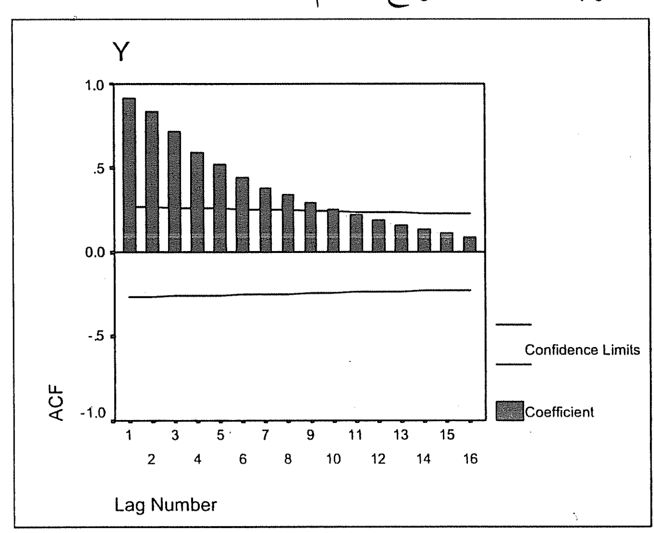
الخطوة الرابعة: إذا كان النموذج نموذج انحدار ذاتي ومتوسطات متحركة من الدرجة p وq فإن معاملات الارتباط الذاتي من أجل التأخير الأكبر من q+1 تتألف من توافيق أسية وجيبية متخامدة هندسيا.

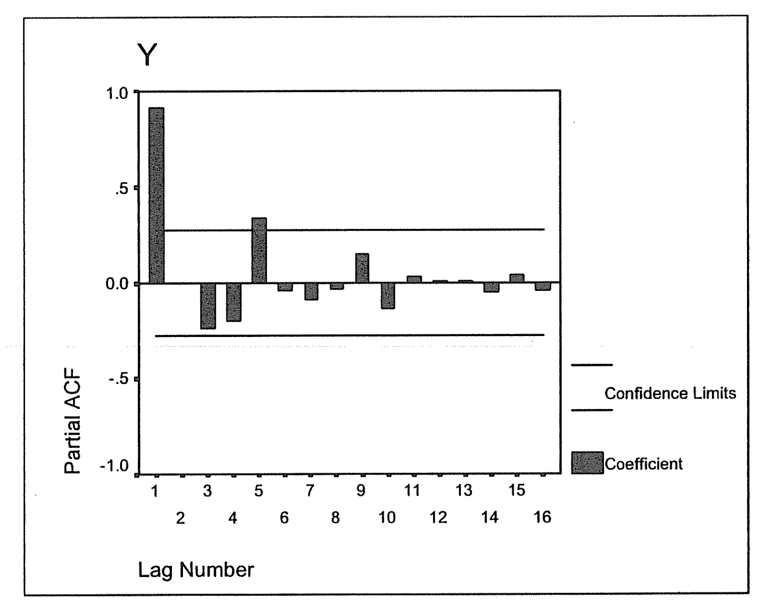
يمكن أن نجمع هذه الخواص في الجدول التالي :

الجدول رقم (٨,٢). خصائص نماذج بوكس-جنكنز.

النموذج	دالة الارتباط الذاتي	دالة الارتباط الذاتي الجزئي
AR (1)	تناقص بشكل أسي	ارتباط ذاتي جزئي واحد معنوي
AR (2)	تناقص بشكل أسي أو جيبي (سيني)	ارتباطان ذاتيان جزئيان معنويان
...	...	...
AR (p)	مزيج أسي و/أو جيبي متخامد نحو الصفر	تنعدم معاملات الارتباط الذاتي الجزئي من أجل $k > p$
MA (1)	ارتباط ذاتي واحد معنوي	تناقص بشكل أسي
MA (2)	ارتباطان ذاتيان معنويان	تناقص بشكل أسي أو جيبي
...	...	...
MA (q)	تنعدم معاملات الارتباط الذاتي من أجل $k > q$	مزيج أسي و/أو جيبي متخامد نحو الصفر
ARMA (p,q)	مزيج أسي و/أو جيبي متخامد نحو الصفر	مزيج أسي و/أو جيبي متخامد نحو الصفر

مثال (٢١): الشكل التالي يمثل معاملات الارتباط الذاتي ومعاملات الارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة زمنية تمثل عدد حجاج الديار المقدسة خلال الفترة ١٣٤٤-١٣٩٧هـ، والمطلوب: تحديد النموذج الملائم لبيانات هذه السلسلة.





الشكل رقم (٨,٢٩). معاملات الارتباط الذاتي ومعاملات الارتباط الذاتي الجزئي.

نلاحظ من الشكل الأعلى (معاملات الارتباط الذاتي) أنها تتناقص بشكل أسي مما يوحي بأنها تمثل نموذج انحدار ذاتي حسب جدول خصائص نماذج بوكس-جنكنز. أما درجة النموذج فيحددها شكل معاملات الارتباط الذاتي الجزئي (الشكل الأسفل)، حيث لا يوجد فيه سوى قيمة واحدة معنوية (أكبر ٠,٢)، وبذلك يمكن القول أن النموذج الملائم لهذه السلسلة هو نموذج انحدار ذاتي من الدرجة الأولى.

ملاحظة: إذا كان تحديدنا السابق غير ملائم تماما لبيانات السلسلة فيمكن أن نكتشف ذلك من خلال المراحل اللاحقة.

(٨,١١) مرحلة التقدير

في المرحلة السابقة، قمنا بتحديد P وq وB وs وu، أما في مرحلة التقدير فنقوم بتقدير المؤشرات (المعالم): $\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \ldots\ldots, \hat{\phi}_p, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots\ldots, \hat{\theta}_q, \hat{\sigma}_\varepsilon^2$.

ولتقدير هذه المعالم نستخدم غالبا إحدى طريقتين: طريقة الإمكانية القصوى أو طريقة المربعات الصغرى. وفي الطريقتين يتم تقدير مقدرات المعالم التي تجعل مجموع مربعات الانحرافات (الأخطاء) أقل ما يمكن بافتراض أن التوزيع هو توزيع طبيعي.

تعطى دالة الإمكانية القصوى بالعلاقة:

$$(\phi,\theta,\sigma_\varepsilon^2)=(2\pi\sigma_\varepsilon^2)^{-\frac{n}{2}}e^{(-\frac{1}{2}\sigma_\varepsilon^2\sum_{t=1}^{T}\varepsilon_t^2)} \qquad (٨,٦٨)$$

وغالبا، نستخدم لوغاريتم الدالة بدلا من الدالة الأصلية:

$$L(\phi,\theta,\sigma_\varepsilon^2)=-\frac{T}{2}\ln(2\pi\sigma_\varepsilon^2)-\frac{1}{2}\sigma_\varepsilon^2\sum_{t=1}^{T}\varepsilon_t^2 \qquad (٨,٦٩)$$

تكبير (تعظيم) الدالة L يكافئ تصغير المقدار $\sum\varepsilon_t^2$، توجد ثلاث إمكانيات للتقدير هي:

١- تصغير المقدار $\frac{1}{2}\sigma_\varepsilon^2\sum\varepsilon_t^2$ وهو دالة الإمكانية القصوى الأصلية.

٢- تصغير المقدار $\frac{1}{2}\sigma_\varepsilon^2$ وهو تقريب لدالة الإمكانية القصوى.

٣- تصغير المقدار $\sum\varepsilon_t^2$ وهو دالة الإمكانية القصوى الشرطية.

بوكس وجنكنز استخدما الطريقة الثانية، وهذه الطريقة يمكن أن تعطي نتائج جيدة إذا كانت السلسلة المدروسة مستقرة وإذا كان طول السلسلة كافيا $(n > 50)$. أما إذا كانت السلسلة المدروسة قصيرة فمن المفضل استخدام طريقة الإمكانية القصوى الشرطية.

(٨,١٢) مرحلة التحقق أو التشخيص

هدف هذه المرحلة هو التأكد من أن النموذج الذي تم اختياره في المراحل السابقة مطابق لبعض الاختبارات الإحصائية فإذا حقق هذه الاختبارات نستخدمه في التنبؤ وإلا ننطلق من المرحلة الأولى بعد أن ندخل في النموذج المعلومات التي زودتنا بها الاختبارات الإحصائية.

ومن هذه الاختبارات نذكر :

١- اختبارات معالم النمـــوذج: وهي طرائق الاختبار العادية المستخدمة مع طريقة المربعات الصغرى مثل اختبار t واختبار F. بالإضافة إلى ذلك نختبر نموذجين : أحدهما يحوي معالم أكثر من الآخر ونرى فيما إذا أثرت المعالم الإضافية على نتائج الاختبارات. مثلا ، في المثال السابق وجدنا أن النموذج يمكن مطابقته بنموذج انحدار ذاتي من الدرجة الأولى، نجري الاختبارات على معالم هذا النموذج ، ثم نجري نفس الاختبارات على نموذج انحدار ذاتي من الدرجة الثانية. بعد ذلك نقارن بين نتائج اختبارات النموذجين ونقرر فيما إذا حسنت المعالم الجديدة قيم هذه الاختبارات.

٢- اختبار الأخطاء: يهدف هذا الاختبار إلى التأكد من أن المتغيرات العشوائية ε_t التي استخدمناها في النموذج لتقدير معالمه هي متغيرات مستقلة. ومن هذه الاختبارات نستخدم عادة اختبار بوكس- بيرس (Box-Pierce) الذي يختبر الارتباط بين المتغيرات العشوائية. يسمى أيضا اختبار Portmanteau. فإذا كانت p وq هما درجة الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة على الترتيب للنموذج ARMA (p,q) وε_t متغيرات عشوائية مستقلة وn طول السلسلة الزمنية وk الفجوة الزمنية أو التأخير فإن :

$$Q \to \chi^2(k-p-q)$$

حيث :

$$Q = n\sum_{t=1}^{k}\hat{\varepsilon}_t^2 \qquad (\text{٨,٧٠})$$

و(k-p-q) عدد درجات الحرية.

ونرفض فرضية استقلال المتغيرات العشوائية ε_t بدرجة معنوية α إذا كان :

$$Q \geq \chi^2_\alpha(k-p-q)$$

وبشكل عام تكون: $16 < k < 24$.

يمكننا أيضا استعمال معاملات الارتباط الذاتي الفعلية أو المقدرة لاختبار استقلال المتغيرات العشوائية :

$$\hat{Q} = n\sum_{t=1}^{k} r_t^2 = n\sum_{t=1}^{k} R_t^2 \qquad (\text{٨,٧١})$$

ونقبل فرضية استقلال المتغيرات العشوائية ε_t بدرجة معنوية α إذا كان:

$$\hat{Q} < \chi^2_\alpha(k-p-q)$$

مثال (٢٢): في المثال (١)، وجدنا أن معاملات الارتباط الذاتي المقدرة الأربعة الأولى كانت تساوي: ٠,١٣٢-، ٠,١٨١، ٠,٢٠١-، ٠,١٨٨- على الترتيب، اختبر فرضية استقلال المتغيرات العشوائية ε_t بدرجة معنوية مقدارها ٥٪:

$$\hat{Q} = n\sum_{t=1}^{k}\rho_t^2 = 10[(-0.188)^2 + (-0.201)^2 + (0.181)^2 + (-0.132)^2] = 1.26$$

ومن جدول χ^2 نجد القيمة الجدولية الموافقة لمستوى معنوية مقداره ٠,٠٥ ودرجات حرية k = 4:

$\chi^2_{0.05,4} = 9.488$ وبمقارنة هذه القيمة مع قيمة $\hat{Q}$ نجد أن: $\hat{Q} < \chi^2$ لذلك نقبل فرضية استقلال المتغيرات العشوائية أو فرضية أن معاملات الارتباط الذاتية في المجتمع تساوي الصفر.

وفي عام ١٩٧٨م طور Box وLjung اختبار Q ليصبح على الشكل التالي:

$$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{16}\frac{1}{n-k}\rho_k^2 \qquad (٨,٧٢)$$

ملاحظة هامة: إن مفهوم R^2 في نماذج الانحدار الخطي هو نفسه في نماذج بوكس- جنكنز ولكن قيمة هذا المعامل في هذه النماذج لا يمكن أن تكون كبيرة، فقد أثبت Nelson في عام ١٩٧٦م أن:

$R^2 = \phi_1^2$ في نموذج AR(1). كما يمكن إثبات أن: $R^2 = \dfrac{\theta_1^2}{(1-\theta_1^2)}$، أي أن قيمة هذا المعامل لا تزيد عن ٠,٥٠، لذلك لا يمكن الاعتماد عليه في المفاضلة بين النماذج. ونفس الملاحظة تنطبق على مؤشر اللوغاريتم الطبيعي لدالة الإمكانية القصوى وعلى المقياسين اللذين اقترحهما كل من Akaike وSchwartz:

١ - Akaike Information Criterion: $AIC = \ln\hat{\sigma}_e^2 + \dfrac{2k}{n}$.

٢ - Schwartz Bayesian Criterion : $SBC = \ln \hat{\sigma}_e^2 + \frac{k}{n} \ln n$.

حيث : $\hat{\sigma}_e^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n} \hat{e}_t^2}{n}$ و $\hat{e}_t$ الأخطاء المقدرة. ويتم اختيار قيمة k الموافقة لأقل قيمة للمقياسين السابقين. لكن في التطبيقات العملية لا يوجد نماذج كثيرة تحقق كل الشروط المفروضة على نماذج بوكس- جنكنز ليتم المفاضلة بينها كما سنرى لاحقا من خلال الأمثلة التطبيقية. لذلك يعتبر تباين الأخطاء هو المعيار الأساسي للمفاضلة بين النماذج المختلفة عند استخدامها في التنبؤ*.

(٨,١٣) مرحلة التنبؤ

بعد اختيار النموذج الملائم لبيانات السلسلة الزمنية نقوم باستخدامه في عملية التنبؤ التي تعتبر الهدف النهائي من دراسة السلاسل الزمنية.

لنفرض أن n تشير إلى الفترة الزمنية الحالية التي يتم عندها التنبؤ ، وأننا نريد أن نتنبأ بقيمة المشاهدة التي ستحدث بعد h فترة زمنية ، أي أننا نريد أن نتنبأ بقيمة المشاهدة y_{n+h} التي لم تحدث بعد. تسمى h أفق التنبؤ Forecast horizon ، كما تسمى $\hat{y}_n(h)$ القيمة المقدرة أو المتنبأ بها للمشاهدة الحقيقة y_{n+h} التي ستحدث بعد h من الفترات الزمنية. فمثلا ، إذا كانت h=1 فإن $\hat{y}_n(1)$ تشير إلى القيمة المقدرة للمشاهدة y_{n+1} التي ستحدث بعد فترة زمنية واحدة والتي تنبأنا بها في الفترة n. وإذا كانت h =2 ، فإن $\hat{y}_n(2)$ تشير إلى القيمة المقدرة التي نحصل عليها في الفترة n للمشاهدة y_{n+2} التي ستحدث بعد فترتين زمنيتين... وهكذا.

لنفرض أيضا ، أن التنبؤ يتم باستخدام المشاهدات المتاحة $y_1, y_2, ..., y_n$. وبما أن المتغير الذي نريد التنبؤ بقيمته ، وهو y_{n+h} هو متغير عشوائي وبالتالي له توزيع احتمالي

---

* السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقية ، مرجع سابق ، ص ١٨٥ و Forecasting ، مرجع سابق ، ص ٣٦١.

يعتمد على المشاهدة الحالية والمشاهدات السابقة بالإضافة إلى اعتماده على النموذج المقترح. في هذه الحالة يعتبر الوسط الحسابي لتوزيع التنبؤ هو أفضل تنبؤ ممكن لأن متوسط مربعات الخطأ الناتجة عنه تكون أقل من القيمة المتوقعة لأي تنبؤ آخر*.

لنفرض أن m_h هي القيمة المتوقعة للمتغير y_{n+h} الذي قدرناه أو تنبأنا به في الفترة n ، أي أن $m_h = E(y_{n+h})$.

لنفرض أيضا ، أن m هو تقدير أو تنبؤ آخر للمتغير y_{n+h} بحيث أن :

$$m = m_h + d$$

حيث تشير d إلى الفرق بين m و m_h . وباستخدام نقطة التنبؤ m ، نجد أن القيمة المتوقعة لمربع خطأ التنبؤ هي :

$$E[(y_{n+h} - m)^2] = E\{[y_{n+h} - (m_h + d)]^2\}$$

$$E[(y_{n+h} - m)^2] = E[(y_{n+h} - m_h)^2] - 2dE(y_{n+h} - m_h) + d^2$$

وبما أن : $m_h = E(y_{n+h})$ ، لذلك فإن الحد الأوسط في العلاقة السابقة يساوي إلى الصفر. وحتى تتساوى هذه العلاقة يجب أن تساوي d إلى الصفر. أي أن القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) هي التنبؤ المثالي بقيمة y_{n+h} لأن متوسط مربعات خطأ التنبؤ المناظرة لها أقل ما يمكن.

لنفرض أن $E(y_t) = \mu$ وأنها تتبع النموذج AR (1) التالي** :

$$y_t - \mu = \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t$$

أي أن :

$$y_t = (1 - \phi_1)\mu + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (٨,٧٣)$$

---

* السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقية ، مرجع سابق ، ص ٢١٢.

** y_t تمثل البيانات الأصلية بينما x_t تمثل انحرافات السلسلة الأصلية عن وسطها الحسابي.

وباستخدام الأسلوب السابق وباعتبار h = 1 نجد أن :

$$E(y_{n+1}) = \hat{y}_n(1) = (1-\phi_1)\mu + \phi_1 y_n \qquad (٨,٧٤)$$

ومن أجل h = 2 نجد أن :

$$\hat{y}_n(2) = (1-\phi_1)\mu + \phi_1 \hat{y}_n(1) = (1-\phi_1)(1+\phi_1)\mu + \phi_1^2 y_n$$

وباستمرار عملية الإحلال هذه يمكن أن نكتب :

$$\hat{y}_n(h) = (1-\phi_1)(1+\phi_1^2+.....+\phi_1^{h-1})\mu + \phi_1^h y_n \qquad (٨,٧٥)$$

وإذا استمرت عملية التنبؤ لمدى بعيد في المستقبل، أي إذا اقتربت h من اللانهاية، فإن استخدام شرط استقرار النموذج AR (1)، وهو $\phi_1 < 1$، يبين لنا أن أفضل تنبؤ هو الوسط الحسابي μ للسلسلة لأن:

$1+\phi_1+\phi_1^2+.....+\phi_1^{h-1}+.....$ هو مجموع متوالية هندسية لا نهائية أساسها $1 > /\phi_1/$، لذلك فإن مجموعها يساوي إلى:

$\frac{1}{(1-\phi_1)}$ وبالتالي فإن:

$$\hat{y}_n(h) = \frac{1-\phi_1}{1-\phi_1}\mu = \mu$$
$$h \to \infty$$

ويمكن الحصول على نفس النتيجة باتباع طريقة التنبؤ الشرطي.

وبشكل مشابه يمكن التنبؤ بباقي النماذج.

الأمثلة التالية توضح كيفية تطبيق المراحل المختلفة لنماذج بوكس- جنكنز على سلاسل زمنية اقتصادية وإدارية باستخدام برنامج SPSS.

مثال (٢٣): ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل عدد حجاج الديار المقدسة خلال الفترة ١٣٤٤-١٣٩٧هـ:

الجدول رقم (٨,٣). عدد حجاج الديار المقدسة (بالآلاف) خلال الفترة ١٣٤٤-١٣٩٧هـ.

السنة	عدد الحجاج	السنة	عدد الحجاج	السنة	عدد الحجاج
١٣٤٤هـ	٨٥	١٣٦٢هـ	٦٣	١٣٨٠هـ	٢٨٦
١٣٤٥هـ	٩١	١٣٦٣هـ	٣٨	١٣٨١هـ	٢١٦
١٣٤٦هـ	٩٦	١٣٦٤هـ	٣٨	١٣٨٢هـ	١٩٩
١٣٤٧هـ	٩١	١٣٦٥هـ	٦١	١٣٨٣هـ	٢٦٧
١٣٤٨هـ	٨٢	١٣٦٦هـ	٥٥	١٣٨٤هـ	٢٨٣
١٣٤٩هـ	٣٩	١٣٦٧هـ	٧٦	١٣٨٥هـ	٢٩٤
١٣٥٠هـ	٢٩	١٣٦٨هـ	٩٩	١٣٨٦هـ	٣١٦
١٣٥١هـ	٢٠	١٣٦٩هـ	١٠٨	١٣٨٧هـ	٣١٩
١٣٥٢هـ	٢٥	١٣٧٠هـ	١٠١	١٣٨٨هـ	٣٧٥
١٣٥٣هـ	٣٤	١٣٧١هـ	١٤٩	١٣٨٩هـ	٤٠٦
١٣٥٤هـ	٣٤	١٣٧٢هـ	١٥٠	١٣٩٠هـ	٤٣١
١٣٥٥هـ	٥٠	١٣٧٣هـ	١٦٤	١٣٩١هـ	٤٧٩
١٣٥٦هـ	٧٦	١٣٧٤هـ	٢٣٣	١٣٩٢هـ	٦٤٥
١٣٥٧هـ	٦٠	١٣٧٥هـ	٢٢١	١٣٩٣هـ	٦٠٨
١٣٥٨هـ	٣٢	١٣٧٦هـ	٢١٦	١٣٩٤هـ	٩١٩
١٣٥٩هـ	٩	١٣٧٧هـ	٢٠٩	١٣٩٥هـ	٨٩٥
١٣٦٠هـ	٢٤	١٣٧٨هـ	٢٠٧	١٣٩٦هـ	٧١٩
١٣٦١هـ	٢٥	١٣٧٩هـ	٢٥٣	١٣٩٧هـ	٧٣٩

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة، وزارة التخطيط.

والمطلوب: استخدم برنامج SPSS في:

١- رسم شكل انتشار السلسلة الزمنية الممثلة لعدد الحجاج خلال الفترة ١٣٤٤-١٣٩٧هـ. ماذا يمكن أن نستنتج من هذا الشكل؟

٢- أوجد شكل الارتباط الذاتي، ماذا يوحي هذا الشكل؟

٣- أوجد شكل الارتباط الجزئي، ماذا يوحي هذا الشكل؟

٤- اعتمادا على الطلبات السابقة، هل السلسلة الزمنية الممثلة لعدد الحجاج مستقرة؟ إذا كانت مستقرة حدد النموذج الذي يناسبها. أما إذا كانت السلسلة غير مستقرة، فحولها إلى سلسلة مستقرة ثم اقترح النموذج المناسب لها.

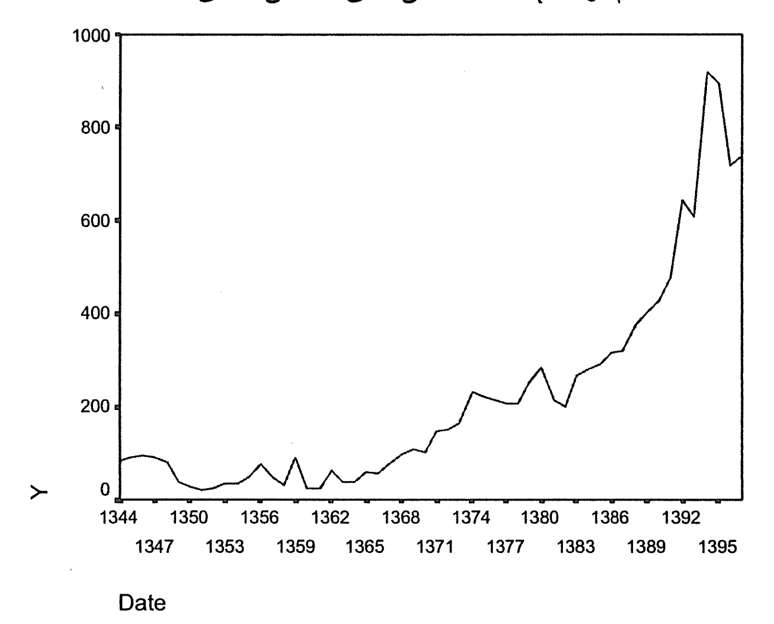
٥- قدر معالم النموذج المقترح ثم اجر الاختبارات اللازمة عليه.

٦- استخدم النموذج المقترح في تقدير عدد الحجاج خلال الفترة المدروسة.

٧- قدر عدد الحجاج في عام ١٣٩٨هـ باستخدام النموذج المقترح.

الحل

١- باستخدام برنامج SPSS نحصل على الشكل التالى:

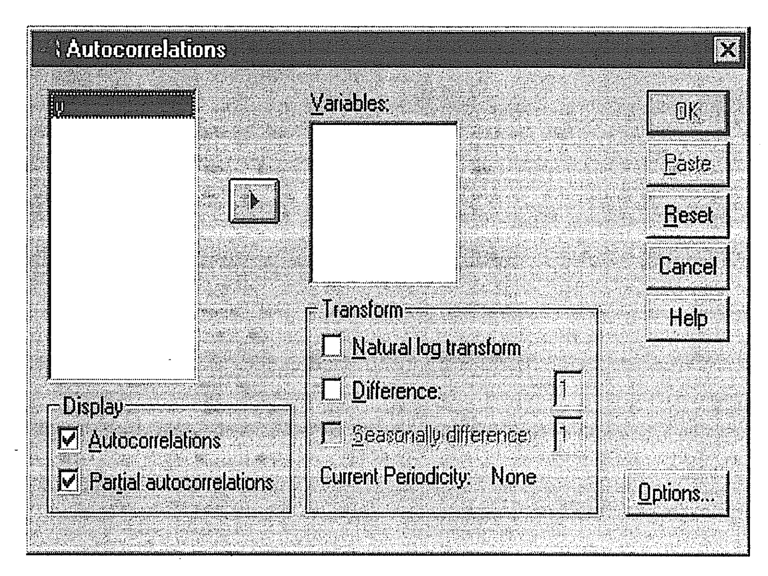


الشكل رقم (٨,٢٩). شكل انتشار سلسلة المثال (٢٣).

نلاحظ من شكل الانتشار أن السلسلة الزمنية غير مستقرة نظرا لوجود اتجاه عام خطي، كما نلاحظ وجود قيمتين شاذتين هما عدد الحجاج في عامي: ١٣٩٤ و١٣٩٥هـ، بينما لا توجد أية تغيرات موسمية أو دورية (البيانات سنوية).

٢- لرسم شكل الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي باستخدام برنامج SPSS وحساب اختبار Q، نتبع الخطوات التالية*:

أ) نفتح قائمة الرسم Graphs ونختار منها السلاسل الزمنية Time Series، ثم نختار من القائمة الفرعية للسلاسل الزمنية "ارتباط ذاتي Autocorrelations"، فنحصل على نافذة الحوار التالية:



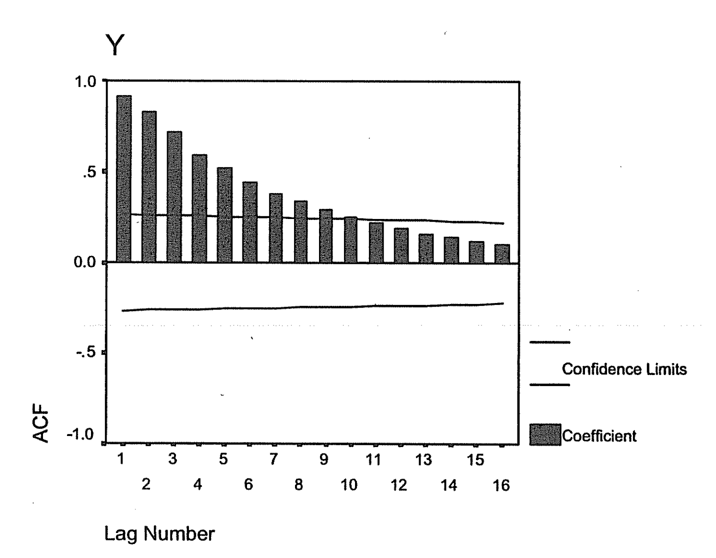
الشكل رقم (٨,٣٠). نافذة الحوار الخاصة بالارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي.

ب) ننقل المتغير y الذي يمثل السلسلة الزمنية من قائمة متغيرات الملف إلى قائمة المتغيرات المراد حساب ورسم معاملات الارتباط الذاتي والجزئي لها. ومن هذه النافذة نستطيع تحديد عدد الفجوات الزمنية المراد دراستها بفتح تبويب خيارات Options وتحديد العدد المطلوب، علما أن العدد الفرضي يساوي إلى ١٦ فجوة زمنية.

جـ) نضغط على مفتاح الإدخال، فنحصل على الشكلين التاليين:

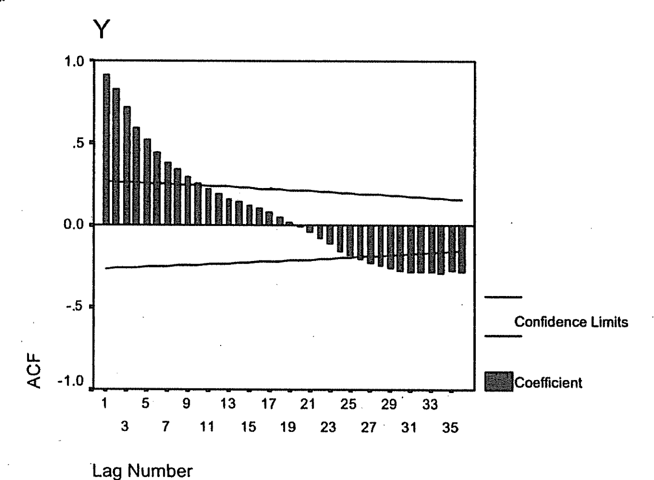
---

* بافتراض أن ملف بيانات السلسلة الأصلية موجود في البرنامج باعتباره سلسلة زمنية سنوية.



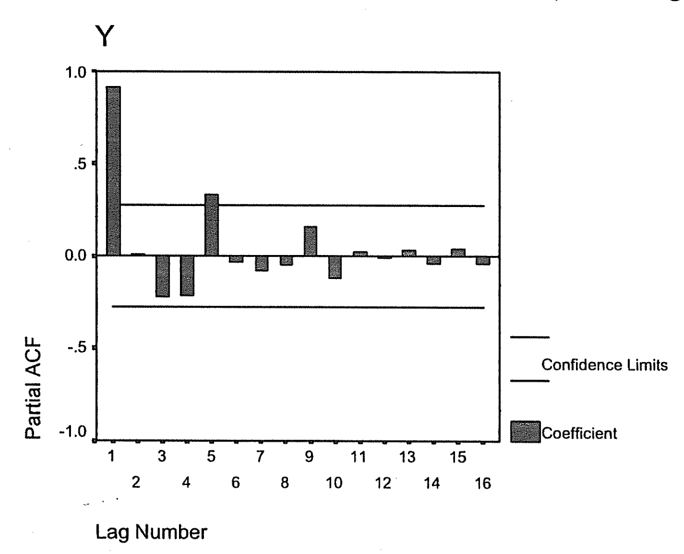
الشكل رقم (٨,٣١). شكل معاملات الارتباط الذاتي للمثال (٢٣).

نلاحظ من هذا الشكل أن معاملات الارتباط الذاتي تنحدر نحو الصفر بشكل أسي (هندسي) مما يوحي بأنها تمثل نموذج انحدار ذاتي من أجل ١٦ فجوة زمنية ، لكن لو زدنا عدد الفجوات إلى ٣٦ مثلا ، نلاحظ أنها تنحدر نحو الصفر ثم تبدأ بالزيادة بعد ذلك مما يدل على عدم استقرار السلسلة الزمنية كما يظهر من الشكل التالي :



الشكل رقم (٨,٣٢). معاملات الارتباط الذاتي للمثال (٢٣) من أجل ٣٦ فجوة زمنية.

٣- نلاحظ من الشكل التالي، أنه توجد قيمتان من قيم معاملات الارتباط الذاتي الجزئي جوهرية (أكبر من ٠,٢) هما القيمة الأولى والقيمة الرابعة، حيث يشير الخطان المتوازيان حول المحور الأفقي إلى حدود مجال الثقة للعينات الكبيرة، ويمكن اعتبار كل قيم معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الجزئي والأخطاء التي تقع ضمن هذا المجال بأنها لا تختلف جوهريا عن الصفر، بينما القيم التي تقع خارجه هي قيم جوهرية من الناحية الإحصائية.



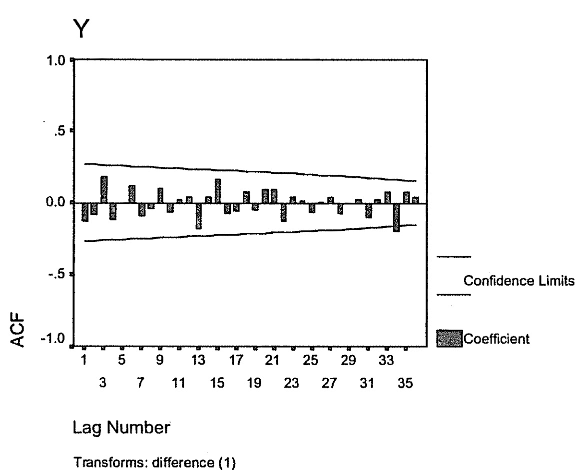
الشكل رقم (٨,٣٣). شكل معاملات الارتباط الذاتي الجزئي للمثال (٢٣).

٤- بناء على ما تقدم لا يمكن تحديد النموذج المناسب للسلسلة الزمنية لأنها غير مستقرة كما يظهر من الشكل رقم (٨,٣٢) ومن قيمة اختبار Q التي تساوي إلى ٢٠٦,١٤٢ وقيمة مؤشر الاختبار الفعلي لها تساوي إلى ٠,٠٠٠ من أجل ١٦ فجوة زمنية*، أي أننا لا نستطيع رفض فرضية العدم المتعلقة باستقلالية الأخطاء العشوائية لذلك ينبغي تحويل السلسلة إلى سلسلة مستقرة.

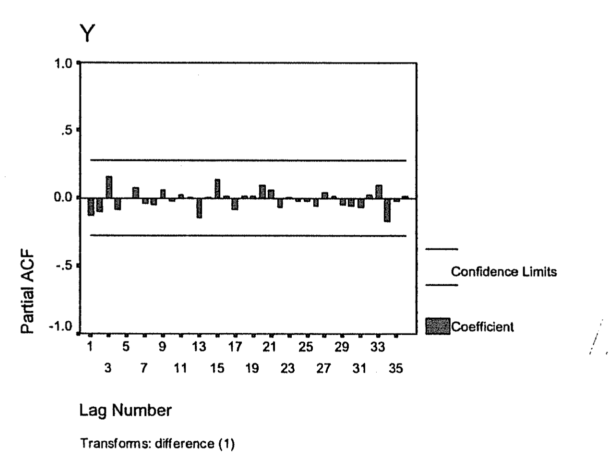
* قيم معاملات الارتباط الذاتي والجزئي بالإضافة إلى قيمة اختبار Q تكون مرافقة لأشكال الارتباط الذاتي والجزئي.

لقد وجدنا سابقا، أنه إذا كانت السلسلة غير مستقرة بسبب وجود اتجاه عام خطي، فيمكن تحويلها إلى سلسلة مستقرة بأخذ فروق الدرجة الأولى، حيث تكفي هذه الفروق لإزالة الاتجاه العام الخطي (مثال ٢).

بالعودة إلى الشكل رقم (٨,٣٠) وتحديد درجة الفروق بدرجة واحدة ومتابعة باقي الخطوات نحصل على الشكلين التاليين اللذين يوضحان معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الجزئى لفروق الدرجة الأولى للسلسلة الأصلية:



الشكل رقم (٨,٣٤). معاملات الارتباط الذاتي لفروق الدرجة الأولى لسلسلة المثال (٢٣).



الشكل رقم (٨,٣٥). معاملات الارتباط الذاتي الجزئي لفروق الدرجة الأولى لسلسلة المثال (٢٣).

نلاحظ من الشكلين السابقين أن معاملات الارتباط الذاتي والجزئي تنحدر نحو الصفر بشكل أسي وجيبي مع تغيير الإشارة، كما أن قيمة اختبارQ أصبحت مساوية إلى ٢٦,٦٤ وقيمة مؤشر الاختبار الفعلي لها مساوية ٠,٨٧٢ عند الفجوة الزمنية ٣٦، أي أننا نستطيع قبول فرضية العدم القائلة باستقلالية الأخطاء العشوائية. وبذلك يمكن اعتبار أن السلسلة أصبحت مستقرة ونستطيع الانتقال إلى تقدير معالم النموذج.

قبل الانتقال إلى مرحلة التقدير لنناقش إمكانية أن تكون الفروق المأخوذة أكثر أو أقل من اللازم:

أولا: إذا كانت الفروق أقل من اللازم، فإن معاملات الارتباط الذاتي لا تقترب من الصفر بسرعة كافية كلما زاد مقدار الفجوة الزمنية k. وهذا يدل على أن السلسلة غير مستقرة ويجب أخذ فروق إضافية لتحقيق استقرار السلسلة، وهذا ما لاحظناه في بداية المثال ودعانا إلى أخذ فروق الدرجة الأولى للسلسلة المدروسة.

ثانيا: إذا كانت الفروق أكثر من اللازم، فإن دالة الارتباط الذاتي سبين لنا هذه الحالة. لنفرض أن لدينا نموذجا عشوائيا خالصا أو بحتا Pure white noise، أي:

$$y_t = \varepsilon_t$$

في هذا النموذج تتساوى جميع معاملات الارتباط الذاتي مع الصفر. وبأخذ الفروق الأولى لهذا النموذج نحصل على:

$$y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$$

وبفرض أن: $w_t = y_t - y_{t-1}$ يصبح النموذج على الشكل التالي:

$w_t = \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$ وهذا نموذج MA(1) فيه $\theta_1 = 1$، وهذا النموذج أكثر تعقيدا من النموذج العشوائي الخالص.

لقد وجدنا سابقا، أن دالة الارتباط الذاتي لهذا النموذج هي:

$$\rho_1 = \frac{-\theta_1}{(1+\theta_1^2)}$$

$$\rho_k = 0, k \geq 2$$

وباعتبار أن: $\theta_1 = 1$ فإن $\rho_1 = -0.5$. وبالتالي فإن الحصول على تقدير قريب من -٠,٥ لمعامل الارتباط الذاتي الأول مع تقديرات قريبة من الصفر لبقية معاملات الارتباط الذاتي يعتبر مؤشرا على أخذ فروق أكثر من اللازم في النموذج.

وبالرجوع إلى المثال السابق، لاحظنا عند دراسة شكل انتشار السلسلة الأصلية أن الاتجاه العام ليس خطيا تماما، لذلك قد يتبادر لنا أن فروق الدرجة الأولى غير كافية لإزالة الاتجاه العام ولا بد من أخذ فروق الدرجة الثانية. وبأخذ فروق الدرجة الثانية نجد أن $\rho_1 = -0.513$ وبقية معاملات الارتباط الذاتي كلها قريبة من الصفر، لذلك يمكن اعتبار أن فروق الدرجة الأولى كافية لاستقرار السلسلة المدروسة وأن فروق الدرجة الثانية لا حاجة لها.

بالعودة مرة أخرى إلى الشكلين رقمي (٨,٣٤) و(٨,٣٥) نجد أن كل معاملات الارتباط الذاتي قريبة من الصفر ماعدا قيمة واحدة هي ρ_3، كما أن معاملات الارتباط الجزئي قريبة من الصفر، سوى القيمة الثالثة أيضا، مما يوحي أن النموذج الممثل للسلسلة هو من الشكل: ARIMA (1,1,1). لكن من المفضل أن يحتوي النموذج على أقل عدد ممكن من المعالم، ومع ذلك سنختار نموذجين آخرين، أحدهما يحتوي على معالم أقل من النموذج المقترح وليكن مثلا من الشكل ARIMA (0,1,0)، والآخر يحتوي على معالم أكثر من النموذج المقترح وليكن مثلا من الشكل ARIMA (2,1,2). ثم ندرس النماذج الثلاثة ونقرر أي النماذج المدروسة أكثر تمثيلا للسلسلة.

إن مرحلة المطابقة تتطلب قدرا كبيرا من الخبرة والحكم الشخصي لأن معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للعينة لا تماثل تماما النماذج النظرية. كما أنه لا يوجد أسلوب مضبوط Exact لتحديد نموذج معين من نماذج ARIMA بدلا من غيره. وتستخدم المبادئ الأساسية والنظرية التي ناقشناها في بداية هذا الفصل بدلا من أسلوب التحديد الأمثل، لذلك توسعنا نوعا ما في الأمثلة البسيطة التي يمكن أن تحدد نموذجا ما بدلا من غيره من النماذج. ومع ذلك فإن اختيار أكثر من نموذج لاختباره في

مرحلة المطابقة يعتبر من الأمور العادية في تحليل السلاسل الزمنية، لأن الهدف من هذه المرحلة ليس اختيار النموذج الصحيح وإنما تضييق نطاق النماذج التي يمكن اختيارها لإجراء المزيد من الدراسة عنها.

بعد تحديد النموذج (أو النماذج) الممثلة للسلسلة المدروسة ننتقل إلى مرحلة التقدير.

٥- لتقدير معالم النموذج باستخدام برنامج SPSS نتبع الخطوات التالية:

أ) نفتح قائمة التطبيقات الإحصائية Statistics ثم نختار منها السلاسل الزمنية Time Series، ثم نختار من نافذتها الفرعية نماذج ARIMA، فتظهر نافذة الحوار التالية:

الشكل رقم (٨,٣٦). نافذة الحوار الخاصة بتحديد معالم نماذج **ARIMA**.

ب) ننقل المتغير y إلى المكان المخصص للمتغير التابع ثم نحدد درجة النموذج على النحو التالي:

- p = 1 درجة الانحدار الذاتي.
- d = 1 درجة الفروق.
- q = 1 درجة المتوسطات المتحركة.

جـ) يمكن أن نفتح تبويب خيارات options ونغير طريقة التنبؤ من طريقة المربعات الصغرى غير الشرطية وهي الطريقة المختارة من قبل البرنامج إلى طريقة المربعات الصغرى الشرطية. وهذا التغيير يسمح لنا بتحديد القيمة الأولية أو الابتدائية كأول قيمة في السلسلة الزمنية بدلا من اختيارها بشكل آلي من قبل البرنامج ، ثم نختار "استمرار" فنعود إلى نافذة نماذج ARIMA.

د) نضغط على مفتاح الإدخال فنحصل على النتائج التالية*:

Split group number: 1 Series length: 54
No missing data.
Melard's algorithm will be used for estimation.

Conclusion of estimation phase.
Estimation terminated at iteration number 5 because:
Sum of squares decreased by less than .001 percent.

FINAL PARAMETERS:

Number of residuals	53
Standard error	61.632003
Log likelihood	-292.13585
AIC	590.2717
SBC	596.18257

Analysis of Variance:

	DF	Adj. Sum of Squares	Residual Variance
Residuals	50	189997.37	3798.5038

* النتائج كثيرة لكننا اخترنا منها النتائج النهائية فقط عن طريق تبويب خيارات.

Variables in the Model:

	B	SEB	T-RATIO	APPROX. PROB.
AR1	.144620	1.0494410	.1378062	.89094703
MA1	.280098	1.0238720	.2735675	.78554397
CONSTANT	12.496362	7.1547202	1.7465899	.08684951

نلاحظ من هذه النتائج أن كل معالم النموذج غير جوهرية من الناحية الإحصائية. إن وجود معالم غير جوهرية من الناحية الإحصائية دليل على أن النموذج المقترح يحتوي على معالم أكثر من اللازم، لذلك لا حاجة لدراسة النموذج ARIMA (2,1,2) لأنه يحتوي على معالم أكثر من النموذج المقترح.

لحذف المعالم الزائدة، نعود إلى نافذة تحديد معالم النموذج ونلغي المعلمة (أو المعالم) التي نعتقد أنها زائدة ونقدر معالم النموذج الجديد ثم نقارن بين نتائج النموذجين ونقرر فيما إذا كانت المعلمة (أو المعالم) التي حذفناها لم تؤثر فعلا على النموذج أم أنها أساسية ولا يمكن حذفها. لندرس النموذج ARIMA (0,1,0) والذي يحتوي على معالم أقل من النموذج المقترح. إن هذا النموذج هو نموذج الفروق الأولى فقط، لذلك يمكن حذف معالم الدرجة الأولى، وبتقدير معالم النموذج الجديد حصلنا على النتائج التالية:

Split group number: 1 Series length: 54
No missing data.
Melard's algorithm will be used for estimation.

Conclusion of estimation phase.
Estimation terminated at iteration number 0 because:
No ARMA parameters were available for estimation.

FINAL PARAMETERS:
Number of residuals 53
Standard error 61.017634
Log likelihood -292.59537
AIC 587.19075
SBC 589.16104

Analysis of Variance:

	DF	Adj. Sum of Squares	Residual Variance
Residuals	52	193603.89	3723.1517

Variables in the Model:

	B	SEB	T-RATIO	APPROX. PROB.
CONSTANT	12.339623	8.3814166	1.4722598	.14697776

إن هذا النموذج هو نموذج أخطاء عشوائية بحتة ، أو نموذج AR (1) فيه $\phi_1 = 1$ ، حيث يمكن كتابته على الشكل التالي :

$$(1-B)y_t = \delta + \varepsilon_t$$

أو

$$y_t = y_{t-1} + \delta + \varepsilon_t$$

والنموذج المقدر هو :

$$\hat{y}_t = y_{t-1} + 12.339623$$

٦- يمكن استخدام النموذج المقدر في التنبؤ ، حيث يقوم البرنامج بحساب خمس سلاسل مختلفة هي :

- السلسلة المقدرة أو الممهدة FIT.
- القيمة المقدرة الدنيا LCL وهي الحد الأدنى لمجال الثقة وتساوي إلى القيمة المقدرة - ٢ انحراف معياري.
- القيمة المقدرة العظمى UCL وهي الحد الأعلى لمجال الثقة وتساوي إلى القيمة المقدرة + ٢ انحراف معياري.
- سلسلة الانحرافات أو الأخطاء ERR وتساوي إلى الفرق بين القيم الفعلية والقيم المقدرة.
- نسبة الخطأ SEP ، التي تستخدم في تحديث التنبؤ كما يظهر من الجدول التالي :

الجدول رقم (٨,٤). نتائج عملية التنبؤ للمثال (٢٣) باستخدام نموذج ARIMA (0,1,0).

7-23 - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Statistics Graphs Utilities Window Help

1:y 85

	y	fit_1	err_1	lcl_1	ucl_1	se
1	85.00	.	.	.	.	
2	91.00	99.14865	-8.14865	-59.57713	257.87443	
3	96.00	105.14865	-9.14865	-53.57713	263.87443	
4	91.00	110.14865	-19.14865	-48.57713	268.87443	
5	82.00	105.14865	-23.14865	-53.57713	263.87443	
6	39.00	96.14865	-57.14865	-62.57713	254.87443	
7	29.00	53.14865	-24.14865	-105.57713	211.87443	
8	20.00	43.14865	-23.14865	-115.57713	201.87443	
9	25.00	34.14865	-9.14865	-124.57713	192.87443	
10	34.00	39.14865	-5.14865	-119.57713	197.87443	

SPSS Processor is ready

٧- لقد استخدمنا النموذج المقدر في تقدير السلسلة المدروسة، ويمكن بنفس الوقت استخدامه في التنبؤ بقيم السلسلة المستقبلية كما مر معنا في الفصول السابقة، حيث يمكن أن نقدر عدد الحجاج في عام ١٣٩٨هـ وفق النموذج المقدر على الشكل التالي:

$$\hat{y}_{1398} = y_{1997} + 12.339623 = 739 + 12.339623 = 751.339623$$

وبشكل مشابه يمكن تقدير عدد الحجاج في أي عام.

مثال (٢٤): ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل إنتاج النفط الخام في المملكة العربية السعودية (مليون برميل) خلال الفترة من ١٩٣٨ إلى ١٩٩٧م:

الجدول رقم (٨,٥). إنتاج النفط الخام (مليون برميل) في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٩٣٨–١٩٩٧م.

السنة	إنتاج النفط	السنة	إنتاج النفط	السنة	إنتاج النفط
١٩٣٨م	٠,٥	١٩٥٨م	٣٨٥,٢	١٩٧٨م	٣٠٢٩,٩
١٩٣٩م	٣,٩	١٩٥٩م	٤٢١,٠	١٩٧٩م	٣٤٧٩,٢
١٩٤٠م	٥,١	١٩٦٠م	٤٨١,٣	١٩٨٠م	٣٦٢٣,٨
١٩٤١م	٤,٣	١٩٦١م	٥٤٠,٧	١٩٨١م	٣٥٧٩,٩
١٩٤٢م	٤,٥	١٩٦٢م	٥٩٩,٨	١٩٨٢م	٢٣٦٦,٤
١٩٤٣م	٤,٩	١٩٦٣م	٦٥١,٧	١٩٨٣م	١٦٥٦,٩
١٩٤٤م	٧,٨	١٩٦٤م	٦٩٤,١	١٩٨٤م	١٤٩٢,٩
١٩٤٥م	٢١,٣	١٩٦٥م	٨٠٤,٩	١٩٨٥م	١١٥٨,٨
١٩٤٦م	٥٩,٩	١٩٦٦م	٩٤٨,٦	١٩٨٦م	١٧٤٦,٢
١٩٥٧م	٨٩,٩	١٩٦٧م	١٠٢٣,٨	١٩٨٧م	١٥٠٥,٤
١٩٤٨م	١٤٢,٩	١٩٦٨م	١١١٣,٧	١٩٨٨م	١٨٩٠,١
١٩٤٩م	١٧٤,٠	١٩٦٩م	١١٧٣,٩	١٩٨٩م	١٨٤٨,٥
١٩٥٠م	١٩٩,٥	١٩٧٠م	١٣٨٦,٧	١٩٩٠م	٢٣٤٠,٥
١٩٥١م	٢٨٧,٠	١٩٧١م	١٧٤٠,٧	١٩٩١م	٢٩٦٣,٠
١٩٥٢م	٣٠١,٩	١٩٧٢م	٢٢٠٢,٠	١٩٩٢م	٣٠٤٩,٤
١٩٥٣م	٣٠٨,٣	١٩٧٣م	٢٧٧٢,٦	١٩٩٣م	٢٩٣٧,٤
١٩٥٤م	٣٥٠,٨	١٩٧٤م	٣٠٩٥,١	١٩٩٤م	٢٩٣٧,٩
١٩٥٥م	٣٥٦,٦	١٩٧٥م	٢٥٨٢,٥	١٩٩٥م	٢٩٢٨,٥
١٩٥٦م	٣٦٦,٧	١٩٧٦م	٣١٣٩,٣	١٩٩٦م	٢٩٦٥,٥
١٩٥٧م	٣٧٣,٧	١٩٧٧م	٣٣٥٨,٠	١٩٩٧م	٢٩٢٤,٣

المصدر: مؤسسة النقد العربي السعودي، التقرير السنوي لعام ١٩٩٨م.

والمطلوب: استخدم برنامج SPSS في :

١- رسم شكل انتشار السلسلة الزمنية الممثلة لإنتاج النفط الخام خلال الفترة: ١٩٣٨-١٩٩٧م. ماذا يمكن أن نستنتج من هذا الشكل؟

٢- إيجاد شكل الارتباط الذاتي، ماذا يوحي هذا الشكل؟

٣- إيجاد شكل الارتباط الجزئي، ماذا يوحي هذا الشكل؟

٤- اعتمادا على الطلبات السابقة، كيف يمكن أن نحدد النموذج الذي يتناسب والسلسلة الزمنية المدروسة.

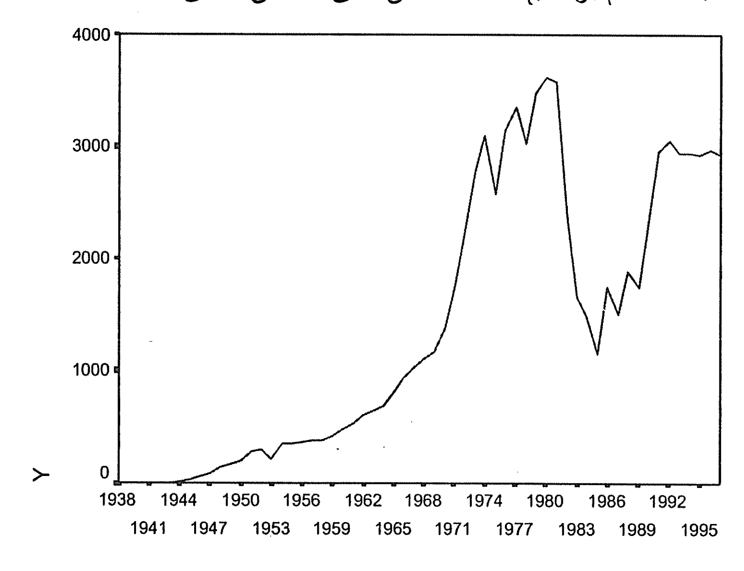
٥- تقدير معالم النموذج المقترح ثم إجراء الاختبارات اللازمة عليه.

٦- استخدام النموذج المقترح في تقدير إنتاج النفط خلال الفترة: ١٩٣٨-١٩٩٧م.

٧- استخدام النموذج المقترح في تقدير إنتاج النفط خلال عام ٩٩٨ م.

الحل

١- باستخدام برنامج SPSS نحصل على الشكل التالي:



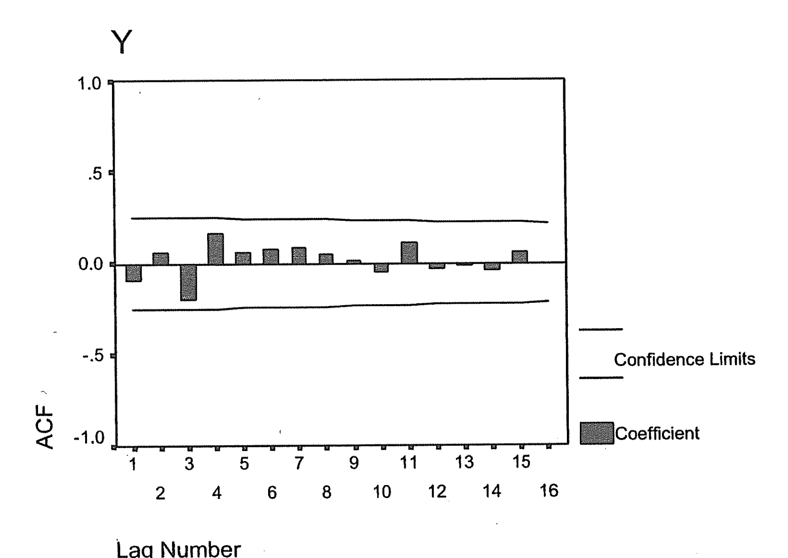
الشكل رقم (٣٧ .٨). شكل انتشار سلسلة المثال (٢٤).

نلاحظ من شكل الانتشار أن السلسلة الزمنية غير مستقرة، حيث يوجد اتجاه عام غير خطي ، لكن لا توجد تغيرات دورية أو موسمية (البيانات سنوية).

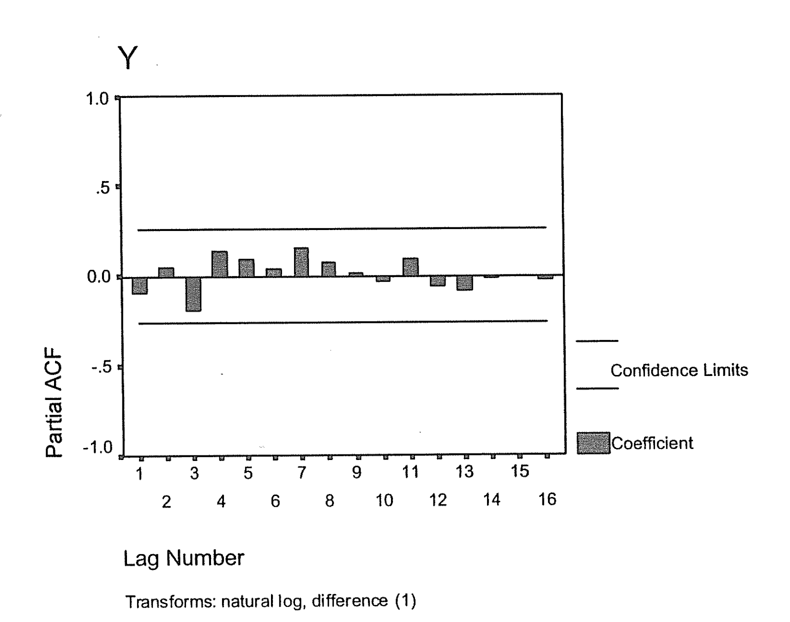
٢ و٣- لقد وجدنا سابقا، (الفقرة ٨,١٠) أنه إذا كانت السلسلة غير مستقرة ينبغي تحويلها إلى سلسلة مستقرة، ومن الأساليب التي اقترحها بوكس وجنكنز في هذا المجال :

- اختيار $y'_t = y_t$ حيث y'_t هو أحد التحويلات غير الخطية لـ y_t .

- حساب معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الجزئي لـ y'_t من أجل عدة قيم لـ B و d، وبالعودة إلى الشكل رقم (٨,٣٠) وتحديد التحويلة بأنها تحويلة اللوغاريتم الطبيعي وتحديد درجة الفروق بدرجة واحدة ومتابعة باقي الخطوات نحصل على الشكلين التاليين اللذين يوضحان معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الجزئي لفروق الدرجة الأولى لسلسلة اللوغاريتم الطبيعى للسلسلة الأصلية :



الشكل رقم (٨,٣٧). معاملات الارتباط الذاتي لفروق الدرجة الأولى لسلسلة اللوغاريتم الطبيعي للمثال (٢٤).



الشكل رقم (٨,٣٩). معاملات الارتباط الذاتي الجزئي لفروق الدرجة الأولى لسلسلة اللوغاريتم الطبيعي للمثال (٢٤).

نلاحظ من الشكلين السابقين أن معاملات الارتباط الذاتي والجزئي تنحدر نحو الصفر بشكل أسي وجيبي مع تغيير الإشارة، كما أن قيمة اختبار Q أصبحت مساوية إلى ٧,٧٩٢ وقيمة مؤشر الاختبار الفعلي لها مساوية إلى ٠,٩٥٥ عند الفجوة الزمنية ١٦، أي أننا نستطيع قبول فرضية العدم القائلة باستقلالية الأخطاء العشوائية. وبذلك يمكن اعتبار أن السلسلة أصبحت مستقرة ونستطيع الانتقال إلى تقدير معالم النموذج.

٤- بالعودة مرة أخرى إلى الشكلين رقمي (٨,٣٨) و(٨,٣٩) نجد أن كل معاملات الارتباط الذاتي قريبة من الصفر ماعدا قيمة واحدة هي ρ_3، كما أن معاملات الارتباط الجزئي قريبة من الصفر، سوى القيمة الثالثة أيضا، مما يوحي أن النموذج الممثل للسلسلة هو من الشكل: ARIMA (1,1,1).

ومن نافذة تحديد معالم النموذج يمكن أن نحدد معالم النموذج المقترح على النحو التالي :

- التحويلة هي تحويلة اللوغاريتم الطبيعي Natural log.
- p=1 درجة الانحدار الذاتي.
- d=1 درجة الفروق.
- q=1 درجة المتوسطات المتحركة.

وبالضغط على مفتاح الإدخال نحصل على النتائج التالية :

```
Split group number: 1  Series length: 60
No missing data.
Melard's algorithm will be used for estimation.

Conclusion of estimation phase.
Estimation terminated at iteration number 8 because:
Sum of squares decreased by less than .001 percent.

FINAL PARAMETERS:
Number of residuals  59
Standard error      .54371447
Log likelihood      -46.36038
AIC                 98.720759
SBC                 104.95337

Analysis of Variance:
           DF  Adj. Sum of Squares   Residual Variance
Residuals  56        16.610329          .29562543

Variables in the Model:
                B          SEB        T-RATIO    APPROX. PROB.
AR1        -.89558028  .13223179  -6.7728063    .00000000
MA1        -.76097236  .20225581  -3.7624252    .00040466
CONSTANT    .14325745  .06580400   2.1770327    .03370921
```

نلاحظ من هذه النتائج أن كل معالم النموذج المدروس جوهرية من الناحية الإحصائية ويمكن استخدام النموذج المقترح في التنبؤ.

ملاحظة: يمكن إضافة معالم جديدة للنموذج المقترح ودراسة أثر هذه المعالم على النتائج ، فيمكن مثلا ، أن نضيف معلمة انحدار ذاتي أو معلمة متوسطات متحركة أو معلمة انحدار ذاتي ومعلمة متوسطات متحركة في آن واحد وسنجد أن المعالم الجديدة لم تؤد إلى تحسن النتائج ، مما يؤكد أن النموذج المقترح مناسب تماما للسلسلة المدروسة.

وبذلك يصبح النموذج المقترح هو :

$$(1-B)(1-\phi_1 B)\ln y_t = \delta + (1-\theta_1 B)\varepsilon_t$$

أو

$$\ln y_t = (1+\phi_1)\ln y_{t-1} - \phi_1 \ln y_{t-2} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \delta$$

والنموذج المقدر :

$$\ln \hat{y}_t = (1-0.896)\ln y_{t-1} + 0.896 \ln y_{t-2} + 0.761\varepsilon_{t-1} + 0.14325745$$

والقيمة المقدرة لإنتاج النفط تساوي إلى $e^{\ln \hat{y}_t}$.

٦- وباستخدام النموذج المقدر في التنبؤ نحصل على الجدول التالي* :

الجدول رقم (٨,٦). السلسلة الأصلية والسلاسل المقدرة للمثال (٢٤).

السلسلة الأصلية	السلسلة المقدرة	الحد الأدنى لمجال الثقة	الحد الأعلى لمجال الثقة	الانحرافات	نسبة الخطأ
٠,٥	-	-	-	-	-
٣,٩	٠,٥٧٧٠١	٠,١٨٣٥٢	١,١٩١٨٧	١,٨١٤٢٥	٠,٣٢٩٩٧
٥,١	٣,٠٨٠٤٣	٠,٥٠٤١٧	٠,٩٩٨٦١	٩,٥٠٢٢٢	١,٧٣٢١٨
٤,٣	٧,٥٨٧	٠,٥٦٧٨٢-	٢,٤٩٥٤٨	٢٣,٠٦٦٧١	٤,٢١١٣٧
٠,٥	٤,٣١٥٣١	٢,١٥٥٣٢-	١,٤٢٥٦٣	١٣,٠٦٢٢٣	٢,٣٨٥٨٦
٤,٩	٠,٨٩٥٦٤	١,٦٩٩٤٥	٠,٢٩٧٣٩	٢,٦٩٧٤٢	٠,٤٩٢٩٣

* الأخطاء في هذا الجدول هي باللوغاريتم الطبيعي.

تابع الجدول رقم (٨,٦).

السلسلة الأصلية	السلسلة المقدرة	الحد الأدنى لمجال الثقة	الحد الأعلى لمجال الثقة	الانحرافات	نسبة الخطأ
٧,٨	٣,٠٠٠٨٨	٠,٩٥٥٢٢	٠,٩٩٧٣١	٩,٠٢٩٦	١,٦٥٠٢٢
٢١,٣	١٣,٩١٠١٥	٠,٤٢٦٠٦	٤,٦٣٢٢٤	٤١,٧٧٣١٢	٧,٦٣٥٦٨
٥٩,٩	١٥,٧٠٣٣٨	١,٣٣٨٨	٥,٢٢٩٤	٤٧,١٥٥٦٨	٨,٦١٩٥٨
٨٩,٩	٨٦,٠٨٥٧٥	٠,٠٤٣٣٥	٢٨,٦٩٢٣٩	٢٥٨,٢٣٨	٤٧,٢١٥٢٢
١٤٢,٩	٨٤,٧٤٠١١	٠,٥٢٢٢٦	٢٨,٢٣٩٧٧	٢٥٤,٢٨٢٨	٤٦,٤٨٣٣٥
١٧٤	١٨٤,٢١٠٤	٠,٠٥٧٠٢-	٦١,٤١٣٤١	٥٥٢,٥٤١٨	١٠١,٠٠٩٣
١٩٩,٥	١٨٣,٢٥٥٨	٠,٠٨٤٩٣	٦١,٠٨٦٧	٥٤٩,٧٥٤٦	١٠٠,٤٩٨٦
٢٧٨	٢٤٧,٠٣	٠,١١٨١١	٨٢,٣٦٢١٢	٧٤٠,٩٢١٢	١٣٥,٤٤٧٥
٣٠١,٩	٢٩٦,٤٥٢٥	٠,٠١٨٢١	٩٨,٨٣٠٣٤	٨٨٩,٢٤٢٢	١٦٢,٥٦٠٦
٢٠٨,٣	٣٧٣,٠٢٤٧	٠,٥٨٢٦٧-	١٢٤,٣٧١١	١١١٨,٨٠٨	٢٠٤,٥٢٩
٣٥٠,٨	٢٤٤,٥٧٥٤	٠,٣٦٠٦٩	٨١,٥٣٩٤	٧٣٣,٥٩٧٩	١٣٤,١٠٨١
٣٥٦,٦	٣٧٩,٧٢	٠,٠٦٢٨٢-	١٢٦,٦٠٢٩	١١٣٨,٨٩٤	٢٠٨,٢٠٠٨
٣٦٦,٧	٤٣٩,٥١٩٢	٠,١٨١١٤-	١٤٦,٥٣٥	١٣١٨,٣	٢٤٠,٩٩٧١
٣٧٣,٧	٤٠٨,٨٠٨٨	٠,٠٨٩٧٩-	١٣٦,٣٠٠٧	١٢٢٦,١٤٦	٢٢٤,١٥١٣
٣٨٥,٢	٤٥٠,٢٢٣٤	٠,١٥٥٩٨-	١٥٠,١٠٥٣	١٣٥٠,٣٩٣	٢٤٦,٨٦٤٢
٤٢١	٤٣٦,٨٠٠٧	٠,٠٣٦٨٤-	١٤٥,٦٣٢٩	١٣١٠,١٠٨	٢٣٩,٥٠٠٣
٤٨١,٣	٤٩٥,٩٩٢٦	٠,٠٣٠٠٧-	١٦٥,٣٦٥٧	١٤٨٧,٦٦٤	٢٧١,٩٥٨٩
٥٤٠,٧	٥٤٧,٤٥٦٨	٠,٠١٢٤٢-	١٨٢,٥٢٦	١٦٤٢,٠٠٧	٣٠٠,١٧٤٤
٥٩٩,٨	٦٣٣,١٧٥٧	٠,٠٥٤١٥-	٢١١,١٠٣٦	١٨٩٩,١٢٢	٣٤٧,١٧٧٢
٦٥١,٧	٦٨٨,١٧٥٨	٠,٠٥٤٤٦-	٢٢٩,٤٤٢٣	٢٠٦٤,٠٧٤	٣٧٧,٣٣٢٢
٦٩٤,١	٧٦١,٠٦٤٩	٠,٠٩٢٧٦-	٢٥٣,٩٠٩٦	٢٢٨٤,٢٠٣	٤١٧,٥٧٣٧
٨٠٤,٩	٨٠٢,٠٢١	٠,٠٠٣٥٦	٢٦٧,٣٩٨٨	٢٤٠٥,٥٣٧	٤٣٩,٧٥٤٩

تابع الجدول رقم (٨,٦).

السلسلة الأصلية	السلسلة المقدرة	الحد الأدنى لمجال الثقة	الحد الأعلى لمجال الثقة	الانحرافات	نسبة الخطأ
٩٤٨,٦	٩٢٧,٣٨٠١	٠,٠٢٢٦٢	٣٠٩,١٩٣٥	٢٧٨١,٥٤	٥٠٨,٤٩١٥
١٠٢٣,٨	١٠٩٢,٩٥٨	٠,٠٦٥٣٧-	٣٦٤,٣٩٨٧	٣٢٧٨,١٥٩	٥٩٩,٢٧٨٣
١١١٣,٧	١١٩٣,٦٤٥	٠,٠٦٩٣٢-	٣٩٧,٩٦٧٩	٣٥٨٠.١٦١	٦٥٤,٤٨٧
١١٧٣,٩	١٢٨٥,٤٥٤	٠,٠٩٠٧٨-	٤٢٨,٥٧٨	٣٨٥٥,٥٢٣	٧٠٤,٨٢٥٩
١٣٨٦,٧	١٣٧١,١٦٣	٠,٠١١٢٧	٤٥٧,١٥٣٤	٤١١٢,٥٩٨	٧٥١,٨٢١٥
١٧٤٠,٧	١٥٨٠,٦٨٤	٠,٠٩٦٤٣	٥٢٧,٠٠٩٢	٤٧٤١,٠٢١	٨٦٦,٧٠٣٢
٢٢٠٢	٢٠٠٤,٩٢	٠,٠٩٣٧٦	٦٨٨,٤٥١٦	٦٠١٣,٤٥٥	١٠٩٩,٣١٦
٢٧٧٢,٦	٢٥١٣,٦٦١	٠,٠٩٨٠٥	٨٣٨,٠٦٩٣	٧٥٣٩,٣٤٦	١٣٧٨,٢٦٣
٣٠٩٥,١	٣١٨٨,٦٣٢	٠,٠٢٩٧٧-	١٠٦٣,١٠٨	٩٥٦٣,٨٢	١٧٤٨,٣٥٦
٢٥٨٢,٥	٣٥٩٧,٢٧٢	٠,٣٣١٤٢-	١١٩٩,٣٥١	١٠٧٨٩,٤٧	١٩٧٢,٤١٨
٣١٣٩,٣	٣٠٩٦,٤٩٢	٠,٠١٣٧٣	١٠٣٢,٣٨٨	٩٢٨٧,٤٦	١٦٩٧,٨٣٥
٣٣٥٨	٣٤٩٤,٣٥٦	٠,٠٣٩٨-	١١٥٦,٠٣٨	١٠٤٨٠.٧٩	١٩١٥,٩٨٧
٣٠٢٩,٩	٤٠٢٤,٠٨٩	٠,٢٨٣٧٧-	١٣٤١,٦٥٤	١٢٠٦٩,٦٥	٢٢٠٦,٤٤٥
٣٤٧٩,٢	٣٥١٢,١٣٩	٠,٠٠٩٤٢-	١١٧٠,٩٦٧	١٠٥٣٤,٣١	١٩٢٥,٧٣٨
٣٦٢٣,٨	٤٠٠٤,٢٣٩	٠,٠٩٩٨٣-	١٣٣٥,٠٣٦	١٢٠١٠,١١	٢١٩٥,٥٦١
٣٥٧٩,٩	٤٢٤٨,٨٢٤	٠,١٧١٣١-	١٤١٦,٥٨٢	١٢٧٤٣.٧١	٢٣٢٩,٦٦٩
٢٣٦٦,٤	٤١٦٨,٠٤٢	٠,٥٦٦٠٨-	١٣٨٩,٦٤٩	١٢٥٠١,٤١	٢٢٨٥,٣٧٥
١٦٥٦,٩	٢٩٢٣,٨٣٥	٠,٥٦٧٩٥-	٩٧٤,٨٢٣٤	٨٧٦٩,٦٠١	١٦٠٣,١٦٦
١٤٩٢,٩	١٩٤١,٦٠٧	٠,٢٦٢٨-	٦٤٧,٣٤٢٨	٥٨٢٣,٥٥٥	١٠٦٤,٦٠١
١١٥٨,٨	١٧٦٠,٥٧٦	٠,٤١٨٢٦-	٥٨٦,٩٨٦١	٥٢٨٠,٥٨١	٩٦٥,٣٣٩٩
١٧٤٦,٢	١٣٨٧,٥٥٣	٠,٢٢٩٩	٤٦٢,٦١٨٢	٤١٦١,٧٥٦	٧٦٠,٨٠٨٢
١٥٠٥,٤	١٨٩٠,٢٤٥	٠,٢٢٧٦٥-	٦٣٠,٢١٨٦	٥٦٦٩,٥٠٤	١٠٣٦,٤٣٩

تابع الجدول رقم (٨,٦).

السلسلة الأصلية	السلسلة المقدرة	الحد الأدنى لمجال الثقة	الحد الأعلى لمجال الثقة	الانحرافات	نسبة الخطأ
١٨٩٠,١	١٨٩٦,٩٩٣	٠,٠٠٣٦٤-	٦٣٢,٤٦٨٤	٥٦٨٩,٧٤٤	١٠٤٠,١٣٩
١٧٤٨,٥	٢٠١٦,٩٩٢	٠,١٤٢٨٥-	٦٧٢,٤٧٦٧	٦٠٤٩,٦٦٣	١١٠٥,٩٣٥
٢٣٤٠,٥	٢٢٠٦,٣٧٤	٠,٠٥٩٠١	٧٣٥,٦١٧٦	٦٦١٧,٦٨٣	١٢٠٩,٧٧٥
٢٩٦٣,٠	٢٤٧٣,٥٩٤	٠,١٨٠٥٣	٨٢٤,٧١٠٣	٧٤١٩,١٧	١٣٥٦,٢٩٤
٣٠٤٩,٤	٣٦١٠,٧٨٥	٠,١٦٨٩٨-	١٢٠٣,٨٥٦	١٠٨٣٠	١٩٧٩,٨٢٦
٢٩٣٧,٤	٣٤٢٨,٦٦٢	٠,١٥٤٦٥-	١١٤٣,١٣٦	١٠٢٨٣,٧٥	١٨٧٩,٩٦٧
٢٩٣٧,٩	٣٥٤٢,٧٨٣	٠,١٨٧٢٢-	١١٨١,١٨٤	١٠٦٢٦,٠٤	١٩٤٢,٥٤
٢٩٢٨,٥	٣٣٤٢,٢٠٦	٠,١٣٢١٤-	١١١٤,٣١١	١٠٠٢٤,٤٤	١٨٣٢,٥٦٢
٢٩٦٥,٥	٣٤٨٤,٦٢٧	٠,١٦١٣٢-	١١٦١,٧٩٤	١٠٤٥١,٦١	١٩١٠,٦٥٣
٢٩٢٤,٣	٣٤٠٢,٨٠٨	٠,١٥١٥٥-	١١٣٤,٥١٦	١٠٢٠٦,٢١	١٨٦٥,٧٩١

٧- يمكن أن نقدر إنتاج النفط الخام عام ١٩٩٨م وفق النموذج المقترح على الشكل التالي:

$$\ln \hat{y}_{1998} = (1 - 0.896) \ln y_{1997} + 0.896 \ln y_{1996} + 0.761 \varepsilon_{1997} + 0.14325745$$

وبالتالي يصبح إنتاج النفط الخام المقدر في عام ١٩٩٨م هو:

$$\ln \hat{y}_{1998} = (1-0.896) \ln (29243) + 0.896 \ln (29655) + 0.761(-0.16132) + 0.1432574$$

$$= 8.003787 \Rightarrow \hat{y}_{1998} = e^{8.003787} = 2992268$$

وبنفس الأسلوب يمكن تقدير إنتاج النفط الخام في السنوات القادمة.

مثال (٢٥): ليكن لدينا الجدول التالي الذي يمثل المبيعات الفصلية بملايين الريالات لأحد المحلات التجارية خلال الفترة ١٩٩٠-١٩٩٩م:

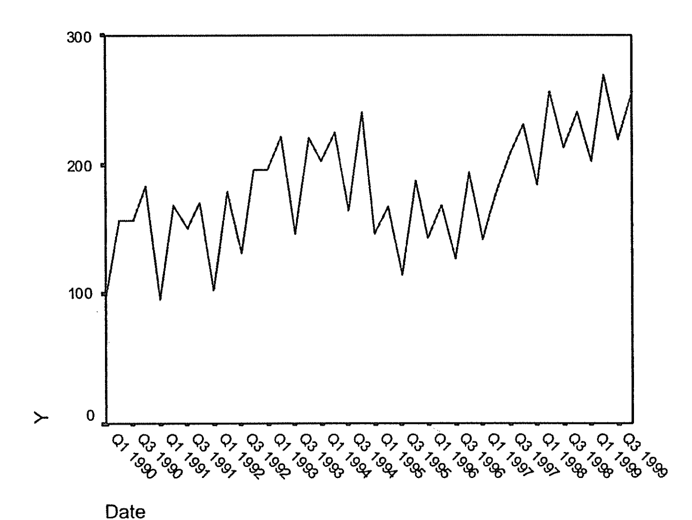
الجدول رقم (٨,٧). المبيعات الفصلية لأحد المحلات التجارية بملايين الريالات خلال الفترة ١٩٩٠-١٩٩٩م.

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
١٩٩٠م	٩٦	١٥٧	١٥٧	١٨٣
١٩٩١م	٩٥	١٦٩	١٥٠	١٧١
١٩٩٢م	١٠٣	١٧٩	١٣١	١٩٦
١٩٩٣م	١٩٦	٢٢٢	١٤٦	٢٢١
١٩٩٤م	٢٠٣	٢٢٥	١٦٤	٢٤١
١٩٩٥م	١٤٦	١٦٧	١١٥	١٨٨
١٩٩٦م	١٤٣	١٦٩	١٢٧	١٩٤
١٩٩٧م	١٤٢	١٧٦	٢٠٨	٢٣١
١٩٩٨م	١٨٤	٢٥٧	٢١٣	٢٤١
١٩٩٩م	٢٠٢	٢٦٩	٢١٩	٢٥٤

المصدر: فرضي.

والمطلوب: رسم شكل الانتشار لهذه السلسلة واختيار النموذج المناسب لها واستخدامه في التنبؤ.

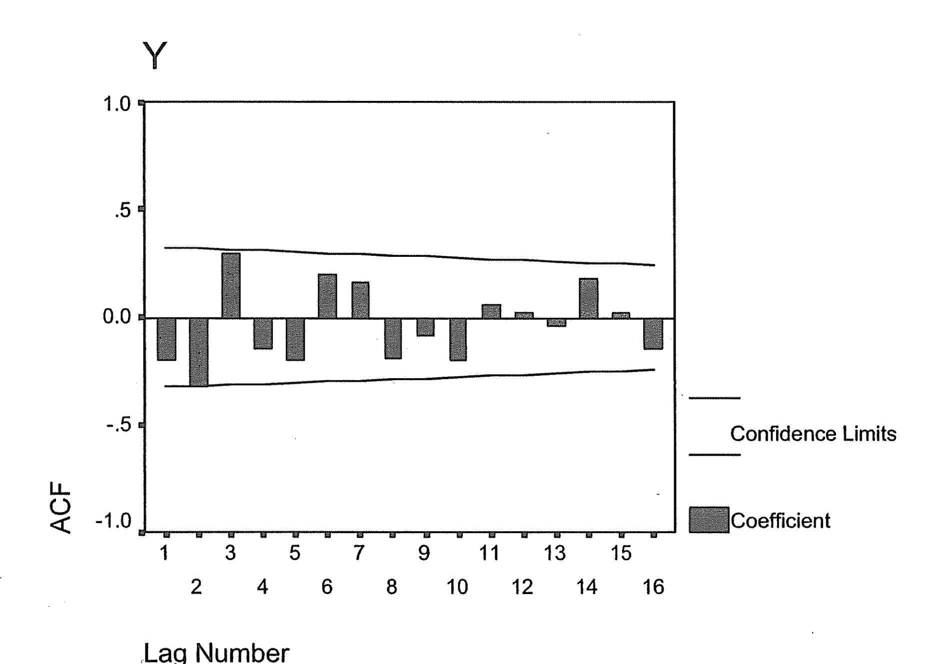
باستخدام برنامج SPSS نحصل على شكل انتشار السلسلة التالي:



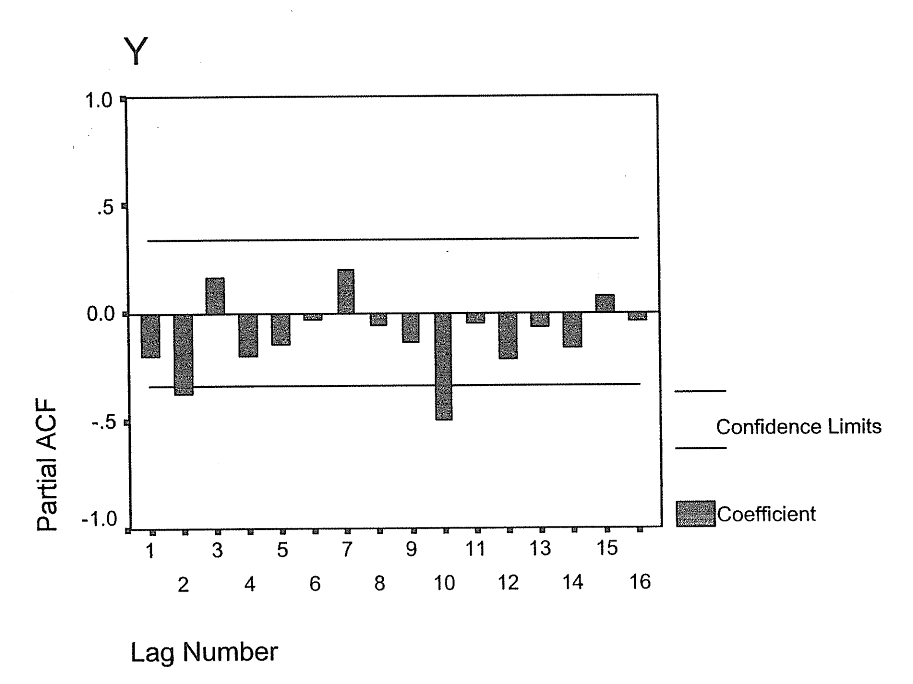
الشكل رقم (٨,٤٠). شكل انتشار سلسلة المثال (٢٥).

نلاحظ من الشكل السابق أن السلسلة الزمنية غير مستقرة، حيث يوجد اتجاه عام خطي متزايد، بالإضافة إلى تغيرات موسمية قوية، حيث تنخفض مبيعات الفصل الأول عن المتوسط وترتفع مبيعات الفصل الرابع عن المتوسط السنوي.

لتحويل السلسلة من سلسلة غير مستقرة إلى سلسلة مستقرة نأخذ فروق الدرجة الأولى والفروق الفصلية الأولى نظرا لوجود الاتجاه العام الخطي والتغيرات الموسمية القوية ثم نرسم شكلي معاملات الارتباط الذاتي والجزئي:

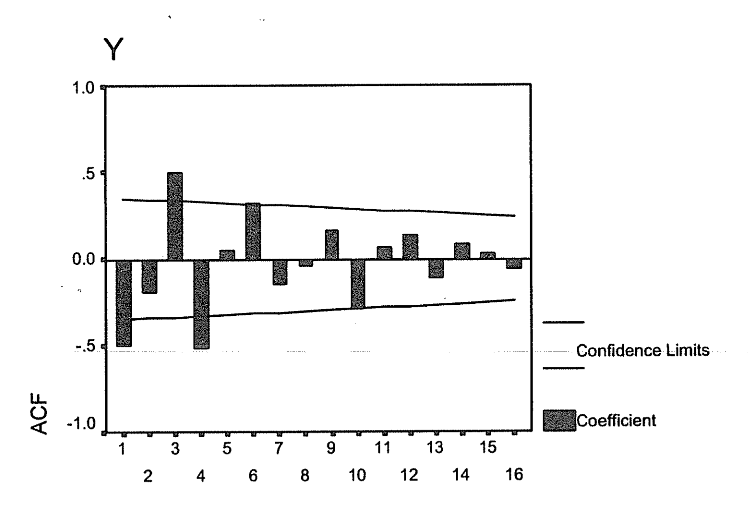


الشكل رقم (٨,٤١). معاملات الارتباط الذاتي لسلسلة فروق الدرجة الأولى والفروق الفصلية الأولى للمثال (٢٥).

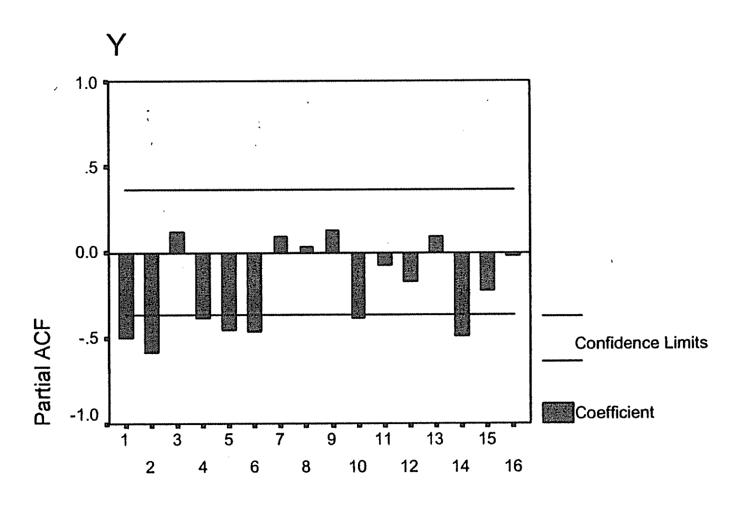


الشكل رقم (٨,٤٢). معاملات الارتباط الجزئي لسلسلة فروق الدرجة الأولى والفروق الفصلية الأولى لسلسلة المثال (٢٥).

نلاحظ من الشكلين السابقين ومن قيمة اختبارQ التي تساوي إلى ٢٢,٤٧ والاحتمال المناظر لها ويساوي إلى ٠,١٢٩ أن السلسلة شبه مستقرة، وأننا يمكن أن نقبل فرضية العدم، أي أن الأخطاء العشوائية مستقلة. وللتأكد من أن سلسلة فروق الدرجة الأولى والفروق الفصلية الأولى هي أفضل من أية سلسلة أخرى، لنأخذ فروق الدرجة الثانية والفروق الفصلية من الدرجة الثانية ونرسم شكلي معاملات الارتباط الذاتي والجزئي:



الشكل رقم (٨,٤٣). معاملات الارتباط الذاتي لسلسلة الفروق الثانية والفروق الفصلية الثانية لسلسلة المثال (٢٥).



الشكل رقم (٨,٤٤). معاملات الارتباط الجزئي لسلسلة الفروق الثانية والفروق الفصلية الثانية لسلسلة المثال (٢٥).

نلاحظ من الشكلين السابقين ومن قيمة Q = 40.969 أن فروق الدرجة الثانية والفروق الفصلية من الدرجة الثانية لم تؤد إلى استقرار السلسلة، ولو زدنا درجة الفروق إلى أكثر من ذلك لن نحصل على سلسلة أكثر استقرارا من سلسلة الفروق الفصلية الأولى والفروق العادية الأولى.

بالعودة إلى الشكلين رقمي (٨,٤١) و(٨,٤٢) نلاحظ أنهما مزيج أسي وجيبي ينحدر نحو الصفر، مما يوحي بأن النموذج المثل لهما هو أحد نماذج ARIMA. كما نلاحظ أن هناك معاملين جوهريين من الناحية الإحصائية في الشكل قيمتهما أكبر من ٠,٢ ، مما يوحي بأن درجة الانحدار الذاتي تساوي درجة المتوسطات المتحركة تساوي ٢.

اعتمادا على الملاحظات السابقة يمكن أن نقترح النموذج ARIMA (2,1,2) (1,0,0)، حيث:

- p = 2 درجة الانحدار الذاتي.
- d = 1 درجة الفروق العادية.
- D = 1 درجة الفروق الفصلية.
- q = 2 درجة المتوسطات المتحركة.

وبتقدير معالم هذا النموذج نحصل على النتائج التالية:

```
FINAL PARAMETERS:
Number of residuals  39
Standard error       26.748533
Log likelihood       -182.25753
AIC                  376.51506
SBC                  386.49643

Analysis of Variance:
             DF  Adj. Sum of Squares   Residual Variance
Residuals    33      26109.759           715.48401

Variables in the Model:
                  B        SEB     T-RATIO   APPROX. PROB.
```

AR1	-.9821067	.3698398	-2.6554921	.01209890
AR2	.0178773	.3698491	.0483369	.96173914
MA1	-.5032278	.3007475	-1.6732570	.10373190
MA2	.4897642	.2982486	1.6421342	.11005929
SAR1	.3158780	.1652729	1.9112509	.06469034
CONSTANT	2.6484228	3.1594461	.8382554	.40791808

نلاحظ من هذه النتائج أن كل المعالم، ما عدا معلمة الانحدار الذاتي الأولى، غير جوهرية من الناحية الإحصائية، وهذا يعني أن النموذج المقترح يحتوي على معالم غير ضرورية، لذلك نقوم بحذف معلمة من الانحدار الذاتي ومعلمة من المتوسطات المتحركة ونعيد مرحلة التقدير فنحصل على النتائج التالية:

FINAL PARAMETERS:
Number of residuals 39
Standard error 28.897501
Log likelihood -185.9565
AIC 379.91299
SBC 386.56724

Analysis of Variance:

	DF	Adj. Sum of Squares	Residual Variance
Residuals	35	31617.994	835.06557

Variables in the Model:

	B	SEB	T-RATIO	APPROX. PROB.
AR1	.4543393	.2152979	2.1102817	.04205289
MA1	.9024188	.1434879	6.2891611	.00000028
SAR1	.7679351	.1066918	7.1976965	.00000000
CONSTANT	2.6651848	3.1986471	.8332225	.41036944

نلاحظ من هذه النتائج أن المعالم أصبحت جوهرية من الناحية الإحصائية، ما عدا الحد الثابت، الذي يفضل وجوده في النموذج حتى ولو كان لا يختلف عن الصفر، وبذلك يصبح النموذج المقترح هو:

$$(1-\phi_1 B)\Delta\Delta_4 y_t = (1-\theta_1 B)\varepsilon_t + \delta$$

أو

$$(1-\phi_1 B)(1-B)(1-\Phi B^4)y_t = (1-\theta_1 B)\varepsilon_t + \delta$$

أو

$$y_t = (1+\phi_1)y_{t-1} - \phi_1 y_{t-2} + \Phi y_{t-4} - (\Phi + \phi_1 \Phi)y_{t-5} + \phi_1 \Phi y_{t-6} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \delta$$

والنموذج المقدر:

$$\hat{y}_t = (1+0.45)y_{t-1} - 0.45y_{t-2} + 0.77y_{t-4} - [0.77+(0.45)(0.77)]y_{t-5} + (0.45)(0.77)y_{t-6} - 0.9\varepsilon_{t-1} + 2.665$$

أو

$$\hat{y}_t = 1.45y_{t-1} - 0.45y_{t-2} + 0.77y_{t-4} - 1.12y_{t-5} + 0.35y_{t-6} - 0.9\varepsilon_{t-1} + 2.665$$

وباستخدام هذا النموذج في التنبؤ نحصل على الجدول التالي*:

الجدول رقم (٨,٨). السلسلة الأصلية والسلاسل المقدرة للمثال (٢٥).

السلسلة الأصلية	السلسلة المقدرة	الحد الأدنى لمجال الثقة	الحد الأعلى لمجال الثقة	الانحرافات	نسبة الخطأ
٩٦	–	–	–	–	–
١٥٧	٩٩	٢-	١٩٩	٥٨	٥٠
١٥٧	١٤٠	٤٥	٢٣٦	١٧	٤٧
١٨٣	١٣٩	٥٠	٢٢٧	٤٤	٤٤
٩٥	١٣٢	٦٤	٢٠٠	٣٧-	٣٣
١٦٩	١٥٣	٩٣	٢١٣	١٦	٣٠
١٥٠	١٦٧	١٠٨	٢٢٧	١٧-	٢٩
١٧١	١٧٧	١١٨	٢٣٧	٦-	٢٩
١٠٣	١١٠	٥٠	١٧٠	٦-	٢٩

* القيم في الجدول مقربة إلى أقرب عدد صحيح.

تابع الجدول رقم (٨,٨).

السلسلة الأصلية	السلسلة المقدرة	الحد الأدنى لمجال الثقة	الحد الأعلى لمجال الثقة	الانحرافات	نسبة الخطأ
١٧٩	١٦٦	١٠٧	٢٢٦	١٣	٢٩
١٣١	١٦٢	١٠٢	٢٢١	٣١-	٢٩
١٩٦	١٦٠	١٠١	٢٢٠	٣٦	٢٩
١٩٦	١٣٤	٧٤	١٩٤	٦٢	٢٩
٢٢٢	٢٢٣	١٦٣	٢٨٢	١-	٢٩
١٤٦	١٧١	١١٢	٢٣١	٢٥-	٢٩
٢٢١	٢٠١	١٤٢	٢٦١	٢٠	٢٩
٢٠٣	٢١٥	١٥٦	٢٧٤	١٢-	٢٩
٢٢٥	٢٢٦	١٦٦	٢٨٥	١-	٢٩
١٦٤	١٦٩	١٠٩	٢٢٨	٥-	٢٩
٢٤١	٢٢٥	١٦٦	٢٨٤	١٦	٢٩
١٤٦	٢٢٢	١٦٣	٢٨١	٧٦-	٢٩
١٦٧	١٩٥	١٣٥	٢٥٤	٢٨-	٢٩
١١٥	١٤٧	٨٨	٢٠٧	٣٢-	٢٩
١٨٨	٢٠١	١٤٢	٢٦١	١٣-	٢٩
١٤٣	١٣٤	٧٤	١٩٣	٩	٢٩
١٦٩	١٦٤	١٠٥	٢٢٣	٥	٢٩
١٢٧	١٢٩	٧٠	١٨٩	٢-	٢٩
١٩٤	١٨٤	١٢٥	٢٤٤	١٠	٢٩
١٤٢	١٥٦	٩٧	٢١٥	١٤-	٢٩
١٧٦	١٦٧	١٠٨	٢٢٦	٩	٢٩
٢٠٨	١٤٢	٨٣	٢٠٢	٦٦	٢٩
٢٣١	٢٣٠	١٧١	٢٨٩	١	٢٩
١٨٤	١٧٧	١١٨	٢٣٧	٧	٢٩

تابع الجدول رقم (٨,٨).

السلسلة الأصلية	السلسلة المقدرة	الحد الأدنى لمجال الثقة	الحد الأعلى لمجال الثقة	الانحرافات	نسبة الخطأ
٢٥٧	٢٠١	١٤٢	٢٦١	٥٦	٢٩
٢١٣	٢٥٣	١٩٤	٣١٢	٤٠-	٢٩
٢٤١	٢٣٦	١٧٧	٢٩٥	٥	٢٩
٢٠٢	٢٠٥	١٤٦	٢٦٥	٣-	٢٩
٢٦٩	٢٦٠	٢٠١	٣١٩	٩	٢٩
٢١٩	٢٣٢	١٧٣	٢٩٢	١٣-	٢٩
٢٥٤	٢٤٦	١٨٦	٣٠٥	٨	٢٩

ويمكن استخدام النموذج المقدر في تقدير مبيعات الفصل الأول من عام ٢٠٠٠م على النحو التالي:

$$\hat{y}_{2000-1} = 1.45y_{40} - 0.45y_{39} + 0.77y_{37} - 1.12y_{36} + 0.35y_{35} - 0.9\varepsilon_{29} + 2.665$$

$$\hat{y}_{41} = 1.45\ (254) - 0.45(219 + 0.77\ (202) - 1.12\ (241) + 0.35(213)$$
$$- 0.9\ (8) + 2.665 = 225$$

وبشكل مشابه يمكن تقدير باقي فصول عام ٢٠٠٠م وفصول السنوات الأخرى.

مثال (٢٦): الجدول التالي يمثل عدد المرضى الذين راجعوا مركز سلامتك الصحي في حي الخليج بمدينة الرياض خلال الفترة ١٩٩٥-١٩٩٩م:

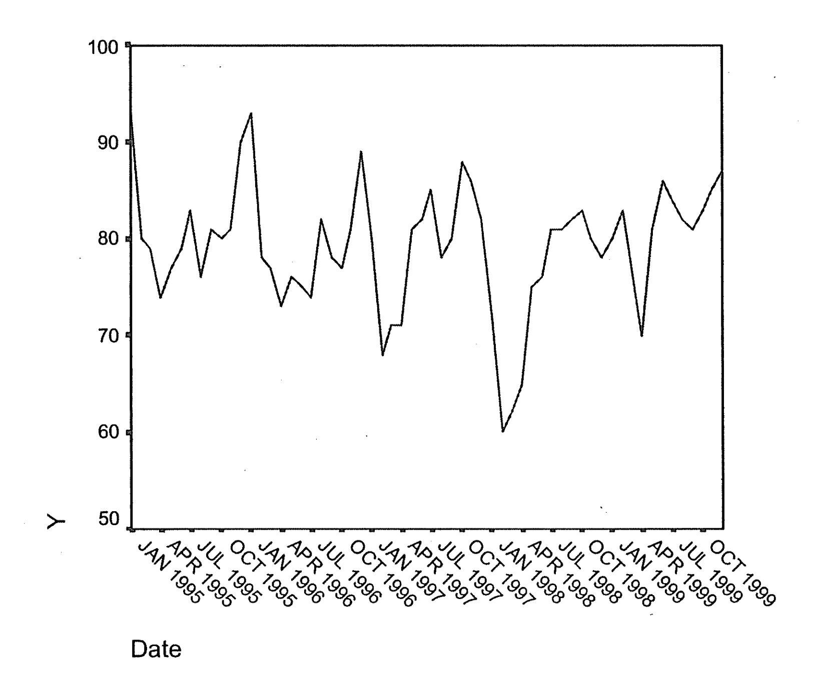
الجدول رقم (٨,٩). عدد المرضى الذين راجعوا مركز سلامتك الصحي خلال الفترة ١٩٩٥-١٩٩٩م.

السنة	الشهور											
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٩٥م	٩٣	٨٠	٧٩	٧٤	٧٧	٧٩	٨٣	٧٦	٨١	٨٠	٨١	٩٠
١٩٩٦م	٩٣	٧٨	٧٧	٧٣	٧٦	٧٥	٧٤	٨٢	٧٨	٧٧	٨١	٨٩
١٩٩٧م	٨٠	٦٨	٧١	٧١	٨١	٨٢	٨٥	٧٨	٨٠	٨٨	٨٦	٨٢
١٩٩٨م	٧٢	٦٠	٦٢	٦٥	٧٥	٧٦	٨١	٨١	٨٢	٨٣	٨٠	٧٨
١٩٩٩م	٨٠	٨٣	٧٧	٧٠	٨١	٨٦	٨٤	٨٢	٨١	٨٣	٨٥	٨٧

المصدر: مركز سلامتك الصحي.

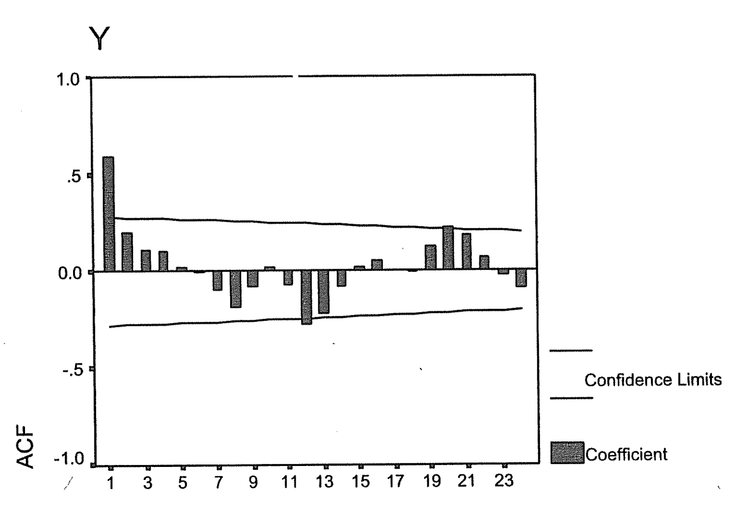
والمطلوب: اختيار النموذج المناسب لهذه السلسلة واستخدامه في التنبؤ بعدد المرضى.

نلاحظ أن شكل انتشار السلسلة الزمنية الممثلة لعدد المرضى لا يحتوي على اتجاه عام بينما يحتوي على تغيرات موسمية قوية تؤدي إلى تقلبات شديدة في منحنى السلسلة كما يظهر من الشكل التالي:

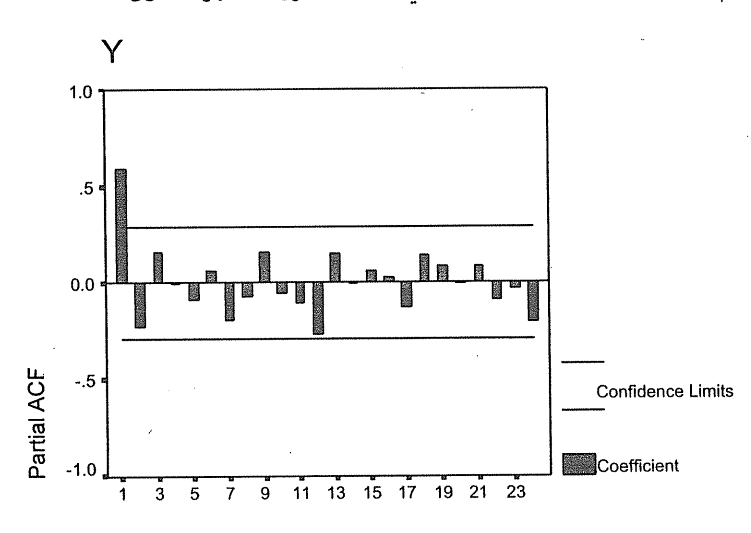


الشكل رقم (٨,٤٥). شكل انتشار سلسلة المثال (٢٦).

ولمعالجة أثر التغيرات الموسمية نأخذ الفروق الشهرية الأولى ونرسم شكلي الارتباط الذاتي والجزئي لها:

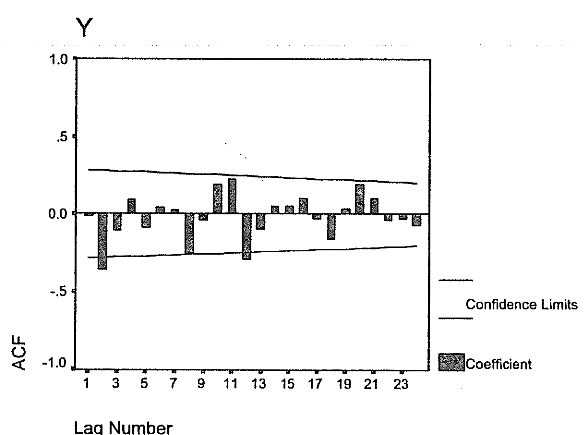


الشكل رقم (٨,٤٦). معاملات الارتباط الذاتي لسلسلة الفروق الشهرية الأولى لسلسلة المثال (٢٦).

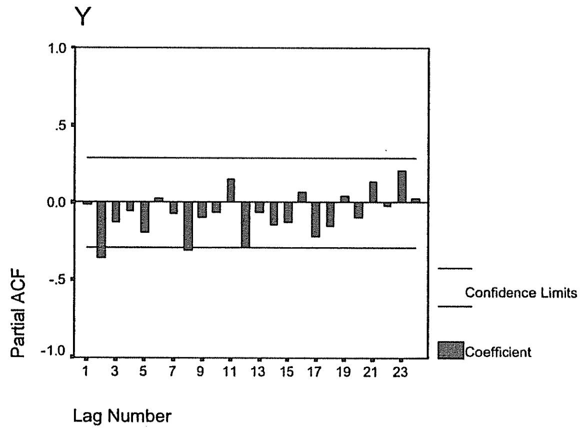


الشكل رقم (٨,٤٧). معاملات الارتباط الجزئي لسلسلة الفروق الشهرية الأولى لسلسلة المثال (٢٦).

نلاحـظ من الشكلين السـابقين أنهمـا ينحــدران نحـو الصـفر بشـكل شبه جيبي دون أن تنعـدم معـاملات الارتبـاط الـذاتي أو الجزئـي ، ممـا يـوحي بـأن السلسـلة غـير مستقرة خصوصا أن فرضية استقلال المتغيرات العشوائية غير محققة ، حيث أن اختبـار Q = 43.175 والاحتمـال المرافـق له يسـاوي إلى ٠,٠٠٩ . لـذلك نأخـذ الفـروق الأولى مع الفـروق الشهـرية الأولى ونرسـم شكلى الارتباط الذاتى والجزئى من جديـد :



الشكل رقم (٨,٤٨). معاملات الارتباط الذاتي لسلسلة فروق الدرجة الأولى والشهرية الأولى لسلسلة المثال (٢٦).



الشكل رقم (٨,٤٩). معاملات الارتباط الجزئي لسلسلة فروق الدرجة الأولى والشهـــرية الأولى لسلسلة المثال (٢٦).

نلاحظ من الشكلين السابقين أن السلسلة غير مستقرة بشكل كامل لكن فرضية استقلال المتغيرات العشوائية أصبحت محققة، حيث أن قيمة اختبار Q=31.225 والاحتمال المناظر يساوي إلى ٠,١٤٧.

في الحقيقة، لا يمكن أخذ فروق إضافية جديدة لأن السلسلة الزمنية قصيرة، لذلك سنعتبر سلسلة الفروق العادية الأولى والفروق الشهرية الأولى كافية لاستقرار السلسلة ونحاول تحديد نموذج يمثلها ثم نختبر النموذج المقترح.

نلاحظ من الشكل رقم (٨,٤٨) أن معاملات الارتباط الذاتي الخاصة بالسلسلة $\Delta\Delta_{12}x_t$ لها قيم جوهرية عند الفجوات (التأخير): ٢، ٩، ١١، ١٢، ١٣. كما نلاحظ من الشكل رقم (٨,٤٩)، أن معاملات الارتباط الذاتي الجزئي لها قيم جوهرية عند الفجوات: ٢، ٨، ١٢.

إن وجود قيمة جوهرية لمعامل الارتباط الذاتي عند الفجوة ٢ يدعونا إلى افتراض أن النموذج يتضمن معلمة انحدار ذاتي. كما أن وجود قيمتين جوهريتين متماثلتين حول الفجوة ١٢ يدل على وجود معلمة متوسطات متحركة عادية وأخرى موسمية. لذلك نقترح أن يتضمن النموذج معلمة انحدار ذاتي AR (1) ومعلمة متوسطات متحركة MA (1) بالإضافة إلى معلمة متوسطات متحركة موسمية SMA (1)، أي أن النموذج المقترح هو من الشكل: ARIM (1,1,1) (0,0,1).

بعد اقتراح النموذج نقوم بعملية اختباره من خلال نتائج مرحلة التقدير التالية:

```
Split group number: 1  Series length: 60
No missing data.
Melard's algorithm will be used for estimation.

Conclusion of estimation phase.
Estimation terminated at iteration number 6 because:
  All parameter estimates changed by less than .001

FINAL PARAMETERS:
Number of residuals  59
```

Standard error 5.5093967
Log likelihood -183.24106
AIC 374.48212
SBC 382.79227

Analysis of Variance:

	DF	Adj. Sum of Squares	Residual Variance
Residuals	55	1720.6059	30.353452

Variables in the Model:

	B	SEB	T-RATIO	APPROX. PROB.
AR1	-.99606912	.08102321	-12.293628	.00000000
MA1	-.98711098	.15639742	-6.311555	.00000005
SMA1	-.33722209	.15334805	-2.199064	.03209661
CONSTANT	-.01511529	.90931010	-.016623	.98679768

نلاحظ من هذه النتائج أن كل المعالم ما عدا الحد الثابت جوهرية من الناحية الإحصائية، وبما أن الحد الثابت قيمته صغيرة جدا ومؤشر الاختبار الفعلي له كبير جدا (٩٩٪) لذلك فإن حذفه من النموذج لا يؤثر على بقية المعالم، وبذلك يصبح النموذج المقترح:

$$(1-\phi_1 B)(1-B)y_t = (1-\theta_1 B)(1-\Theta B^{12})\varepsilon_t$$

أو

$$y_t = (1+\phi_1)y_{t-1} - \phi_1 y_{t-2} + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \Theta\varepsilon_{t-12} - \theta_1\Theta\varepsilon_{t-13}$$

والنموذج المقدر يصبح:

$$\hat{y}_t = 0.004y_{t-1} + 0.996y_{t-2} + 0.987\varepsilon_{t-1} + 0.337\varepsilon_{t-12} + 0.333\varepsilon_{t-13}$$

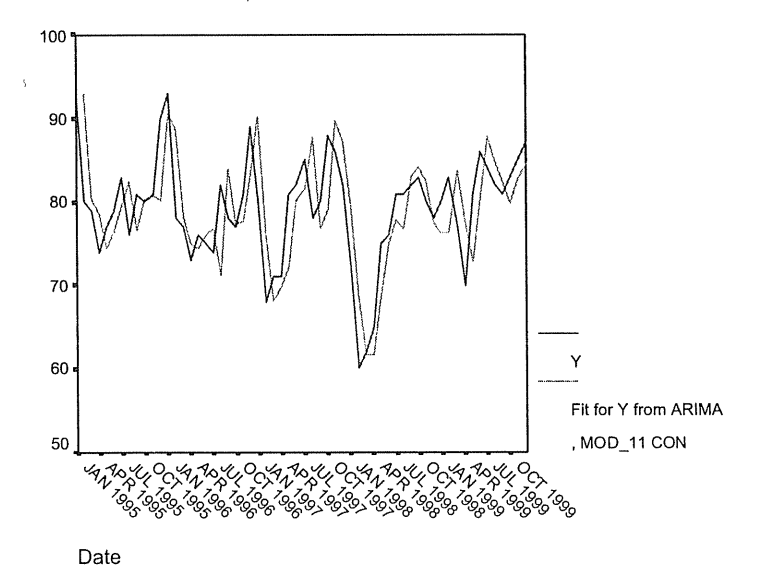
الجدول التالي يوضح السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة وفق النموذج المقدر*:

* تم تقريب النتائج إلى أقرب عدد صحيح.

الجدول رقم (٨,١٠). السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة للمثال (٢٥).

السنة		الشهور											
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٩٥م	أصلية	٩٣	٨٠	٧٩	٧٤	٧٧	٧٩	٨٣	٧٦	٨١	٨٠	٨١	٩٠
	مقدرة	–	٩٣	٨٠	٧٩	٧٤	٧٦	٧٩	٨٢	٧٧	٨٠	٨١	٨٠
١٩٩٦م	أصلية	٩٣	٧٨	٧٧	٧٣	٧٦	٧٥	٧٤	٨٢	٧٨	٧٧	٨١	٨٩
	مقدرة	٩١	٨٩	٧٨	٧٥	٧٤	٧٦	٧٧	٧١	٨٤	٧٧	٧٨	٨٣
١٩٩٧م	أصلية	٨٠	٦٨	٧١	٧١	٨١	٨٢	٨٥	٧٨	٨٠	٨٨	٨٦	٨٢
	مقدرة	٩٠	٧٦	٦٨	٧٠	٧٢	٨٠	٨٢	٨٨	٧٧	٧٩	٩٠	٨٧
١٩٩٨م	أصلية	٧٢	٦٠	٦٢	٦٥	٧٥	٧٦	٨١	٨١	٨٢	٨٣	٨٠	٧٨
	مقدرة	٧٩	٦٩	٦٢	٦٢	٦٩	٧٥	٧٨	٧٧	٨٣	٨٤	٨٢	٧٨
١٩٩٩م	أصلية	٨٠	٨٣	٧٧	٧٠	٨١	٨٦	٨٤	٨٢	٨١	٨٣	٨٥	٨٧
	مقدرة	٧٦	٧٦	٨٤	٧٧	٧٣	٨١	٨٨	٨٥	٨٢	٨٠	٨٣	٨٤

ولمقارنة السلسلة الأصلية بالسلسلة المقدرة نرسم شكل الانتشار للسلسلتين:



الشكل رقم (٨,٥٠). السلسلة الأصلية والسلسلة المقدرة للمثال (٢٦).

نلاحظ من هذا الشكل أن السلسلة المقدرة تماثل تماما السلسلة الأصلية مما يدل على أن النموذج المقترح مناسب لبيانات السلسلة الأصلية.

كما يمكن استخدام النموذج المقدر في تقدير عدد المرضى المتوقع خلال الشهر الأول من عام ٢٠٠٠م على الشكل التالي:

$$\hat{y}_{2000-1} = 0.004y_{60} + 0.996y_{59} + 0.987\varepsilon_{60} + 0.337\varepsilon_{49} + 0.333\varepsilon_{48} = 89$$

وبشكل مشابه يمكن تقدير عدد المرضى في الأشهر الأخرى من عام ٢٠٠٠م أو أي عام آخر قادم.

أسئلة ومسائل غير محلوله

١- عرف أسلوب بوكس-جنكنز في تحليل السلاسل الزمنية.

٢- عدد المراحل الرئيسية التي يتكون منها أسلوب بوكس-جنكنز.

٣- عرف استقرار السلسلة الزمنية واذكر شروط استقرارها.

٤- عرف السياق العشوائي الخالص أو البحت.

٥- عرف دالة الارتباط الذاتي في السلاسل الزمنية.

٦- أحسب معاملات الارتباط الذاتي الثلاثة الأولى للسلسلة: ١٢-٩-١٤-٥-٣-١٣-١٠-٨-١٣-١١.

٧- اشرح طريقة الفروق التي استخدمها بوكس-جنكنز، ثم استخدمها في تحويل السلسلة التالية إلى سلسلة مستقرة: ١-٣-٥-٧-٩-١١.

٨- ادرس استقرار السلسلة: ١-٢-٤-٨-١٦-٣٢-٦٤-١٢٨، ثم حولها إلى سلسلة مستقرة إذا كانت غير مستقرة.

٩- عرف معامل التأخير.

١٠- ما العلاقة بين معامل الفروق ومعامل التأخير؟

١١- عرف نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى وبين سبب تسميته بهذا الاسم.

١٢- استنتج دالة التباين المشترك (التغاير) للنموذج AR (1).

١٣- استنتج دالة الارتباط الذاتي للنموذج AR (1).

١٤- ما شروط استقرار النموذج AR (1)؟

١٥- اشرح مفهوم دالة الذاكرة للنموذج AR (1).

١٦- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = 0.7x_{t-1} + \varepsilon_t$ ثم ارسم شكل انتشارها، ماذا تستنتج من هذا الشكل؟

١٧- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = -0.7x_{t-1} + \varepsilon_t$ ثم ارسم شكل انتشارها، ماذا تستنتج من هذا الشكل؟

١٨- ما الشكل (أو الأشكال) الذي تأخذه دالة الارتباط الذاتي للنموذج (1) AR؟

١٩- ما الشكل (أو الأشكال) الذي تأخذه دالة الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج (1) AR؟

٢٠- كيف يمكن أن نميز النموذج (1) AR؟

٢١- عرف نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة الثانية.

٢٢- استنتج دالة التباين المشترك (التغاير) للنموذج (2) AR.

٢٣- استنتج دالة الارتباط الذاتي للنموذج (2) AR.

٢٤- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = 0.7x_{t-1} - 0.6x_{t-2} + \varepsilon_t$

ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من شكل معاملات الارتباط الذاتي لهذا النموذج؟

٢٥- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = -0.6x_{t-1} - 0.7x_{t-2} + \varepsilon_t$

ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من شكل معاملات الارتباط الذاتي لهذا النموذج؟

٢٦- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = 0.6x_{t-1} + 0.3x_{t-2} + \varepsilon_t$

ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من شكل معاملات الارتباط الذاتي لهذا النموذج؟

٢٧- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = -0.6x_{t-1} + 0.3x_{t-2} + \varepsilon_t$

ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من شكل معاملات الارتباط الذاتي لهذا النموذج؟

٢٨- ما شروط استقرار النموذج (2) AR؟

٢٩- ما الشكل (أو الأشكال) الذي تأخذه دالة الارتباط الذاتي للنموذج(2) AR؟

٣٠- ما الشكل (أو الأشكال) الذي تأخذه دالة الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج (2) AR؟

٣١- كيف يمكن أن نميز النموذج (2) AR؟

٣٢- عرف نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة p.

٣٣- كيف يمكن أن نميز النموذج (p) AR؟

٣٤- عرف نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الأولى.

٣٥- لماذا نهتم بنماذج المتوسطات المتحركة؟

٣٦- ماذا يقصد بشرط الانعكاس للنموذج (1) MA؟

٣٧- استنتج دالة التباين المشترك للنموذج (1) MA.

٣٨- استنتج دالة الارتباط الذاتي للنموذج (1) MA.

٣٩- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج $x_t = \varepsilon_t - 0.7\varepsilon_{t-1}$ ثم ارسم شكلها البياني، ماذا تستنتج من هذا الشكل؟

٤٠- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج $x_t = \varepsilon_t + 0.7\varepsilon_{t-1}$ ثم ارسم شكلها البياني، ماذا تستنتج من هذا الشكل؟

٤١- ما الشكل (أو الأشكال) الذي تأخذه دالة الارتباط الذاتي للنموذج (1) MA؟

٤٢- ما الشكل (أو الأشكال) الذي تأخذه دالة الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج MA (1)؟

٤٣- كيف يمكن أن نميز النموذج (1) MA؟

٤٤- عرف نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الثانية.

٤٥- استنتج دالة التباين المشترك للنموذج (2) MA.

٤٦- استنتج دالة الارتباط الذاتي للنموذج (2)MA.

٤٧- ما إشارة ρ_1 و ρ_2 في النموذج (2) MA.

٤٨- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج $x_t = \varepsilon_t - 0.7\varepsilon_{t-1} - 0.5\varepsilon_{t-2}$ ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من الشكل البياني؟

٤٩- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج $x_t = \varepsilon_t + 0.5\varepsilon_{t-1} + 0.3\varepsilon_{t-2}$ ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من الشكل البياني؟

٥٠- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج $x_t = \varepsilon_t + 0.5\varepsilon_{t-1} - 0.3\varepsilon_{t-2}$ ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من الشكل البياني؟

٥١- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج $x_t = \varepsilon_t - 0.5\varepsilon_{t-1} + 0.3\varepsilon_{t-2}$ ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من الشكل البياني؟

٥٢- ما شروط الانعكاس للنموذج MA (2)؟

٥٣- ما الشكل (أو الأشكال) الذي تأخذه دالة الارتباط الذاتي للنموذج MA (2)؟

٥٤- ما الشكل (أو الأشكال) الذي تأخذه دالة الارتباط الذاتي الجزئي للنموذج MA (2)؟

٥٥- كيف يمكن أن نميز النموذج MA (2)؟

٥٦- عرف نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة q.

٥٧- عرف النموذج ARMA (1,1).

٥٨- استنتج دالة التباين المشترك للنموذج ARMA(1,1).

٥٩- ما القيود المفروضة على النموذج ARMA (1,1)؟

٦٠- استنتج دالة الارتباط الذاتي للنموذج ARMA (1,1).

٦١- احسب معاملات الارتباط الذاتي للنموذج: $x_t = 0.5x_{t-1} + \varepsilon_t - 0.3\varepsilon_{t-1}$ ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من هذا الشكل؟

٦٢- باعتبار أن: $\phi_1 = -0.5$ و $\theta_1 = -0.3$ في السؤال السابق، أوجد معاملات الارتباط الذاتي ثم مثلها بيانيا، ماذا تستنتج من الشكل البياني؟

٦٣- نفس السؤال السابق باعتبار أن: $\phi_1 = +0.6$ و $\theta_1 = -0.3$.

٦٤- نفس السؤال السابق باعتبار أن: $\phi_1 = -0.7$ و $\theta_1 = -0.2$.

٦٥- نفس السؤال السابق باعتبار أن: $\phi_1 = -0.5$ و $\theta_1 = +0.3$.

٦٦- نفس السؤال السابق باعتبار أن: $\phi_1 = +0.5$ و $\theta_1 = +0.3$.

٦٧- ما الشكل (أو الأشكال) الذي تأخذه دالة الارتباط الذاتي للنموذج ARMA (1,1)؟

٦٨- استنتج دالة الذاكرة للنموذج ARMA (1,1).

٦٩- ما الشكل العام لنماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA؟

٧٠- ما الشكل العام لنماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية SARIMA؟

٧١- ما الهدف من مرحلة المطابقة في نماذج بوكس-جنكنز؟

٧٢- تحدث عن الخطوات الأساسية في مرحلة المطابقة.

٧٣- عبر عن خصائص نماذج بوكس-جنكنز من خلال جدول بسيط.

٧٤- ما الهدف من مرحلة التقدير في نماذج بوكس-جنكنز؟

٧٥- ما الطريقة (أو الطرائق) المستخدمة في مرحلة التقدير؟.

٧٦- ما الهدف من مرحلة التحقق أو التشخيص؟

٧٧- ما المقصود باختبارات معالم النموذج؟

٧٨- تحدث عن اختبار الأخطاء.

٧٩- ليكن لدينا الجدول التالي والذي يمثل الرقم القياسي للنقد المتداول خارج المصارف السعودية خلال الفترة ١٩٦٣-١٩٩٨م (سنة الأساس هي سنة ١٩٨٠م):

الجدول رقم (٨,١١). الرقم القياسي للنقد المتداول خارج المصارف السعودية خلال الفترة ١٩٦٣-١٩٩٨م.

السنة	الرقم القياسي	السنة	الرقم القياسي	السنة	الرقم القياسي
١٩٦٣م	٣	١٩٧٥	٣٣	١٩٨٧	١٥٣
١٩٦٤م	٤	١٩٧٦	٥٢	١٩٨٨	١٣٧
١٩٦٥م	٤	١٩٧٧	٦٨	١٩٨٩	١٣٠
١٩٦٦م	٥	١٩٧٨	٨٠	١٩٩٠	١٧١
١٩٦٧م	٥	١٩٧٩	٩٦	١٩٩١	١٧١
١٩٦٨م	٦	١٩٨٠	١٠٠	١٩٩٢	١٦٧
١٩٦٩م	٦	١٩٨١	١١٦	١٩٩٣	١٦٣

تابع الجدول رقم (٨,١١).

السنة	الرقم القياسي	السنة	الرقم القياسي	السنة	الرقم القياسي
١٩٧٠م	٦	١٩٨٢	١٣٥	١٩٩٤	١٧٢
١٩٧١م	٧	١٩٨٣	١٣٣	١٩٩٥	١٦٥
١٩٧٢م	١٠	١٩٨٤	١٣٣	١٩٩٦	١٦٥
١٩٧٣م	١٣	١٩٨٥	١٤١	١٩٩٧	١٧٥
١٩٧٤م	١٩	١٩٨٦	١٤٨	١٩٩٨	١٧٢

المصدر: الجدول (٦,١٤).

والمطلوب: استخدم برنامج SPSS في:

أ) رسم شكل انتشار السلسلة الزمنية الممثلة للرقم القياسي للنقد المتداول خارج المصارف السعودية خلال الفترة ١٩٦٣-١٩٩٨م. ماذا يمكن أن نستنتج من هذا الشكل؟.

ب) أوجد شكل الارتباط الذاتي، ماذا يوحي هذا الشكل؟

جـ) أوجد شكل الارتباط الجزئي، ماذا يوحي هذا الشكل؟

د) اعتمادا على الطلبات السابقة، حدد النموذج الذي يتناسب والسلسلة الزمنية المدروسة.

هـ) قدر معالم النموذج المقترح ثم اجر الاختبارات اللازمة عليه.

و) استخدم النموذج المقترح في تقدير للرقم القياسي للنقد المتداول خارج المصارف السعودية خلال الفترة ١٩٦٣-١٩٩٨م.

ز) استخدم النموذج المقترح في تقدير الرقم القياسي للنقد المتداول خارج المصارف السعودية خلال عامي ١٩٩٩ و٢٠٠٠م.

٨١- ليكن لدينا الجدول التالي والذي يمثل رسوم الاستيراد الفصلية في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٤٠٠-١٤٠٩هـ:

الجدول رقم (٨,١٢). رسوم الاستيراد الفصلية (مليون ريال) في المملكة العربية السعودية خلال الفترة ١٤٠٠-١٤٠٩هـ.

السنة	الفصل الأول	الفصل الثاني	الفصل الثالث	الفصل الرابع
١٤٠٠هـ	٢٠٩	٢٢٠	١٠٥	٢٧٠
١٤٠١هـ	٣٠٦	٣٤٢	٢٥٠	٤٠٥
١٤٠٢هـ	٤١٧	٤٦٠	٣٠٩	٤٩٠
١٤٠٣هـ	٤٩٨	٥٦٠	٣٠٩	٥٠٦
١٤٠٤هـ	٧٠٩	٦٩٨	٤٥٠	٨٠٠
١٤٠٥هـ	٧٨٠	٩٠٠	٦٠٠	١٠١٢
١٤٠٦هـ	١١٠٠	٨٧٠	٧٠٠	٩١٥
١٤٠٧هـ	٨٤٦	١٠٥٩	٩١٨	٩٨٦
١٤٠٨هـ	١١٥٤	١٢٤٦	١٣٠٠	١٤٣٠
١٤٠٩هـ	٩٨٤	٥٦٨	١٥٤٢	١٩٨٥

المصدر: مصلحة الإحصاءات العامة- وزارة التخطيط.

والمطلوب: استخدم برنامج SPSS في:

ا) رسم شكل انتشار السلسلة الزمنية الممثلة لرسوم الاستيراد السعودي خلال الفترة ١٤٠٠-١٤٠٩هـ. ماذا يمكن أن نستنتج من هذا الشكل؟

ب) أوجد شكل الارتباط الذاتي، ماذا يوحي هذا الشكل؟

جـ) أوجد شكل الارتباط الجزئي، ماذا يوحي هذا الشكل؟

د) اعتمادا على الطلبات السابقة، حدد النموذج الذي يتناسب والسلسلة الزمنية المدروسة.

هـ) قدر معالم النموذج المقترح ثم اجر الاختبارات اللازمة عليه.

و) استخدم النموذج المقترح في تقدير رسوم الاستيراد السعودي خلال الفترة المدروسة.

ز) استخدم النموذج المقترح في تقدير رسوم الاستيراد السعودي خلال الفصول الأربعة الأولى من عام ١٤١٠هـ.

٨٢- ليكن لدينا الجدول التالي والذي يمثل الإنتاج الشهري بالطن لمعمل الكرستال الوطني خلال الفترة ١٩٩٠-١٩٩٩م.

الجدول رقم (٨,١٣). الإنتاج الشهري لمعمل الكرستال الوطني بالطن خلال الفترة ١٩٩٠-١٩٩٩م.

السنة	الشهور											
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٩٩٠م	٥٦٣	٥٩٩	٦٦٩	٥٩٨	٥٨٠	٦٦٨	٤٩٩	٢١٥	٥٥٦	٥٨٧	٥٤٦	٥٧١
١٩٩١م	٦٣٥	٦٣٩	٧١٢	٦٢٢	٦٢١	٦٧٦	٥٠١	٢٢٠	٥٦١	٦٠٣	٦٢٦	٦٠٦
١٩٩٢م	٦٤٧	٦٥٨	٧١٣	٦٨٨	٧٢٤	٧٠٧	٦٢٩	٢٣٨	٦١٣	٧٣٠	٧٣٥	٦٥٢
١٩٩٣م	٦٧٦	٧٤٨	٨١١	٧٢٩	٧٠١	٧٩٠	٥٩٥	٢٣١	٦١٧	٦٩١	٧٠١	٧٠٦
١٩٩٤م	٧٤٨	٧٧٣	٨١٤	٧٦٧	٧٢٩	٧٤٩	٦٨١	٢٤١	٦٨٠	٧٠٨	٦٩٤	٧٧٢
١٩٩٥م	٧٩٥	٧٨٨	٨٩٠	٧٩٧	٧٥١	٨٢١	٦٩٢	٢٩١	٧٢٧	٨٦٨	٨١٢	٨٠٠
١٩٩٦م	٨٤٣	٨٤٧	٩٤٢	٨٠٤	٨٤٠	٨٧٢	٦٥٦	٣٧١	٧٤٢	٨٤٧	٧٣٢	٨٩٩
١٩٩٧م	٧٧٨	٨٥٦	٩٣٩	٨١٣	٧٨٣	٨٢٨	٦٥٧	٣١٠	٧٨٠	٨٦٠	٧٨٠	٨٠٧
١٩٩٨م	٨٩٥	٨٥٦	٨٩٣	٨٧٥	٨٣٥	٩٣٥	٨٣٣	٣٠٠	٧٩١	٩٠٠	٧٨٢	٨٨٠
١٩٩٩م	٨٧٥	٩٩٣	٩٧٧	٩٦٩	٨٧٢	١٠٠٠	٨٣٢	٣٤٦	٨٥٠	٩١٤	٨٦٩	٩٩٤

المصدر: فرضي.

والمطلوب: استخدم برنامج SPSS في:

أ) رسم شكل انتشار السلسلة الزمنية الممثلة للإنتاج الشهري للكرستال خلال الفترة ١٩٩٠-١٩٩٩م. ماذا يمكن أن نستنتج من هذا الشكل؟

ب) أوجد شكل الارتباط الذاتي، ماذا يوحي هذا الشكل؟

جـ) أوجد شكل الارتباط الجزئي ، ماذا يوحي هذا الشكل؟

د) اعتمادا على الطلبات السابقة ، حدد النموذج الذي يتناسب والسلسلة الزمنية المدروسة.

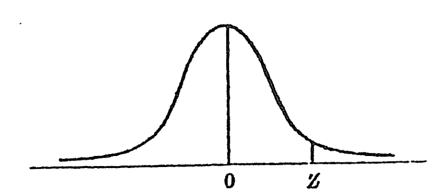
هـ) قدر معالم النموذج المقترح ثم اجر الاختبارات اللازمة عليه.

و) استخدم النموذج المقترح في تقدير الإنتاج الشهري للكرستال خلال الفترة المدروسة.

ز) استخدم النموذج المقترح في تقدير الإنتاج الشهري للكرستال خلال عام ٢٠٠٠م.

جداول إحصائية

١ – التوزيع الطبيعي المعياري



Entry represents area under the standardized normal distriution from the mean to Z

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1102	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545

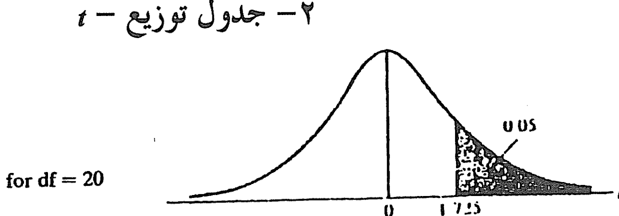
تابع: التوزيع الطبيعي المعياري

Entry represents area under the standardized normal distriution from the mean to *Z*

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.49865	.49869	.49874	.49878	.49882	.49886	.49889	.49893	.49897	.49900
3.1	.49903	.49906	.49910	.49913	.49916	.49918	.49921	.49924	.49926	.49929
3.2	.49931	.49934	.49936	.49938	.49940	.49942	.49944	.49946	.49948	.49950
3.3	.49952	.49953	.49955	.49957	.49958	.49960	.49961	.49962	.49964	.49965
3.4	.49968	.49968	.49969	.49970	.49971	.49972	.49973	.49974	.49975	.49976
3.5	.49977	.49978	.49978	.49979	.49980	.49981	.49981	.49982	.49983	.49983
3.6	.49984	.49985	.49985	.49986	.49986	.49987	.49987	.49988	.49988	.49989
3.7	.49989	.49990	.49990	.49990	.49991	.49991	.49992	.49992	.49992	.49992
3.8	.49993	.49993	.49993	.49994	.49994	.49994	.49994	.49995	.49995	.49995
3.9	.49995	.49995	.49996	.49996	.49996	.49996	.49996	.49996	.49997	.49997

٢- جدول توزيع - t

Example
Pr ($t > 2.086$) = 0.025
Pr ($t > 1.725$) = 0.05 for df = 20
Pr ($|t| > 1.725$) = 0.10



Pr / df	0.25 0.50	0.10 0.20	0.05 0.10	0.025 0.05	0.01 0.02	0.005 0.010	0.001 0.002
1	1.000	3.078	6.314	12.706	3.1821	63.657	318.31
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.167	3.160
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

Note: The smaller probability shown at the head of each column is the area in one tail: the larger probability is the area in both tails.

Source: From E. S. Pearson and H. O. Hartley. eds., *Biometrika Tables for Statisticioans*, vol. 1, 3e ed., table 12, Cambridge University Press, New York, 1966.

٣ - جداول قيم F - 5%

Critical values of F

For a particular combination of numerator and denominator degrees of freedom, entry represents the critical values of F corresponding to a specified uper tail area (α)

$\alpha = .05$

$F(\alpha, df_1, df_2)$

Denominator df_2	Numerator df_1: 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.69	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	2.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.65	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.65	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.5	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	242	236	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.897	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.109	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

٤ ـ جداول ديربن واتسون

Durbin-Watson *d* statistic: significance points of d_L and d_U at 0.05 level significance

	k = 1		k = 2		k = 3		K = 4		k = 5	
n	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
16	1.10	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73	0.74	1.93	0.62	2.15
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.90	1.71	0.78	1.90	0.67	2.10
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.93	1.69	0.82	1.87	0.71	2.06
19	1.18	1.40	1.08	1.53	0.97	1.68	0.86	1.85	0.75	2.02
20	1.20	1.41	1.10	1.54	1.00	1.68	0.86	1.85	0.75	2.02
21	1.22	1.42	1.13	1.54	1.03	1.67	0.93	1.81	0.83	1.96
22	1.24	1.43	1.15	1.54	1.05	1.66	0.96	1.80	0.86	1.94
23	1.26	1.44	1.17	1.54	1.08	1.66	0.99	1.79	0.90	1.92
24	1.27	1.45	1.19	1.55	1.10	1.66	1.01	1.78	0.93	1.90
25	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
26	1.30	1.46	1.22	1.55	1.14	1.65	1.06	1.76	0.98	1.88
27	1.32	1.47	1.24	1.56	1.16	1.65	1.08	1.76	1.01	1.86
28	1.33	1.48	1.26	1.56	1.18	1.65	1.10	1.75	1.03	1.85
29	1.34	1.48	1.27	1.56	1.20	1.65	1.12	1.74	1.05	1.84
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
31	1.36	1.50	1.30	1.57	1.23	1.65	1.16	1.74	1.09	1.83
32	1.37	1.50	1.31	1.57	1.24	1.65	1.18	1.73	1.11	1.82
33	1.38	1.51	1.32	1.58	1.26	1.65	1.19	1.73	1.13	1.81
34	1.39	1.51	1.33	1.58	1.27	1.65	1.21	1.73	1.15	1.81
35	1.40	1.52	1.34	1.58	1.28	1.65	1.22	1.73	1.16	1.80
36	1.41	1.52	1.35	1.59	1.29	1.65	1.24	1.73	1.18	1.80
37	1.42	1.53	1.36	1.59	1.31	1.66	1.25	1.72	1.19	1.80
38	1.43	1.54	1.37	1.59	1.32	1.66	1.26	1.72	1.21	1.79
39	1.43	1.54	1.38	1.60	1.33	1.66	1.27	1.72	1.22	1.79
40	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.29	1.72	1.23	1.79
45	1.48	1.57	1.43	1.62	1.38	1.67	1.34	1.72	1.29	1.78
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
65	1.53	1.60	1.49	1.64	1.45	1.68	1.41	1.72	1.38	1.77
70	1.58	1.64	1.55	1.67	1.52	1.70	1.49	1.74	1.46	1.77
75	1.60	1.65	1.57	1.68	1.54	1.71	1.51	1.74	1.49	1.77
80	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
85	1.62	1.67	1.60	1.70	1.57	1.72	1.55	1.75	1.52	1.77
90	1.63	1.68	1.61	1.70	1.59	1.73	1.57	1.75	1.54	1.78
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73	1.58	1.75	1.56	1.78
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78

Note: n = number of observations
k′ = number of explanatory variables excluding the constant term

Source: J. Durbin and G. S. Watson, "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression," *Biometrika*, vol. 38, pp. 159-177, 1951. Reprinted with the permission of the authors and the *Biometrika* trustees.

. جدول توزيع - χ^2.

0.95

0.05

0 $\chi^2_{0.05,4} = 9.488$ χ^2

Values of - χ^2

ν	α =0.995	α =0.99	α =0.975	α =0.95	α =0.05	α =0.025	α =0.01	α =0.005	ν
1	.0000393	.000157	.000982	.00393	3.841	5.024	6.635	7.879	1
2	.0100	.0201	.0506	.103	5.991	7.378	9.210	10.597	2
3	.0717	.155	.216	.352	7.815	9.348	11.345	12.838	3
4	.207	.297	.484	.711	9.488	11.143	13.277	14.860	4
5	.214	.554	.831	1.145	11.070	12.832	15.086	16.750	5
6	.676	.872	1.237	1.635	12.592	14.449	16.812	18.548	6
7	.989	1.239	1.690	2.167	14.067	16.013	18.475	20.278	7
8	1.344	1.646	2.180	2.733	15.507	17.535	20.090	21.955	8
9	1.735	2.088	2.700	3.325	16.919	19.023	21.666	23.589	9
10	2.156	2.558	3.247	3.940	18.307	20.483	23.209	25.188	10
11	2.603	3.053	3.816	4.575	19.675	21.920	24.725	26.757	11
12	3.074	3.571	4.404	5.226	21.026	23.337	26.217	28.300	12
13	3.565	4.107	5.009	5.892	22.362	24.736	27.688	29.819	13
14	4.075	4.660	5.629	6.571	23.685	26.119	29.141	31.319	14
15	4.601	5.229	6.262	7.261	24.996	27.488	30.578	32.801	15
16	5.142	5.812	6.908	7.962	26.296	28.845	32.000	34.267	16
17	5.697	6.408	7.564	8.672	27.587	30.191	33.409	35.718	17
18	6.265	7.015	8.231	9.390	28.869	31.526	34.805	37.156	18
19	6.844	7.633	8.907	10.117	30.144	32.852	36.191	38.582	19
20	7.434	8.260	9.591	10.851	31.410	34.170	37.566	39.997	20
21	8.034	8.897	10.283	11.591	32.671	35.479	38.932	41.401	21
22	8.643	9.542	10.982	12.338	33.924	36.781	40.289	42.796	22
23	9.260	10.196	11.689	13.091	35.172	38.076	41.638	44.181	23
24	9.886	10.856	12.401	14.848	36.415	39.364	42.980	45.558	24
25	10.520	11.524	13.120	14.611	37.652	40.646	44.314	46.928	25
26	11.160	12.198	13.844	15.379	38.885	41.923	45.642	48.290	26
27	11.808	12.879	14.573	16.151	40.113	43.194	46.963	49.645	27
28	12.461	13.565	15.308	16.928	41.337	44.461	48.278	50.993	28
29	13.121	14.256	16.047	17.708	42.557	45.722	49.588	52.336	29
30	13.787	14.953	16.791	18.493	43.773	46.979	50.892	53.672	30

المراجع

أولا: المراجع العربية

تشاو، لنكولن. *الإحصاء في الإدارة*. تعريب: عبد المرضي حامد عزام. الرياض: دار المريخ للنشر، ١٤١٠هـ.

ديسلر، جاري. *أساسيات الإدارة: المبادئ والتطبيقات الحديثة*. تعريب: عبد القادر عبد القادر. الرياض: دار المريخ للنشر، ١٩٩١م.

شوربجي، عبد الرزاق. *الاقتصاد القياسي التطبيقي*. بيروت: دار التوزيع المتحدة، ١٩٨٥م.

عبد الرحمن، عبد المحمود. *مقدمة في الاقتصاد القياسي*. الرياض: عمادة شؤون المكتبات، جامعة الملك سعود، ١٤١٧هـ.

العبيد، عبد الرحمن. "السلسلة المتكاملة لصناعة الإلكترونيات الفرنسية: مميزاتها ومعالجة معلوماتها الإحصائية"، *رسالة دكتوراة*. بواتييه: جامعة بواتييه-فرنسا، ١٩٩٠م.

العيسوي، إبراهيم. *القياس والتنبؤ في الاقتصاد*. القاهرة: دار النهضة العربية، ١٩٧٨م.

فاندل، والتر. *السلاسل الزمنية من الوجهة التطبيقية ونماذج بوكس-جنكنز*. تعريب ومراجعة: عبد المرضي حامد عزام و أحمد حسين هارون. الرياض: دار المريخ للنشر، ١٤١٢هـ.

قاسم، أحمد رفيق ؛ حلاق، عمر. *المدخل إلى علم الإحصاء*. حلب : مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية، جامعة حلب، ١٤١٢هـ.

قاسم، أحمد رفيق ؛ حلاق، عمر. *الإحصاء الاقتصادي*. حلب : مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية، جامعة حلب، ١٤١٤هـ.

ثانيا: المراجع الأجنبية

Abraham, B.; Ledolter, J. *Statistical methods for forecasting*. New York: John Wiley @ Sons, 1983.

Box, G. E. P.; Jenkins, G.M. *Time series analysis: forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day, 1976.

Brown, R. G. *Smoothing, forecasting and prediction of discrete time series*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1963.

Chatefield, C. *The analysis of series: theory and practice*. London: Chapman and Hall, 1975.

Cleveland, W. S. *The inverse autocorrelation time series and their application*. The Econometrics, 1972, p: 283.

Coutrot, B. et F. Droesbeke. *les méthodes de prévision*. Paris: Que sais-je, 1984.

Do-Ango, S. *Comparaison de méthodes de prévision: théories et applications*. T. D. Aix-Marseille III, 1984.

Gagou, A. *Modélisation par la méthode de Box et Jenkins et par les représentation Markoviennes*. T. D. Aix-Marseille II, 1986.

Giraux, R.; Chaix, N. *Econométrie*. Paris: PUF, 1989.

Grais, B. *Statistique descriptive*. Paris: Dunod, 1986.

Granger, C. W. J. *Forecasting in business and economics*. 2nd ed. New York: Academic Press, 1989.

Granger, C. W. J.; Newbold. B. *Forecasting economic time series*. 2nd ed. New York: Academic Press, 1986.

Granger, C. W. J. *Analyse spectrale des séries temporelles en économie*. Finance et Economie Appliquée, volume 29.

Harvey, A. C. *Time series models*. 2nd ed. New York: Harvester-Wheatsheaf, 1993.

Janacek, G.; Swift. L. *Time series: forecasting, simulation, applications*. New York: Ellis Horwood, 1993.

Johnston, J. *Méthodes économétriques*. Paris: Economica, 1985.

Johnston, J. *Méthodes économétriques*. Tome 2. Paris: Economica, 1988.

Kaufman, H. et J. L. Groboillot. *La prèvision èconomètrique á court terme*. Paris: DUNOD, 1986.

Kchirid, M. *Les séries chronologiques multidimentionnelles en économétrie*. T. D. Aix-Marseille II, 1983.

Labrousse, C. *Introduction á l'économétrie*. Paris: Dunod, 1985.

Makridakis, S.; Wheelwright., C. Hyndman, R.J. *Forecasting: methods and applications*, third edition. New York: John Wiley @ Sons, 1998.

Malinvaud, E. *Méthodes statistiques de l'économétrie*. Paris: Dunod, 1981.

Montgomery, D. C.; Johnson, L.A.; Gradiner, J.S. *Forecasting and time series analysis* 2nd ed., New york: McCraw-Hill, 1990.

Morales, R. *Etude et analyse des modèles ARMA de Box-Jenkins en vue de leur utilisation en économétrie*. T. D. Geneve, 1976.

Phlips, L.; Blomme, R.; Vanden Berghe, C.; et E. Dor. *Analyse chronologique*. Bruxelles, 1987.

Pindyck, R. S. Rubinfeld, D. L. *Econometric models and economics forecasts*. New york: McCraw-Hill, 1976.

Reix, R. *Traitement des données*. Paris: Foucher, 1984.

Wood, D.; Fildes, R. *Forecasting for business*. London: Longman, 1976.

ثبت المصطلحات

أولا: عربي- إنجليزي

أ

إحصاء	Statistic
الاتجاه العام	Trend
اختبار السوق	Market testing
اختبار بوكس- بيرس	Portmanteau
اختبار دوربون- واتسون	Durbin-Watson test
ارتباط	Correlation
ارتباط المتغيرات المستقلة	Multicolinearity
ارتباط ذاتي	Autocorrelation
الاستقرار	Stationarity
أسلوب دلفي	Delphi technique
أفق التنبؤ	Forecast horizon
انحدار	Regression
الانحدار الخطي البسيط	Simple linear regression
الانحدار الخطي المتعدد	Linear multiple regression

انحدار بسيط	Simple Regression
انحدار متعدد	Multiple regression
أهمية التنبؤ	Importance of forecasting

ب

برنامج التطبيقات الإحصائية للعلوم الاجتماعية	Statistical Packages of the Social Science (SPSS)
البريد الإلكتروني	E-Mail
البسط	Nominator
بيانات	Data

ت

تابع	Dependent
تباين	Variance
التباين المشترك أو التغاير	Autocovariance
التحقق أو التشخيص	Diagnostic
تحويل	Transform
تعبير عددي	Numeric expression
تعريف تاريخ	Define date
تعريف متغير	Define variable
التغيرات الباقية	Residual variations
التغيرات الدورية	Cyclical variations
التغيرات العرضية أو العشوائية	Irregular variations
التغيرات الموسمية	Seasonal variations
التغيرات الموسمية	Seasonal decomposition
تغيرات عشوائية بحتة أو خالصة	Random noise

التفاضل الجزئي	Partial derivative
تقدير	Estimation
تمهيد أسي بسيط باستخدام معامل تمهيد متغير	Adaptive response rate simple exponential smoothing
التمهيد الأسي	Exponential smoothing
التمهيد الأسي البسيط	Simple exponential smoothing
التمهيد الأسي الثلاثي	Triple exponential smoothing
التمهيد الأسي المضاعف	Double exponential smoothing
التنبؤ	Forecasting
التنبؤ التقني	Technological forecasting
توزيع F	F-distribution
توزيع T	T-distribution
التوزيع الطبيعي	Normal distribution
توزيع ستيودنت	Student's distribution
توزيع وحيد	Single distribution

ث

ثبات التباين	Homoscedasticity
ثنائي	Bivariate

ج

جدول تحليل التباين	Analysis of variance table (ANOVA)
جوهرية	Significance

ح

حاسوب شخصي	Personal computer

حالة شك	Inconclusive
حد	Term
حساب	Compute
حفظ باسم	Save as

خ

خط المربعات الصغرى	Least-squares line
خط انحدار العينة	Sample regression line
خط انحدار المجتمع	Population regression line
خطأ	Error
خطأ في تحديد النموذج	Specification error
خطأ من النوع الأول	Type I error
خطأ من النوع الثاني	Type II error
خطي	Linear
خلية	Cell
خلية نشطة	Active cell
خيارات	Options

د

دالة الارتباط الذاتي	Autocorrelation function
دالة الارتباط الذاتي الجزئي	Partial autocorrelation function
دالة الذاكرة	Memory function
درجات الحرية	Degree of freedom
دون مستوى التحديد	Under identified

ر

رأي الخبرة	Experience Opinion

رسوم	Graphs

س

السلاسل الزمنية	Time Series
سياق أو عملية	Process
سياق أو عملية انحدار ذاتي من الدرجة الأولى	First-order autoregressive process

ش

شبكة المعلومات الدولية	Internet
شكل الارتباط الذاتي	Correlogram

ص

الصيغة المعكوسة لسياق متوسطات متحركة	Inverted form of a moving average process

ط

طبعة أو نسخة	Version
طرائق الاقتصاد القياسي	Econometric methods
طرائق العد	Counting methods
الطرائق النوعية	Qualitative methods
طرائق تحليل السلاسل الزمنية	Time Series Analysis
طريقة	Method
طريقة الانحدار خطوة خطوة	Stepwise method
طريقة الفروق	Differencing
طريقة المربعات الصغرى العادية	Least-squares method
طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين	Tow-stage least squares
طريقة النسبة إلى المتوسط المتحرك	Ratio-to moving average method

ع

عائلة من التوزيعات	Family of distribution
علاقات متبادلة	Reciprocal causation

ف

فتح ملف قديم	Open
الفرضية البديلة	The alternative hypothesis
فرضية العدم	The null hypothesis
الفروق الموسمية	Seasonal differencing
فوق مستوى التحديد	Over identified

ق

القيم الأولية أو الابتدائية	Initial values
قيم وحيدة	Unique values

ك

كامل من الناحية الرياضية	Mathematically complete
كلي	Total

ل

اللوغاريتم الطبيعي	Natural log

م

مؤشرات اقتصادية	Economic indications
متتابعة أو متوالية	Sequence
متحيز	Biased
متخامد	Damped
متعدد سطوح	Hyperplane

Variable	متغير
Dependent variable	المتغير التابع
Independent variable	المتغير المستقل
Target variable	متغير الوجهة
Exogenous variables	متغيرات خارجية
Endogenous variables	متغيرات داخلية
Bias	متوسط الانحرافات
Mean absolute deviation	متوسط الانحرافات المطلقة
Mean percentage deviation	متوسط الانحرافات النسبي
Mean of squares	متوسط المربعات
Moving average	متوسط متحرك
Simple moving Averages	المتوسطات المتحركة البسيطة
Centered moving Averages	المتوسطات المتحركة الثنائية
Weighted moving Averages	المتوسطات المتحركة المرجحة
Double moving Averages	المتوسطات المتحركة المضاعفة
Henderson's weighted average	متوسطات هندرسون المرجحة
Total sum of squares	مجموع المربعات الكلي
Sum of squares of regression	مجموع مربعات الانحدار
Sum of squares of error	مجموع مربعات الخطأ
Exactly identified	محدد تماماً
Custom	مخصص
Independent	مستقل
The level of significance	مستوى المعنوية أو الدلالة
Market survey	مسح السوق

المسح الصناعي	Industrial survey
مشكلة التحديد	Identification problem
مصافٍ أو منقيات	Filters
مصدر	Source
مطابقة	Identification
المعادلات الآنية	Simultaneous equations
المعادلات الطبيعية	Normal equations
معادلات تعريفية	Identity equations
معادلات سلوكية	Behavioristic equations
معادلات هيكلية	Structural equations
معامل الارتباط	Coefficient of correlation
معامل الارتباط البسيط	Simple correlation coefficient
معامل الارتباط الجزئي	Partial coefficient of correlation
معامل الإزاحة للخلف أو التأخير	Backward shift operator
معامل التحديد	Coefficient of determination
معامل التحديد المتعدد	Coefficient of multiple determination
معامل الذاكرة	Memory coefficient
معامل أو مصفي الاستقرار	Stationarity filter
معامل أو مصفي الانحدار الذاتي	Autoregressive filter
معامل أو مصفي المتوسطات المتحركة	Moving average filter
معاملات الانحدار الجزئية	Partial regression coefficients
المقام	Denominator
مقاييس دقة التنبؤ	Measuring forecast accuracy
مقياس أكيكي	Akaike information criterion

مقياس أو إحصاء ثيل	Theil's U-statistic
مقياس شوارتز	Schawartz bayesian criterion
ملف	File

ن

نظم الاجتماعات الإلكترونية	Electronic meeting system
نماذج الانحدار الذاتي	Autoregessive models
نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية	Autoregressive integrated moving average models
نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية	Seasonal autoregressive integrated moving average models
نماذج السلاسل الزمنية	Time series models
نماذج المتوسطات المتحركة	Moving average models
النماذج المختلطة (انحدار ذاتي ومتوسطات متحركة)	Mixed autoregressive moving average models
نماذج بوكس- جنكنز	Box-Jenkins models
نموذج الجمع	Additive model
نموذج الضرب	Multiplicative model
نموذج براون الخطي	Linear Brawn's model
نموذج عشوائي بحت أو خالص	Pure white noise
نموذج متوسطات متحركة من الدرجة الأولى	Moving average model of order 1
نموذج هولت الخطي	Linear Halt's model
نموذج ونترز	Wintrs's model

ثانيا: إنجليزي– عربي



Active cell	خلية نشطة
Adaptive response rate simple exponential smoothing	تمهيد أسي بسيط باستخدام معامل تمهيد متغير
Additive model	نموذج الجمع
Akaike information criterion	مقياس أكيكي
Alternative hypothesis	الفرضية البديلة
Analysis of variance table (ANOVA)	جدول تحليل التباين
Autocorrelation	ارتباط الذاتي
Autocorrelation function	دالة الارتباط الذاتي
Autocovariance	التباين المشترك أو التغاير
Autoregressive filter	معامل أو مصفي الانحدار الذاتي
Autoregressive models	نماذج الانحدار الذاتي
Autoregressive integrated moving average models	نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية

B

Backward shift operator	معامل الإزاحة للخلف أو التأخير
Behavioristic equations	معادلات سلوكية

Bias	متوسط الانحرافات
Biased	متحيز
Bivariate	ثنائي
Box-Jenkins models	نماذج بوكس- جنكنز

C

Cell	خلية
Centered moving averages	المتوسطات المتحركة الثنائية
Coefficient of correlation	معامل الارتباط
Coefficient of determination	معامل التحديد
Coefficient of multiple determination	معامل التحديد المتعدد
Compute	حساب
Correlation	ارتباط
Correlogram	شكل الارتباط الذاتي
Counting methods	طرائق العد
Custom	مخصص
Cyclical variations	التغيرات الدورية

D

Damped	متخامد
Data	بيانات
Define date	تعريف تاريخ
Define variable	تعريف متغير
Degree of freedom	درجات الحرية
Delphi technique	أسلوب دلفي
Denominator	المقام

Dependent	تابع
Dependent variable	المتغير التابع
Diagnostic	التحقق أو التشخيص
Differencing	طريقة الفروق
Double exponential smoothing	التمهيد الأسي المضاعف
Double moving averages	المتوسطات المتحركة المضاعفة
Durbin-Watson test	اختبار دوربون- واتسون

E

Econometric methods	طرائق الاقتصاد القياسي
Economic indications	مؤشرات اقتصادية
Electronic meeting system	نظم الاجتماعات الإلكترونية
E-Mail	البريد الإلكتروني
Endogenous variables	متغيرات داخلية
Error	خطأ
Estimation	تقدير
Exactly identified	محدد تماما
Exogenous variables	متغيرات خارجية
Experience Opinion	رأي الخبرة
Exponential smoothing	التمهيد الأسي

F

Family of distribution	عائلة من التوزيعات
F-distribution	توزيع فيشر
Filters	مصافٍ أو منقيات
First-order autoregressive process	سياق أو عملية انحدار ذاتي من الدرجة الأولى

Forecast horizon	أفق التنبؤ
Forecasting	التنبؤ

G

Graphs	رسوم

H

Henderson's weighted average	متوسطات هندرسون المرجحة
Homoscedasticity	ثبات التباين
Hyperplane	متعدد سطوح

I

Identification	مطابقة
Identification problem	تحديد النموذج
Identity equations	معادلات تعريفية
Importance of forecasting	أهمية التنبؤ الإداري
Inconclusive	حالة شك
Independent	مستقل
Independent variable	المتغير المستقل
Industrial survey	المسح الصناعي
Initial values	القيم الأولية أو الابتدائية
Internet	شبكة المعلومات الدولية
Inverted form of a moving average process	الصيغة المعكوسة لسياق متوسطات متحركة
Irregular variations	التغيرات العرضية أو العشوائية

L

Least-squares line	خط المربعات الصغرى
Least-squares method	طريقة المربعات الصغرى العادية

مستوى المعنوية أو الدلالة	Level of significance
خطي	Linear
نموذج براون الخطي	Linear Brawn's model
نموذج هولت الخطي	Linear Halt's model
الانحدار الخطي المتعدد	Linear multiple regression

M

مسح السوق	Market survey
اختبار السوق	Market testing
كامل من الناحية الرياضية	Mathematically complete
متوسط الانحرافات المطلقة	Mean absolute deviation
متوسط المربعات	Mean of squares
متوسط الانحرافات النسبي	Mean percentage deviation
مقاييس دقة التنبؤ	Measuring forecast accuracy
معامل الذاكرة	Memory coefficient
دالة الذاكرة	Memory function
طريقة	Method
النماذج المختلطة (انحدار ذاتي ومتوسطات متحركة)	Mixed autoregressive moving average models
متوسط متحرك	Moving average
معامل أو مصفي المتوسطات المتحركة	Moving average filter
نموذج متوسطات متحركة من الدرجة الأولى	Moving average model of order 1
نماذج المتوسطات المتحركة	Moving average models
ارتباط المتغيرات المستقلة	Multicolinearity
انحدار متعدد	Multiple regression

Multiplicative model	نموذج الضرب

N

Natural log	اللوغاريتم الطبيعي
Nominator	البسط
Normal distribution	التوزيع الطبيعي
Normal equations	المعادلات الطبيعية
Null hypothesis	فرضية العدم
Numeric expression	تعبير عددي

O

Open	فتح ملف قديم
Options	خيارات
Over identified	فوق مستوى التحديد

P

Partial autocorrelation function	دالة الارتباط الذاتي الجزئي
Partial coefficient of correlation	معامل الارتباط الجزئي
Partial derivative	التفاضل الجزئي
Partial regression coefficients	معاملات الانحدار الجزئية
Personal computer	حاسوب شخصي
Population regression line	خط انحدار المجتمع
Process	سياق أو عملية

Q

Qualitative methods	الطرائق النوعية

R

Random noise	تغيرات عشوائية بحتة أو خالصة
Ratio-to moving average method	طريقة النسبة إلى المتوسط المتحرك

Reciprocal causation	علاقات متبادلة
Regression	انحدار
Residual variations	التغيرات الباقية

S

Sample regression line	خط انحدار العينة
Save as	حفظ باسم
Schawartz bayesian criterion	مقياس شوارتز
Seasonal autoregressive integrated moving average models	نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية
Seasonal decomposition	تحليل التغيرات الموسمية
Seasonal differencing	الفروق الموسمية
Seasonal variations	التغيرات الموسمية
Sequence	متتابعة أو متوالية
Simple correlation coefficient	معامل الارتباط البسيط
Simple exponential smoothing	التمهيد الأسي البسيط
Simple linear regression	الانحدار الخطي البسيط
Simple moving averages	المتوسطات المتحركة البسيطة
Simple Regression	انحدار بسيط
Simultaneous equations	المعادلات الآنية
Single distribution	توزيع وحيد
Significance	جوهرية
Source	مصدر
Specification error	خطأ في تحديد النموذج
Stationarity	الاستقرار

Stationarity filter	معامل أو مصفي الاستقرار
Statistic	إحصاء
Statistical Packages of the Social Science (SPSS)	برنامج التطبيقات الإحصائية للعلوم الاجتماعية
Stepwise method	طريقة الانحدار خطوة خطوة
Structural equations	معادلات هيكلية
Student's distribution	توزيع ستيودنت
Sum of squares of error	مجموع مربعات الخطأ
Sum of squares of regression	مجموع مربعات الانحدار

T

Target variable	متغير الوجهة
T-distribution	توزيعT
Technological forecasting	التنبؤ التقني
Term	حد
Theil's U-statistic	مقياس أو إحصاء ثيل
Time Series	السلاسل الزمنية
Time Series Analysis	طرائق تحليل السلاسل الزمنية
Time series models	نماذج السلاسل الزمنية
Total	كلي
Total sum of squares	مجموع المربعات الكلي
Tow-stage least squares	طريقة المربعات الصغرى على مرحلتين
Transform	تحويل
Trend	الاتجاه العام
Triple exponential smoothing	التمهيد الأسي الثلاثي

خطأ من النوع الأول — Type I error

خطأ من النوع الثاني — Type II error

U

دون مستوى التحديد — Under identified

قيم وحيدة — Unique values



متغير — Variable

تباين — Variance

طبعة أو نسخة — Version

W

المتوسطات المتحركة المرجحة — Weighted moving averages

نموذج ونترز — Wintrs's model

كشاف الموضوعات



ن

ملاحظات

ملاحظات

ملاحظات

ملاحظات